**CONCOURS 2003 D'ADMISSION DANS LES ECOLES DU SERVICE DE SANTE DES ARMEES**
**CATEGORIE BACCALAUREAT**
**Sections : Médecine - Pharmacie**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**Mardi 6 mai 2003 à 16 heures 30 (heure de Paris)**
***Durée* : 1 heure** **_Coefficient_ : 2**

**Avertissement :**
- **l'utilisation de calculatrices, de règles à calcul, de formulaires et de papier millimétré n'est pas autorisée.**
- **il ne sera pas fait usage d'encre rouge.**
- **il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.**
- **les candidats traiteront les trois exercices.**

## EXERCICE n°1 (5 points) :

A, B et C sont trois points du plan. G est le barycentre du système $\{(A;2)\ ;\ (B;2)\ ;\ (C;-1)\}$.

**1)** Justifier l'existence du point G et expliquer comment on pourrait construire ce point G.

**2)** Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$.

**3)** Déterminer l'ensemble F des points M du plan tels que $(2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{MA}=0$.

## EXERCICE n°2 (6 points) :

Dans l'ensemble des nombres complexes on considère l'équation (E) : $z^3 + 5z^2 + 11z + 15 = 0$.

**1)** **a)** Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout complexe z, $z^3 + 5z^2 + 11z + 15 = (z + 3)(az^2 + bz + c)$.

**b)** En déduire les solutions de l'équation (E).

**2)** Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ on considère les points A, B et D d'affixes respectives $-3$, $z_1 = -1 + 2i$ et $z_2 = -1 - 2i$.

**a)** Simplifier l'expression du quotient $\dfrac{z_1+3}{z_2+3}$.

**b)** En déduire la nature du triangle ABD.

**c)** Déterminer l'affixe du point C tel que (ABCD) soit un carré.

## EXERCICE n°3 ( 9 points) :

On pose $I_0 = \int_1^e x\,dx$ et, pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $I_n = \int_1^e x\,(\ln x)^n\,dx$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

**1)** Calculer $I_0$ et $I_1$.

**2)** Etablir, pour $n\in\mathbb{N}^*$, la relation $2I_{n+1} + (n + 1)I_n = e^2$. (*on pourra transformer $I_{n+1}$ à l'aide d'une intégration par parties).*

**3)** Montrer que la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante.

**4)** Déduire des deux questions précédentes que, pour tout entier n supérieur ou égal à 2, $\dfrac{e^2}{n+3} \le I_n \le \dfrac{e^2}{n+2}$.

**5)** En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} nI_n$.

**FIN DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES**