

# Logique et Raisonnement

1. Logique	1	1-21 : Pair impair	6
1-1 : Négations 1	1	2. Comptages	6
1-2 : Le chat	1	2-1 : Brouting in the pré	6
1-3 : Au voleur !	2	2-2 : Go !	6
1-4 : Négations 2	2	2-3 : Les boules	6
1-5 : Syllogismes 1	2	2-4 : Servi sur un plateau	7
1-6 : Quantificateurs 1	2	2-5 : Game over	7
1-7 : Quantificateurs 2	3	2-6 : Réunions	8
1-8 : Quantificateurs 3	3	2-7 : Phrases	8
1-9 : Quantificateurs 3	3	2-8 : Lettres	8
1-10 : Multiples de 10	3	2-9 : Money !	8
1-11 : Il faut	3	2-10 : Pas à pas	8
1-12 : Il suffit	4	3. Raisonnement	9
1-13 : Il faut ou il suffit	4	3-1 : Lewis Carroll	9
1-14 : Maths et logique	4	3-2 : Dalles 1	9
1-15 : Equivalences	4	3-3 : Dalles 2	9
1-16 : Pirates des Caraïbes	4	3-4 : Avec une fonction	9
1-17 : Ships	5	3-5 : Ensembles	10
1-18 : T'y vas ou t'y vas pas ?	5	3-6 : Quatre amies	10
1-19 : Crayons de couleur	5	3-7 : Un max de questions	10
1-20 : Manger ou être mangé, that is the question	5	3-8 : Nombres	12

## 1. Logique

### 1-1 : Négations 1

Quelle est la valeur de vérité des phrases suivantes ? Écrire leur négation...

- Si un triangle est équilatéral alors il est isocèle.
- Si le carré d'un nombre est supérieur à 4, alors ce nombre est supérieur à 2.
- Si le produit de deux nombres est positif, alors les deux nombres sont positifs.
- Si ABCD est un carré, alors c'est un losange.
- Si ABCD n'est pas un parallélogramme, alors ABCD n'est pas un rectangle.
- Le milieu d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.
- Si deux nombres sont opposés alors leur produit est nul.
- La différence de deux nombres positifs est un nombre négatif.
- Si un quadrilatère n'est pas un rectangle alors ce quadrilatère n'est pas un carré.
- La différence de deux nombres négatifs n'est jamais positive.

### 1-2 : Le chat

Choisir la ou les bonnes réponses parmi les cinq réponses proposées.

Quand il pleut, le chat est soit dans la cuisine soit dans la cave.

Quand le chat est dans la cuisine, la souris est dans son trou et le fromage est dans le réfrigérateur.

Quand le fromage est sur la table et le chat dans la cave, la souris est dans la cuisine.

En ce moment, il pleut et le fromage est sur la table.

Alors, nécessairement :

Le chat est dans la cuisine.	Le chat est dans la cave.
La souris est dans la cuisine.	La souris est dans son trou
Une telle situation ne peut pas se produire.	

### 1-3 : Au voleur !

Sachant que chacune des assertions suivantes est vraie :

1. Si le malfaiteur n'est pas venu en voiture alors le témoin s'est trompé.
2. Si le malfaiteur a un complice, alors il est venu en voiture.
3. Soit le malfaiteur n'avait pas de complice et n'avait pas la clé, soit le malfaiteur avait un complice et avait la clé.

Si le malfaiteur avait la clé alors nécessairement :

Le malfaiteur est venu en voiture.	Le témoin s'est trompé.
------------------------------------	-------------------------

Si le malfaiteur n'avait pas la clé alors nécessairement :

Le malfaiteur n'avait pas de complice.	Le malfaiteur n'est pas venu en voiture.
Le témoin s'est trompé.	

### 1-4 : Négations 2

Écrire éventuellement les phrases avec des symboles mathématiques puis écrire la négation des propositions :

1. Toutes les voitures rapides sont rouges.
2. Il existe un mouton écossais dont au moins un côté est noir.
3. Pour tout  $a > 0$ , il existe  $q \in \mathbb{R}^+$  tel que  $0 < q < a$  ;
4. Pour tout réel  $x$ , on a  $x^2 < 0$ .
5. Tout triangle rectangle possède un angle droit.
6. Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens.
7. Pour tout entier  $x$  il existe un entier  $y$  tel que pour tout entier  $z$  la relation  $z < y$  implique la relation  $z < x + 1$ .

### 1-5 : Syllogismes 1

(Arguments contenant trois propositions: la majeure, la mineure et la conclusion qui se déduit nécessairement des deux autres ou [raisonnement déductif appliqué à trois propositions](#) logiquement impliquées) à compléter et à critiquer.

- a. *Socrate* est un homme. Tous les hommes sont *mortels*.
- b. Tous les pays ont une capitale. La France est un pays.
- c. Tous les hommes-grenouilles savent nager. Paul est un homme-grenouille.
- d. Tous les insectes ont trois paires de pattes. Les fourmis sont des insectes.
- e. Un cheval bon marché est rare. Tout ce qui est rare est cher.
- f. Tous les parachutistes sont des soldats. Georges est parachutiste.
- g. Tous les arbres ont des racines. L'eucalyptus a des racines.
- h. Toutes les îles ... La Corse est une île. La Corse est entourée d'eau.
- i. Samedi est une journée. Samedi a vingt-quatre heures.
- j. Tous les Proust sont couchés de bonne heure. Marcel est un Proust.
- k. Tous les soldats sont obéissants. Aucun anarchiste n'est obéissant.
1. Tous les Anglais aiment le porridge. Aucun Français n'aime le porridge.

### 1-6 : Quantificateurs 1

Examiner les relations logiques existant entre les assertions suivantes :

- A - Tous les hommes sont mortels      B - Tous les hommes sont immortels  
C - Aucun homme n'est mortel      D - Aucun homme n'est immortel

E - Il existe des hommes immortels      F - Il existe des hommes mortels

### 1-7 : Quantificateurs 2

Supposons que les chiens aboient et que la caravane passe. Traduisez les propositions suivantes en langage propositionnel. On note  $p$  : les chiens aboient et  $q$  : la caravane passe.

**a** Si la caravane passe, alors les chiens aboient. **b** Les chiens n'aboient pas.

**c** La caravane ne passe pas ou les chiens aboient. **d** Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

### 1-8 : Quantificateurs 3

Écrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3. Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.
4. Tous les réels ne sont pas des quotients d'entiers.
5. Il existe un entier multiple de tous les autres.
6. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
7. Étant donné trois réels, il y en a au moins deux de même signe.

### 1-9 : Quantificateurs 3

Déterminer les raisonnements qui sont logiquement valides.

- Tous les élèves sont charmants, or Édouard est charmant, donc Édouard est un élève.

- Édouard est un élève, or tous les élèves sont charmants, donc Édouard est charmant.

- Aucun élève n'est charmant, or Édouard n'est pas charmant, donc Édouard est un élève.

- Aucun élève n'est charmant, or Édouard est un élève, donc il n'est pas charmant.

- La plupart des élèves s'appellent Édouard, or tous les Édouard sont charmants, donc certains élèves sont charmants.

- Tous les élèves s'appellent Édouard, or certains Édouard ne sont pas charmants, donc certains élèves sont charmants.

### 1-10 : Multiples de 10

La réciproque du théorème suivant :

« Si un nombre entier est multiple de 10 alors son chiffre des unités est 0 »

est :

- a. Si un nombre entier n'est pas multiple de 10 alors son chiffre des unités n'est pas 0
- b. Si un nombre entier n'est pas terminé par 0 alors il n'est pas multiple de 10.
- c. Si un nombre entier est terminé par 0 alors il est multiple de 10.
- d. Si un nombre entier est terminé par 0 alors il n'est pas multiple de 10.

### 1-11 : Il faut

(Vrai-Faux)

Soit P l'énoncé : « Pour qu'une boule soit blanche, il **faut** qu'elle soit creuse ». Alors P signifie :

- a. « Toute boule blanche est creuse ».
- b. « Toute boule creuse est blanche ».
- c. « Si une boule est blanche, alors elle est creuse ».
- d. « Si une boule est creuse, alors elle est blanche ».
- e. « Pour qu'une boule soit creuse, il suffit qu'elle soit blanche ».

### 1-12 : Il suffit

(Vrai-Faux)

Soit Q l'énoncé : « Pour qu'une boule soit blanche, il **suffit** qu'elle soit creuse ». Alors Q signifie :

- « Toute boule blanche est creuse ».
- « Toute boule creuse est blanche ».
- « Si une boule n'est pas blanche, alors elle n'est pas creuse ».
- « Si une boule n'est pas creuse, alors elle n'est pas blanche ».
- « Pour qu'une boule soit creuse, il suffit qu'elle soit blanche ».

### 1-13 : Il faut ou il suffit

(Vrai-Faux)

On considère trois objets : une boîte, un vase et une boule, qui sont chacun d'une seule couleur, soit bleue, soit rouge. Soit l'énoncé P : « si la boule est rouge alors la boîte est rouge et le vase est bleu ». Alors :

- Si la boule est rouge, pour que P soit vrai, **il faut** que la boîte soit rouge.
- Si la boule est rouge, pour que P soit faux, **il faut** que la boîte soit bleue et le vase rouge.
- Si la boule est rouge, pour que P soit faux, **il suffit** que la boîte soit bleue.
- Pour que P soit vrai, **il faut** que la boîte soit rouge et le vase bleu.
- Pour que P soit vrai, **il suffit** que la boîte soit rouge et le vase bleu.

### 1-14 : Maths et logique

(Vrai-Faux)

On considère trois nombres réels  $x$ ,  $y$  et  $z$  et l'énoncé P : « si  $z = x + y$  alors  $x < 0$  ou  $y = 1$  ».

- La négation de P est : « si  $z = x + y$  alors  $x \geq 0$  ou  $y \neq 1$  ».
- La négation de P est : « si  $z = x + y$  et  $(x \geq 0$  ou  $y \neq 1)$  ».
- P est équivalent à : «  $x < 0$  ou  $y = 1 \Rightarrow z = x + y$  ».
- P est équivalent à : « pour que  $x < 0$  ou  $y = 1$  il faut que  $z = x + y$  ».
- P est équivalent à : « pour que  $x < 0$  ou  $y = 1$  il suffit que  $z = x + y$  ».

### 1-15 : Equivalences

(Vrai-Faux) On considère trois entiers naturels  $n$ ,  $p$  et  $q$  et la proposition

(P) : « Si  $n = 1$  ou  $p = 3$ , alors  $q$  est pair ».

(P) est équivalente à :

- $n = 1$  ou  $p = 3$  implique  $q$  est pair.
- Si  $q$  est impair, alors  $n \neq 1$  ou  $p \neq 3$ .
- Si  $n \neq 1$  et  $p \neq 3$ , alors  $q$  est impair.
- Pour que  $q$  soit pair, il suffit que  $n = 1$  ou  $p = 3$ .
- Pour que  $n \neq 1$  et  $p \neq 3$ , il suffit que  $q$  soit impair.

### 1-16 : Pirates des Caraïbes

(Vrai-Faux) On considère un carré, un triangle, un cercle et un losange qui sont chacun d'une seule couleur parmi rouge, bleu, vert et noir. Les figures sont toutes de couleurs distinctes. Sachant que les trois propositions suivantes sont vérifiées :

- le triangle n'est pas vert ;
- si le carré est rouge, alors le triangle ou le cercle est bleu ;
- si le losange est noir, alors le carré est rouge.

Alors :

- Si le losange est noir, alors le triangle est bleu.
- Si le carré est rouge, alors le losange est noir.

- c. Si le carré n'est pas rouge, alors le losange est bleu.
- d. On peut avoir le carré rouge et le triangle noir et le cercle bleu et le losange vert.
- e. On peut avoir le carré vert et le triangle bleu et le cercle noir et le losange rouge.

### **1-17 : Ships**

(Vrai-Faux) Gaël écrit à Gaston :

« Dans le port de Logique il y a au moins 100 bateaux. Si un voilier a un seul mât alors il a une coque blanche. Deux chalutiers verts sont en réparation. Aucun chalutier rouge ne pêche la sardine ni le maquereau. »

Gaston peut en déduire que dans le port de Logique :

- a. Il pouvait y avoir un voilier ayant deux mâts.
- b. Tous les voiliers ayant une coque blanche avaient un seul mât.
- c. Aucun voilier n'était en réparation.
- d. Si un chalutier pêchait la sardine, alors il n'était pas rouge.
- e. Si un chalutier pêchait le bar, alors il était rouge.

### **1-18 : T'y vas ou t'y vas pas ?**

(Vrai-Faux) Cinq scientifiques : Alex, Bob, Marc, Paul et Yves vont à cinq congrès, chacun dans une ville différente (Brest, Lorient, Nantes, Rennes et Vannes). Sachant que

1. si Alex va à Brest, alors Bob va à Lorient ou Marc va à Nantes ;
2. si Paul ne va pas à Brest, alors Marc ne va pas à Rennes et Alex ne va pas à Nantes ;
3. si Marc va à Nantes, alors Bob va à Brest ou Paul va à Lorient ;
4. Yves va à Vannes ou à Lorient ;

on peut en déduire que :

- a. Si Marc va à Rennes, alors Paul va à Brest.
- b. Si Alex va à Brest, alors Yves va à Vannes.
- c. Si Marc va à Nantes et Bob à Rennes, alors Alex va à Brest.
- d. Si Bob va à Rennes, alors Marc ne va pas à Nantes.
- e. Si Paul va à Vannes et Bob à Nantes, alors Marc va à Brest.

### **1-19 : Crayons de couleur**

Trois frères Alfred, Bernard et Claude ont des crayons de couleur différente bleu, rouge et vert. De plus, les assertions suivantes sont vraies :

1. Si le crayon d'Alfred est vert, alors le crayon de Bernard est bleu.
2. Si le crayon d'Alfred est bleu, alors le crayon de Bernard est rouge.
3. Si le crayon de Bernard n'est pas vert, alors le crayon de Claude est bleu.
4. Si le crayon de Claude est rouge, alors le crayon d'Alfred est bleu.

Que peut-on conclure sur la couleur respective des crayons d'Alfred, Bernard et Claude? Y a-t-il plusieurs possibilités ?

### **1-20 : Manger ou être mangé, that is the question**

(Vrai-Faux)

Soit un ensemble de 50 animaux qui sont soit mâle, soit femelle et soit carnivore, soit herbivore.

On considère les énoncés suivants :

P : tout mâle est carnivore ;

Q : il existe un mâle carnivore et il existe une femelle carnivore.

Alors, dans l'ensemble des 50 animaux :

- a. Pour prouver que P est vrai, il suffit de vérifier que tous les herbivores sont des femelles.
- b. Pour prouver que P est faux, il est nécessaire de vérifier que tous les mâles sont herbivores.
- c. Pour prouver que Q est vrai, il suffit de trouver une femelle carnivore.
- d. Pour prouver que Q est vrai, il est nécessaire de trouver une femelle carnivore.
- e. Pour prouver que Q est faux, il est nécessaire de vérifier que les 50 animaux sont herbivores.

### 1-21 : Pair impair

Voici 4 affirmations relatives à 4 nombres entiers a, b, c et d. Laquelle est fautive ?

- a. b et c sont pairs.
- b. c et d ont même parité.
- c. d et b sont impairs.
- d. c est pair.

## 2. Comptages

### 2-1 : Brouting in the pré

(Vrai-Faux) 5 vaches ont brouté en 2 jours l'herbe d'un pré de 2 ares. 11 vaches ont brouté en 5 jours l'herbe d'un pré de 8 ares. On suppose constantes la quantité  $b$  d'herbe broutée par vache et par jour, la quantité initiale  $h$  d'herbe par are et la quantité  $p$  d'herbe qui pousse par jour et par are. Alors :

- a.  $5b = h + 2p$  et  $11b = 8h + 5p$ .
- b.  $h = 6p$ .
- c.  $b = \frac{8}{5}p$ .
- d. Un pré de 12 ares peut nourrir 15 vaches pendant 6 jours.
- e. Un pré de 14 ares peut nourrir 16 vaches pendant 7 jours.

### 2-2 : Go !

(Vrai-Faux) On considère un tableau de 16 cases avec des pions qui sont blancs ou noirs. Sachant que si un pion blanc est sur une case, aucun pion noir ne peut être sur une case adjacente (horizontalement, verticalement ou en diagonale), alors :

- a. S'il y a un 5 pions blancs, il peut y avoir 6 pions noirs.
- b. S'il y a un unique pion blanc par ligne et par colonne, il peut y avoir 2 pions noirs.
- c. S'il y a au plus 12 pions blancs, il peut y avoir un pion noir.
- d. S'il y a 9 pions noirs, il ne peut y avoir 2 pions blancs.
- e. S'il y a au moins 13 pions noirs, il ne peut pas y avoir de pion blanc.

*Ci contre un exemple : les pions noirs ne peuvent être sur les cases grisées.*


### 2-3 : Les boules

(Vrai-Faux) On considère un ensemble E de 100 boules. 50 sont rouges et les 50 autres sont noires. X, Y, Z et T sont quatre sous-ensembles de E contenant chacun 30 boules.

- Sachant que :
- 1) toute boule de X est rouge,
  - 2) aucune boule de Y n'est rouge,
  - 3) aucune boule de Z n'est pas rouge,
  - 4) exactement 10 boules de T sont rouges,

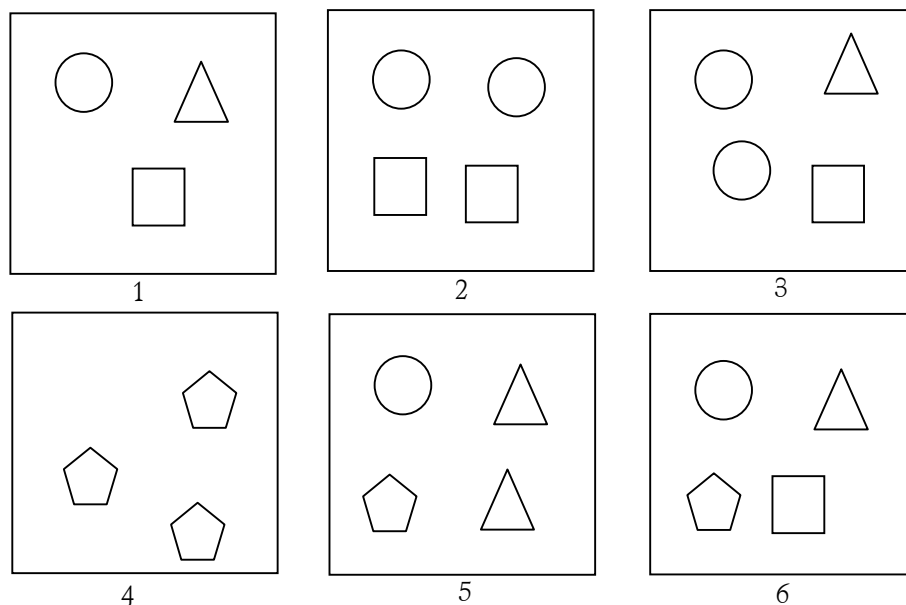
on peut affirmer :

- a. qu'aucune boule de Y n'est une boule de X.
- b. qu'aucune boule de Y n'est une boule de Z.

- c. que pour qu'une boule de E appartienne à la fois à X et à Z, il faut qu'elle soit rouge.
- d. que pour qu'une boule de E appartienne à la fois à X et à T, il faut qu'elle soit rouge.
- e. que pour qu'une boule de E appartienne à la fois à Y et à T, il suffit qu'elle soit noire.

**2-4 : Servi sur un plateau**

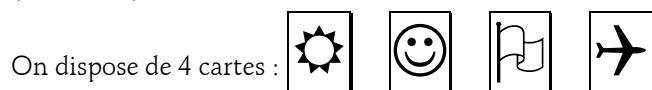
(Vrai-Faux) On considère les figures qui sont soit un carré, soit un cercle, soit un pentagone, soit un triangle. Chaque figure vaut toujours le même nombre non nul et entier de points. Les plateaux ci-dessous valent dans le désordre 15, 21, 24, 27, 30 et 45 points.



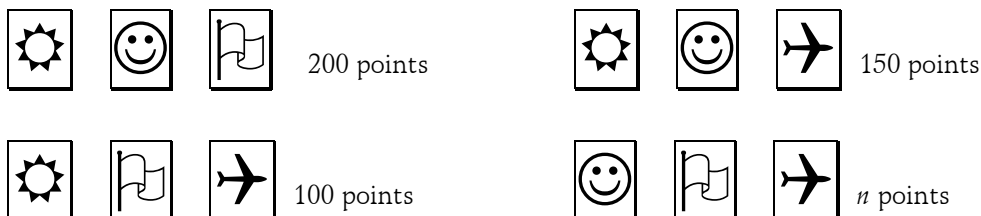
- a. Le plateau 2 vaut 24 ou 30 points.
- b. Le plateau 1 vaut plus que la moitié des points du plateau 2.
- c. Le plateau 3 vaut plus que le plateau 1.
- d. Le triangle vaut 3 points.
- e. Le carré vaut 6 points.

**2-5 : Game over**

(Vrai-Faux)



Chaque carte vaut un nombre entier strictement positif de points. On donne page suivante la somme des points de 3 cartes.



Alors :

- 1. Il est impossible que  $n = 50$ .
- 2.  $n$  est nécessairement supérieur à 150.
- 3.  $n$  est nécessairement un multiple de 3.
- 4. Si  $n = 210$  alors une des cartes vaut 10 points.

5. Si  $n = 210$  alors une des cartes vaut 30 points.

### 2-6 : Réunions

Quel est le nombre minimal de personnes qu'il faut réunir pour être certain qu'au moins 4 d'entre elles soient nées le même mois ?

A - 13                      B - 48                      C - 60                      D - 36                      E - 37

### 2-7 : Phrases

On veut compléter la proposition " CETTE PHRASE A ... LETTRES" par un nombre écrit en toutes lettres, de telle sorte qu'elle devienne correcte. Parmi les propositions suivantes, choisissez le seul nombre qui convient :

A - 27                      B - 28                      C - 29                      D - 30                      E - 31

**Exercice 61** Jean 0 a dit : "tout blaveur a deux coulpis". Jean I le contredit : "ce que dit Jean 0 est faux". Jean II le contredit : "ce que dit Jean I est faux" ... Il en fut ainsi de même jusqu'à Jean XXIII, dont il est sûr qu'il dise la vérité. Parmi les phrases suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) sûre(s) ?

- tout blaveur a deux coulpis • il y a un blaveur qui n'a qu'un coulpis
- il y a un blaveur qui n'a pas deux coulpis • aucun blaveur n'a deux coulpis
- il y a un blaveur qui a deux coulpis.

### 2-8 : Lettres

Chacune des affirmations suivantes faites par cinq élèves est soit vraie, soit fausse :

- Alex : " Paris s'écrit avec trois consonnes et deux voyelles."
- Betty : " Au Pays de Galles, le mont Snowdon culmine à 1085 mètres."
- Claudia : "  $2+3+5+7+11+13+17+19+23 = 100$ ."
- Daniel : " La phrase prononcée par Betty est fausse".
- Edwige : " Une seule des quatre phrases précédentes est vraie".

Que peut-on dire de ces cinq affirmations ?

A - toutes sont vraies                      B - trois sont vraies et deux sont fausses  
C - deux sont vraies et trois sont fausses                      D - une seule est fausse

### 2-9 : Money !

23 pièces ont leurs deux faces vertes, 24 les deux rouges et 25 les deux bleues. Il y a aussi 7 pièces dont une face est verte l'autre bleue, 11 vert et rouge, les autres rouge et bleue.

Une seule proposition est vraie :

- a. 41 faces sont colorées en vert.                      b. La moitié des pièces ne comporte pas de vert.
- c. 10 pièces sont rouge et bleue.                      d. On ne peut calculer le nombre de faces bleues.

### 2-10 : Pas à pas

On compte de 37 en 37 à partir de 79, soit la suite : 79 ; 116 ; 153 ; ... ;  $79+37n$  ; ... ( $n$  étant un nombre entier naturel). Quelles sont les réponses vraies (3 réponses correctes) :

- a. le 6<sup>ème</sup> nombre est 264                      b. le 100<sup>ème</sup> nombre est 3 779.
- c. 745 appartient à la suite                      d. Il n'y pas de nombre se terminant par 2.
- e. Si  $x$  et  $y$  appartiennent à la suite, ( $x < y$ ) alors  $y - x$  est un multiple de 37.



### 3. Raisonnement

---

#### 3-1 : Lewis Carroll

De l'autre côté de ma rue habitent cinq personnes dans cinq maisons de couleurs différentes ; ils possèdent chacun un animal différent, boivent des boissons différentes et possèdent une voiture différente.

Le Norvégien habite la première maison à partir de la gauche et est voisin de la maison bleue ; dans la maison verte habite un buveur de café ; son voisin de gauche a peint sa maison en orange ; l'Anglais habite la maison rouge.

La voiture de la maison jaune est une Renault et le propriétaire de la souris roule en Mercedes ; le chien monte parfois dans la Peugeot du voisin et le chat dans la Renault du sien ; l'Allemand roule en Ford et le fou du volant en Fiat boit beaucoup de thé.

Le livreur dépose sa caisse de vin rouge devant la maison du milieu pendant que le Belge sirote une petite bière ; pendant ce temps le chimpanzé du Suisse fait des siennes et vole de la limonade quelque part.

#### 3-2 : Dalles 1

(Vrai-Faux)

On considère un ensemble de 100 dalles qui sont carrées, hexagonales ou octogonales et qui sont d'une seule couleur bleue, verte ou blanche. Sachant que toutes les dalles blanches sont carrées on peut en déduire :

1. Aucune dalle hexagonale n'est blanche.
2. Aucune dalle blanche n'est hexagonale.
3. Si une dalle est carrée alors elle est blanche.
4. Si une dalle est blanche alors elle est carrée.
5. Pour qu'une dalle soit blanche, il suffit qu'elle soit carrée.

#### 3-3 : Dalles 2

(Vrai-Faux)

On considère un ensemble de 100 dalles qui sont carrées, hexagonales ou octogonales et qui sont d'une seule couleur bleue, verte ou blanche. On considère les énoncés suivants :

P : « toute dalle octogonale est bleue ou verte ».

Q : « Il existe au moins une dalle verte carrée et une dalle blanche octogonale ».

On a :

1. Si P est vrai alors Q est nécessairement faux.
2. Si toutes les dalles carrées sont blanches alors P est nécessairement vrai.
3. Si toutes les dalles carrées sont blanches alors Q est nécessairement faux.
4. Si toutes les dalles vertes sont hexagonales alors P est nécessairement faux.
5. Si toutes les dalles vertes sont hexagonales alors Q est nécessairement faux.

