Maintenance automobile

1. France, juin 2005

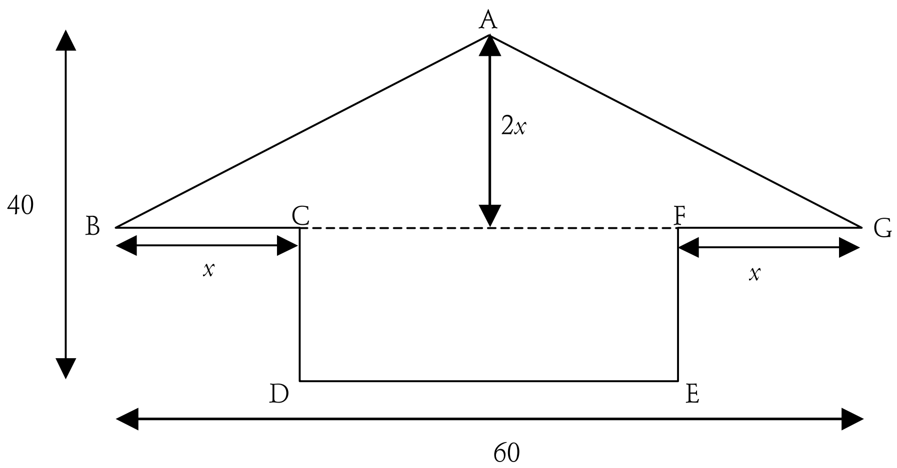
Chaque année, le premier week-end de septembre a lieu le rallye-cross de Lohéac.

<u>Exercice 1</u> : Choix d'un logo (8 points)

Une entreprise désir sponsoriser la course.

Elle souhaite que son logo apparaisse sur toutes les portières des voitures de la course.

Son logo a la forme et les dimensions ci-dessous ; **les cotes sont exprimées en cm.**



Afin de limiter les coûts, on cherche la valeur de x donnant une aire minimale pour le logo.

I. Calculs d'aires.

1. Exprimer en fonction de x :
   1.1. la longueur du segment [CD] ;
   1.2. la longueur du segment [CF] ;
   1.3. l'aire du rectangle CDEF.
2. Déterminer l'aire du triangle ABG en fonction de x.

3. En déduire que l'aire du logo en cm² est donné par la formule : $4x^2 - 140x + 2\,400$.

II. Etude d'une fonction.

Soit f la fonction définie sur [0 ; 20] par : $f(x) = 4x^2 - 140x + 2\,400$.

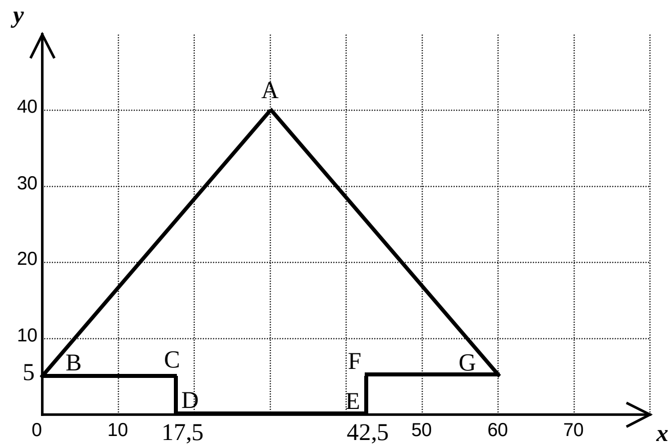
1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
3. Compléter le tableau de variation donné dans l'annexe.
4. Compléter le tableau de valeurs donné dans l'annexe.
5. Tracer la courbe représentative de la fonction f en utilisant le repère donné dans l'annexe.

III. Exploitation des résultats.

En utilisant les résultats précédents, donner la valeur de x pour laquelle l'aire du logo est minimale et donner la valeur de cette aire.

<u>EXERCICE 2</u> : Etude du logo (7 points)

Le logo définitif du sponsor est représenté dans le repère orthonormal ci-dessous.