#### 3-4 : Avec une fonction

(Vrai-Faux)

Soit  $f$  une fonction définie sur  $[0 ; 2]$ , on considère les énoncés suivants :

P : « Pour tout  $x \in [0 ; 2]$ ,  $f(x) \neq 0$  »

Q : «  $f$  n'est pas positive sur  $[0 ; 2]$  ».

Alors :

1. P signifie : «  $f$  est strictement positive sur  $[0 ; 2]$  ou  $f$  est strictement négative sur  $[0 ; 2]$  ».
2. P signifie : « Pour tout  $x \in [0 ; 2]$ ,  $f(x) > 0$  ou  $f(x) < 0$  ».

3. Q signifie : «  $f$  est négative sur  $[0 ; 2]$  ».
4. La négation de P peut s'écrire : «  $f$  est la fonction nulle sur  $[0 ; 2]$  ».
5. La négation de Q peut s'écrire : «  $f$  n'est pas négative sur  $[0 ; 2]$  ».

### 3-5 : Ensembles

1. Dans une classe de 30 élèves, tous font au moins une des deux langues : allemand ou espagnol. 18 font allemand et 19 font espagnol. Combien font les deux langues ?
2. Dans cet établissement, le quart des élèves ne fait pas d'allemand, le tiers ne fait pas d'anglais, 300 pratiquent les deux langues, et un douzième des élèves ne pratique aucune de ces deux langues. Combien d'élèves n'étudient que l'allemand ?
3. Dans une classe 70% des élèves jouent au football et 40% jouent au volley-ball ; 15% des élèves pratiquent ces deux sports. Quel est le pourcentage d'élèves qui ne jouent ni au football, ni au volley-ball ?
4. L'entraîneur d'une équipe de handball possède 60 maillots à manches longues dont 20 bleus. Les autres maillots qu'il possède sont bleus à manches courtes. Il a 80 maillots bleus en tout. Laquelle des réponses suivantes donne le nombre de maillots de l'entraîneur ?
- A - 120                  B - 140                  C - 160                  D - il manque des informations.

### 3-6 : Quatre amies

Quatre amies : Adrienne, Béatrice, Charlotte, Delphine exercent quatre professions différentes : avocate, médecin, pharmacienne et professeur. Ni Béatrice, ni Charlotte n'exercent une profession de santé. Celle des quatre amies qui est médecin soigne Adrienne et Charlotte. Adrienne et Charlotte n'enseignent pas. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) possible(s) ?

- a – A. est pharmacienne et C. est médecin  
 b – B. est avocate et C. est professeur  
 c – C. est professeur et A. est pharmacienne  
 d – D. est médecin et B. est professeur  
 e – A. est médecin et C. est pharmacienne

### 3-7 : Un max de questions

1. Un arrêt de bus est commun à deux lignes : la ligne A (intervalle 10 min) et la ligne B (intervalle 15 min). En supposant que les bus des deux lignes sont ponctuels, quel est le plus long délai d'attente entre deux bus quelconques ?
- a. 6 min                  b. 7,5 min                  c. 10 min                  d. 12,5 min                  e. 15 min
2. Bernard, le fils d'Antoine a dix ans. Emile, le cousin d'Antoine a quinze ans de plus que son ami Laurent. Alain, l'associé d'Antoine a six ans de plus qu'Emile. A la naissance de Bernard, Laurent avait l'âge que Bernard a aujourd'hui. Quel âge a donc Antoine ?
- a. 32 ans                  b. 37 ans                  c. 47 ans                  d. 52 ans                  e. On ne peut pas savoir
3. On additionne trois entiers consécutifs s'écrivant chacun avec trois chiffres. Parmi les nombres suivants, déterminer ceux qui ne peuvent pas représenter une telle somme.
- a. 1245                  b. 4521                  c. 243                  d. 1945                  e. 318
4. Un polygone régulier a un angle intérieur de  $150^\circ$ . Combien possède-t-il de côtés ?
- a. 6                  b. 8                  c. 10                  d. 12                  e. 14

5. On choisit un nombre on le divise par 7, on trouve un reste égal à 5. On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 3 et un quotient égal à 12. Quel était le nombre de départ ?

- a. 591                      b. 593                      c. 609                      d. 614                      e. 619

6. Un train de longueur 100 m entre dans un tunnel qui mesure également 100 m. Il roule à la vitesse de 100 m/s. Combien de temps s'écoulera-t-il entre le moment où la locomotive entre dans le tunnel et le moment où le dernier wagon en sort ?