1. En vous aidant du graphique ci-dessus, déterminer l'aire du logo.
2. Donner les coordonnées des points A, B et G.
3. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}$.
4. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}$. Donner les valeurs exactes et les arrondies à 0,1.
5. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$.
6. Déduire des questions précédentes, une mesure arrondie au degré de l'angle $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}\right)$.

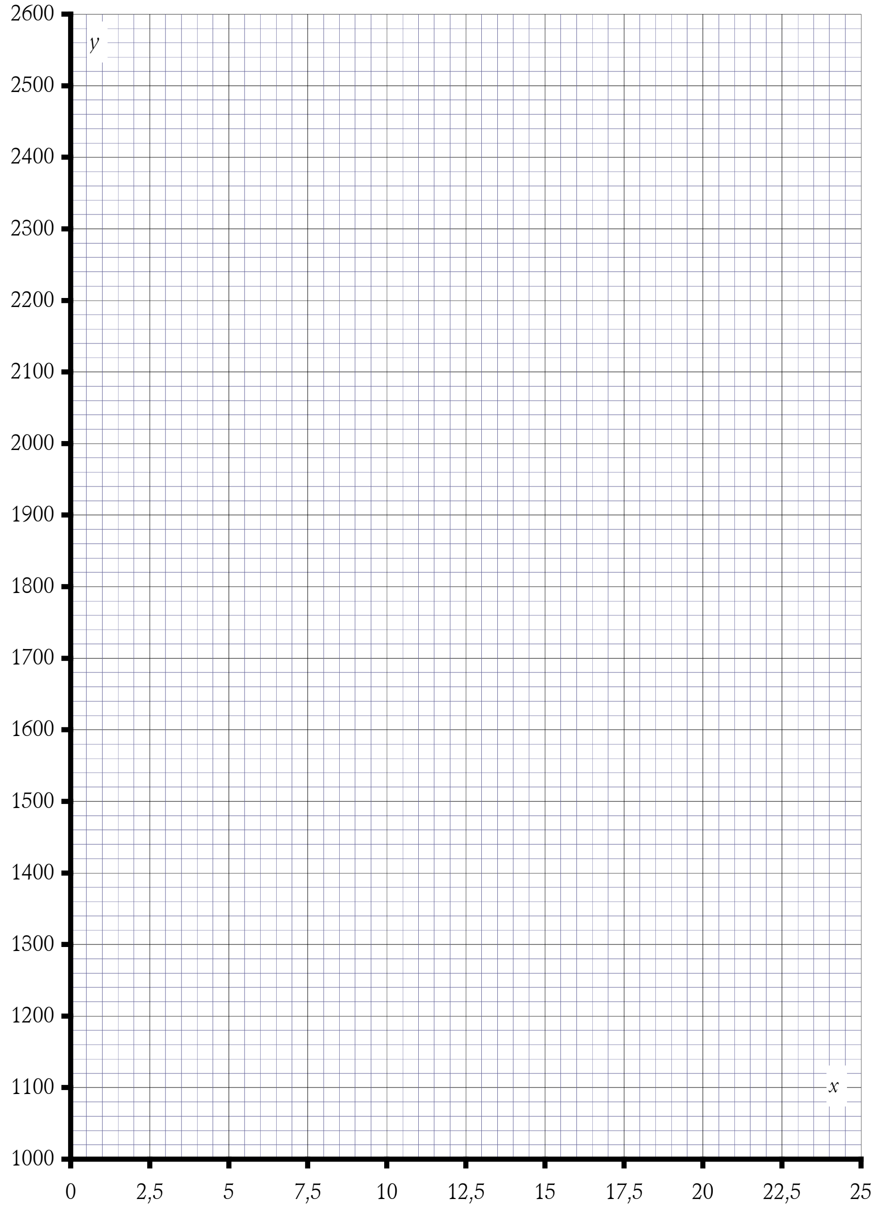
ANNEXE (à rendre avec la copie)

Tableau de variation :

x	0 20
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs :

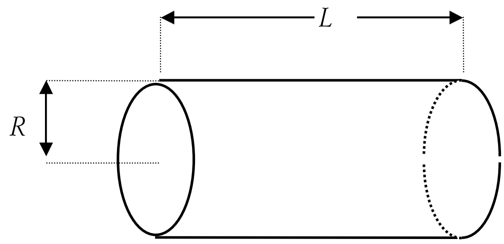
x	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
$f(x)$		2 075		1 575			1 200		



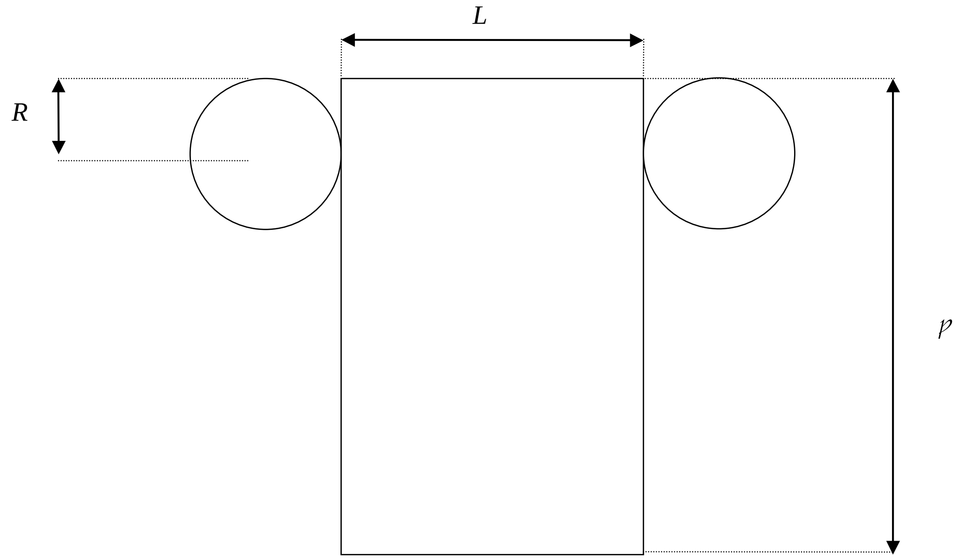
2. Nouvelle Calédonie, novembre 2004

L'objectif est de fabriquer un réservoir cylindrique avec le moins de tôle possible.

L : longueur du réservoir ; R : rayon du cylindre.



Patron :



PREMIERE PARTIE (4 points)

1. La surface totale du réservoir est constituée de deux disques de rayon R et de la surface latérale.

a. Exprimer le périmètre p d'un disque en fonction de R et π.

b. En déduire l'aire de la surface latérale de ce réservoir en fonction de L, R et π.

c. Exprimer l'aire A de la surface totale de ce réservoir en fonction de L, R et π.

2. Déterminer le volume V du réservoir en fonction de L, R et π.

3. Le volume du réservoir étant de 55 dm^3, démontrer que la longueur L du réservoir est : $L = \frac{55}{\pi R^2}$ (L et R étant en dm).

4. En prenant π = 3,14, déduire que l'aire A de la surface totale du réservoir est : $A = 6,28R^2 + \frac{110}{R}$ (R en dm et A en dm^2)

DEUXIEME PARTIE (5 points)

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 4] par la relation $f(x) = 6,28x^2$.

Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f puis représenter graphiquement cette fonction.

2. Soit la fonction g définie sur l'intervalle [1 ; 4] par la relation $g(x) = \frac{110}{x}$.

Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction g puis représenter graphiquement cette fonction dans le même repère que f.

3. Soit la fonction h définie sur l'intervalle [1 ; 4] par la relation : $h(x) = f(x) + g(x) = 6,28x^2 + \frac{110}{x}$.

Sur l'annexe 1, représenter graphiquement la fonction h dans le même repère que f et g. (Il est possible de se servir de la dernière ligne du tableau de valeurs de l'annexe 1 avant de représenter graphiquement h).

4. En déduire graphiquement la valeur pour laquelle la fonction h atteint un minimum (laisser les traits apparents).

TROISIEME PARTIE (4 points)

Etude de la fonction h définie sur l'intervalle [1 ; 4] par la relation : $h(x) = 6{,}28x^2 + \frac{110}{x}$.

1. Déterminer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de h.

2. Calculer $h'(1{,}5)$, $h'(2{,}06)$ et $h'(3)$. Arrondir les résultats à 10^{-1} près.

3. Compléter le tableau de variation de la fonction h sur l'annexe 1 en se servant de la question 2.

4. En déduire pour quelle valeur la fonction h atteint un minimum.

QUATRIEME PARTIE (2 points)

Déterminer le rayon R pour que le réservoir ait une contenance de 55 L et que la surface totale de tôle soit la plus petite possible. En déduire l'aire de cette surface minimale.

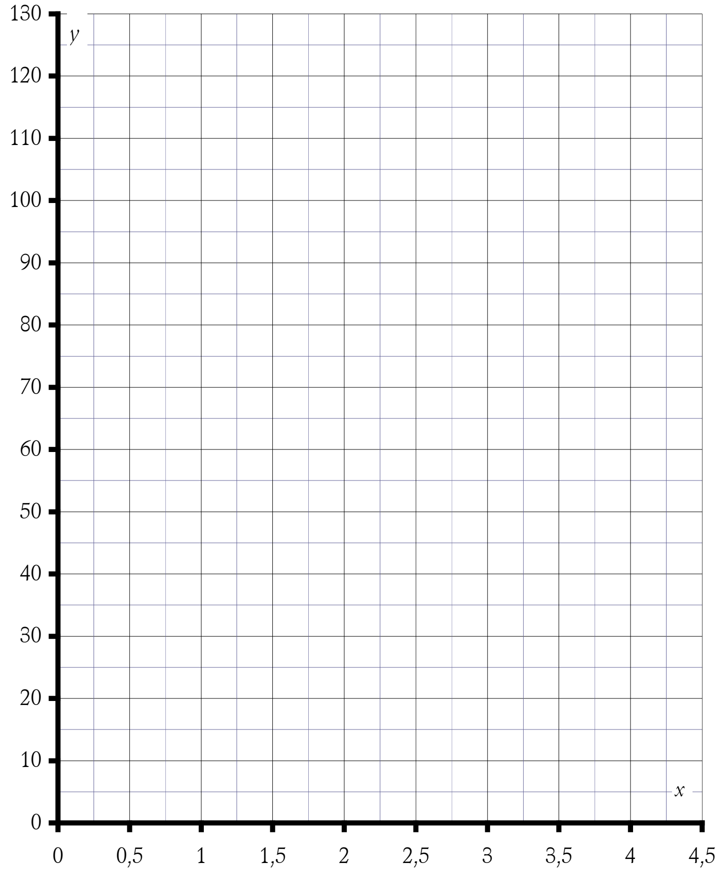
ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Tableaux de valeurs

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	6,28		25,12		56,52		100,48
$g(x)$		73,33		44		31,43	
$f(x) + g(x)$							

Tableau de variation

x		
$h'(x)$		
$h(x)$		



3. Antilles Guyane, Polynésie juin 2004

EXERCICE N° 1 : FONCTIONS NUMERIQUES (9 points)

Le système de freinage d'un véhicule automobile est conçu pour l'immobiliser sur la plus courte distance possible. Cette distance est appelée distance d'arrêt.

Elle peut être calculée avec la relation : $d = \dfrac{v^2}{2\,\mu\, g}$ où

d : distance d'arrêt en m, v : vitesse instantanée du véhicule au moment du freinage en m/s,

μ : coefficient d'adhérence des pneus sur le sol, g : accélération de la pesanteur : 9,8 m/s^2.

Le tableau suivant donne quelques coefficients d'adhérence :

Revêtement de la route	Pneus Neufs	Pneus Usés
Route sèche : béton	0,85	0,95
Asphalte	0,80	0,90
Chemin sablonneux	0,50	0,50
Route recouverte : 1mm d'eau	0,55	0,40
Route recouverte : 2mm d'eau	0,45	0,30

Route verglacée	0,10	0,10

Première partie : Calcul numérique et algébrique

1. Un véhicule roule sur une route recouverte par 1 mm d'eau avec des pneus neufs.

a. Montrer que l'expression de la distance d'arrêt devient $d = \dfrac{v^2}{10{,}78}$.

b. Calculer la vitesse instantanée v_1 du véhicule au moment du freinage qui correspond à une distance d'arrêt de 50 m.