- a. 1 min                      b. 1 min 30 s                      c. 2 min                      d. 10 min                      e. aucune des réponses

7. Le 14 juillet 1789 était un Mardi. Quel jour de la semaine était le 1<sup>er</sup> janvier 1789 ?

- a. lundi                      b. mardi                      c. mercredi                      d. jeudi                      e. vendredi

8. Quelle sera la date du 30<sup>ème</sup> jour du 6<sup>ème</sup> mois de la trentième année du XXX<sup>ème</sup> siècle ?

- a. 29/06/3030                      b. 30/06/2929                      c. 29/06/3029                      d. 30/06/3030                      e. 30/06/2930

9. Un bûcheron fou veut raser une forêt de dix mille arbres. Chaque année il coupe cinquante arbres de plus que l'année précédente. Au bout de 10 ans il a rasé la forêt. Combien d'arbres a-t-il dû couper la première année pour parvenir à ce résultat ?

- a. 550                      b. 775                      c. 895                      d. 1000                      e. aucune de ces valeurs.

10. Trois commerçants, un suisse, un italien et un français habitent dans trois maisons de couleurs différentes situées aux numéros 21, 23 et 25 de la rue des Tests.

Le boucher habite dans la maison jaune qui est à côté de la rouge mais pas de la verte.

L'épicier qui n'est pas suisse habite à côté du français.

L'Italien habite au numéro 21 et sa maison n'est pas jaune.

Parmi les affirmations suivantes laquelle (lesquelles) est (sont) exacte (s)

- a. Le pharmacien habite au 23. b. Le pharmacien n'est pas français.  
c. Le pharmacien habite la maison verte. d. Le pharmacien est suisse.  
e. Je ne peux pas répondre.

11. On veut entourer une prairie rectangulaire d'un grillage en plantant un piquet tous les quatre mètres à partir d'un coin. La longueur du champ est de 56 m et sa largeur 36 m.

Combien de piquets sont nécessaires ?

- a. 42                      b. 44                      c. 46                      d. 48                      e. 50

12. Un matin, M Leveau va au marché aux bestiaux. Dès son arrivée, il achète une vache 600 euros. Il la revend ensuite 700 euros. Il achète de nouveau une vache 800 euros. En fin de journée, il trouve un acquéreur qui lui achète sa vache 900 euros. Finalement, après toutes ces transactions, que peut-on dire de M Leveau ?

- a. Il a gagné 100 euros    b. Il a gagné 200 euros    c. Il a gagné 300 euros    d. Il a gagné 900 euros    e. Il a perdu 100 euros

13. Dans le Loch Ness, on a observé des monstres à deux têtes. Un journaliste annonce : « Les monstres du Loch Ness ont tous deux têtes ». Après de nouvelles découvertes, l'annonce du journaliste s'avéra inexacte.

Parmi les 5 phrases suivantes, laquelle est sans doute vraie ?

- a. Il n'existe pas de monstre à deux têtes.  
b. Tous les monstres ont soit une tête, soit deux têtes, voire trois têtes.  
c. Il existe des monstres à une tête.

- d. Il y a des monstres sans tête.
- e. Il existe un monstre ayant soit une tête, soit plus de deux, soit pas de tête du tout.

14. Un sac contient le même nombre de billes noires et rouges.

Après avoir retiré la moitié des billes rouges du sacs, on peut dire des billes restantes que :

- a. 75% sont noires
- b. 50% sont rouges
- c.  $\frac{2}{3}$  sont noires
- d. Le quart est rouge

15. Les 3 petits cochons veulent construire un nouvel enclos. Chaque jour, ils montent trois rangées de briques. La nuit le loup en fait tomber 2. Les petits cochons seront protégés dès qu'ils auront un mur de 9 rangées car le loup ne peut atteindre la 9<sup>ème</sup> rangée.

Combien de jours faut-il aux petits cochons pour être protégés ?

16. On dispose de deux carafes identiques, l'une pleine l'autre vide. Pour remplir la seconde on utilise un litre d'eau et la moitié de la première carafe.

A elles deux les carafes peuvent contenir au maximum : a. 2 litres b. 3 litres c. 4 litres d. 5 litres.

### 3-8 : Nombres

Quelles sont les propositions vraies ?

- a. 2 est premier
- b. 91 est premier
- c.  $13 \times 11$  est premier
- d. tous les nombres premiers sont impairs.
- e. Tous les nombres impairs sont premiers

Dans la division euclidienne de 3 576 542 507 par 748 :

- a. le reste est impair.
- b. le reste est 849.
- c. le reste est nul.
- d. le quotient est supérieur à trois millions et demi.
- e. le quotient est supérieur à 50 000 000.