2. Calculer la distance d'arrêt d'un véhicule qui roule à la vitesse v_1 sur une route recouverte par 1 mm d'eau avec des pneus usés.

Deuxième partie : Fonction numérique

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle [10 ; 30] par : $f(x) = \dfrac{x^2}{10{,}78}$.

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction *f* sur l'annexe 1.
2. Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
3. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [10 ; 30], et compléter le tableau de variation de la fonction *f* sur l'annexe 1.
4. Tracer la courbe représentative C_1 de la fonction *f* sur l'annexe 1.

Troisième partie : Exploitation

La courbe C_1 représente la relation entre la distance d'arrêt $f(x)$ et la vitesse instantanée pour une adhérence $\mu = 0{,}55$

1. Déterminer la fonction *g* qui est la relation entre la distance d'arrêt $g(x)$ et la vitesse instantanée pour une adhérence $\mu = 0{,}40$.
2. Déterminer le nombre réel *a* tel que $g(x) = af(x)$.
3. Utiliser le coefficient trouvé pour compléter le tableau de valeurs *g* à partir de celui de *f* et tracer la courbe représentative C_2 correspondante (sur l'annexe 1).

EXERCICE N°2 SUITE (6 points)

La distance totale de freinage est la somme de la distance d'arrêt et de la distance de réaction.

A 83,5 km/h un véhicule, sur une route mouillée par 1 mm d'eau avec des pneus neufs, a une distance de freinage de 50 m.

Toutes les 0,1 secondes le temps de réaction augmente cette distance de 2,3 m.

1. Quelle est la distance de freinage totale pour un temps de réaction de 0,1 seconde ; 0,2 seconde et 0,3 seconde ? On les appelle respectivement D_1, D_2 et D_3.
2. La suite (D_1, D_2, D_3….) est arithmétique. Donner la raison de cette suite.
3. D_n est le *n*-ième terme de cette suite. Exprimer D_n en fonction de *n*. En déduire la distance parcourue pour un temps de réaction de 1 seconde.
4. Quel est le temps de réaction maximum autorisé au dixième de seconde près pour s'arrêter en 200 m, dans ces conditions ?

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

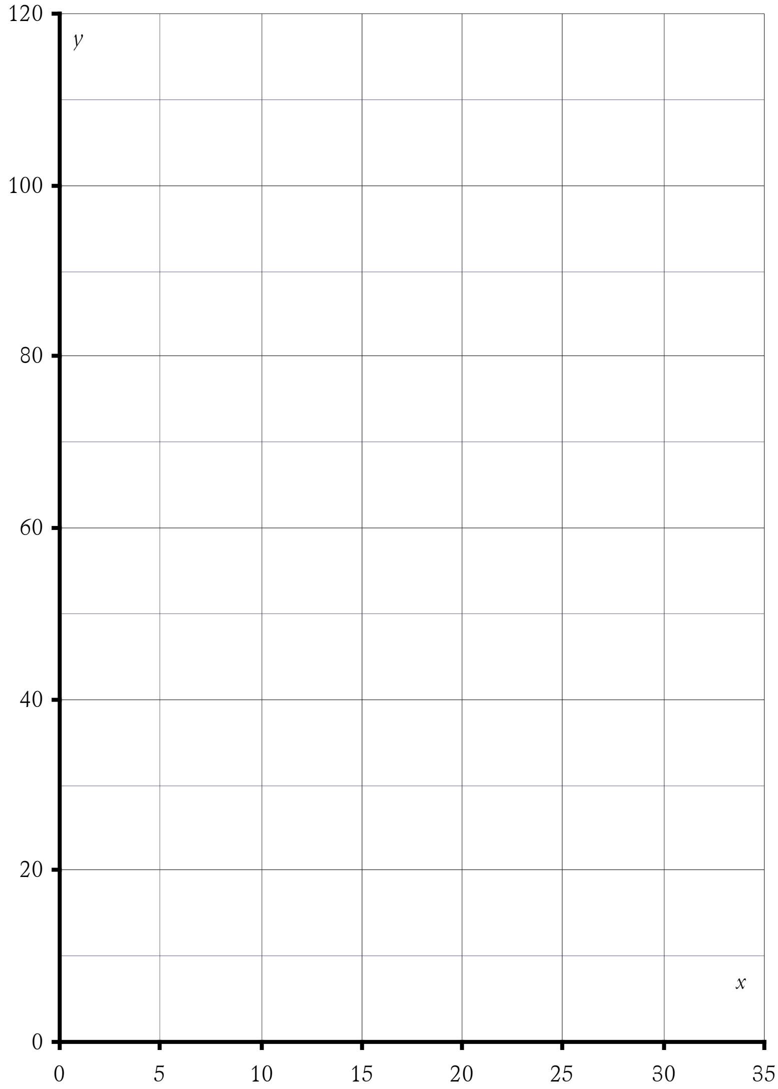
Tableau de valeurs

x	10	15	20	25	30
$f(x)$					83,5
$g(x)$					114,8

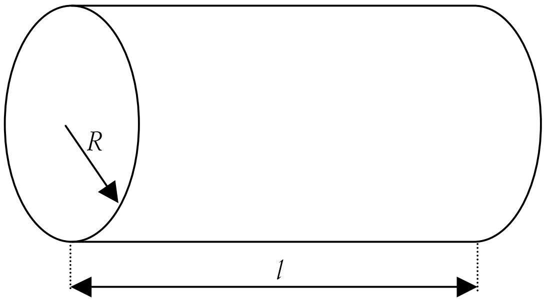
Tableau de variation (arrondir les résultats au dixième)

x	10 30
$f'(x)$	
$f(x)$	

Courbes représentatives des fonctions f et g.



EXERCICE N° 1 : Le réservoir de carburant (10 pts)



On veut fabriquer un réservoir de carburant pour un camion avec le minimum de tôle possible. Ce réservoir est un cylindre.

1ère Partie :

a. exprimer l'aire totale S (aire latérale et aire des deux disques) de la tôle du réservoir en fonction de R et de l.

b. Calculer le rayon R du réservoir lorsque $l = 6$ dm, $S = 90$ dm^2 et en prenant 3,14 comme valeur approchée de π .

2ème Partie

On veut fabriquer un réservoir d'un volume de 100 litres (100 dm^3) avec le minimum de tôle possible.

a. On note x le rayon. Exprimer la longueur l du réservoir en fonction de x.

b. Montrer que l'aire totale de la tôle nécessaire à la fabrication de ce réservoir en fonction du rayon x, s'exprime par la formule : $S(x)=\dfrac{200}{x}+6,28x^2$.

c. Calculer la dérivée $S'(x)$ de cette fonction .

d. Compléter le tableau de variation de cette fonction lorsque le rayon x varie de 1 dm à 6 dm (voir annexe 1 à rendre avec la copie).

e. Compléter le tableau de valeurs et construire la représentation graphique de la fonction pour $x \in [1 ; 6]$ (annexe 1 à rendre avec la copie).

f. Quelles sont les cotes (rayon et longueur) qui correspondent à l'aire de tôle minimale pour un volume de 100 litres (donner les réponses au cm près).

EXERCICE N° 2 : Les Vecteurs (5 pts)

Dans le plan rapporté au repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les trois points A, B et C par leurs coordonnées

A (–2 ; 2) B (3 ; 1) C (1 ; −2)

a. Placer les points A, B, C dans le repère (annexe 2).

b. Calculer les coordonnées et les normes de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

d. Calculer l'angle α des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ (donner le résultat au degré près). Vérifier le résultat trouvé par une mesure sur le graphique.

e. Soit G le centre de gravité du triangle. Placer le point G en construisant le vecteur $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Calculer les coordonnées et la norme de $\overrightarrow{AG}$. Mesurez la longueur AG sur le graphique. Le résultat correspond-il à celui du calcul ?

<u>ANNEXE 1</u> (A rendre avec la copie)

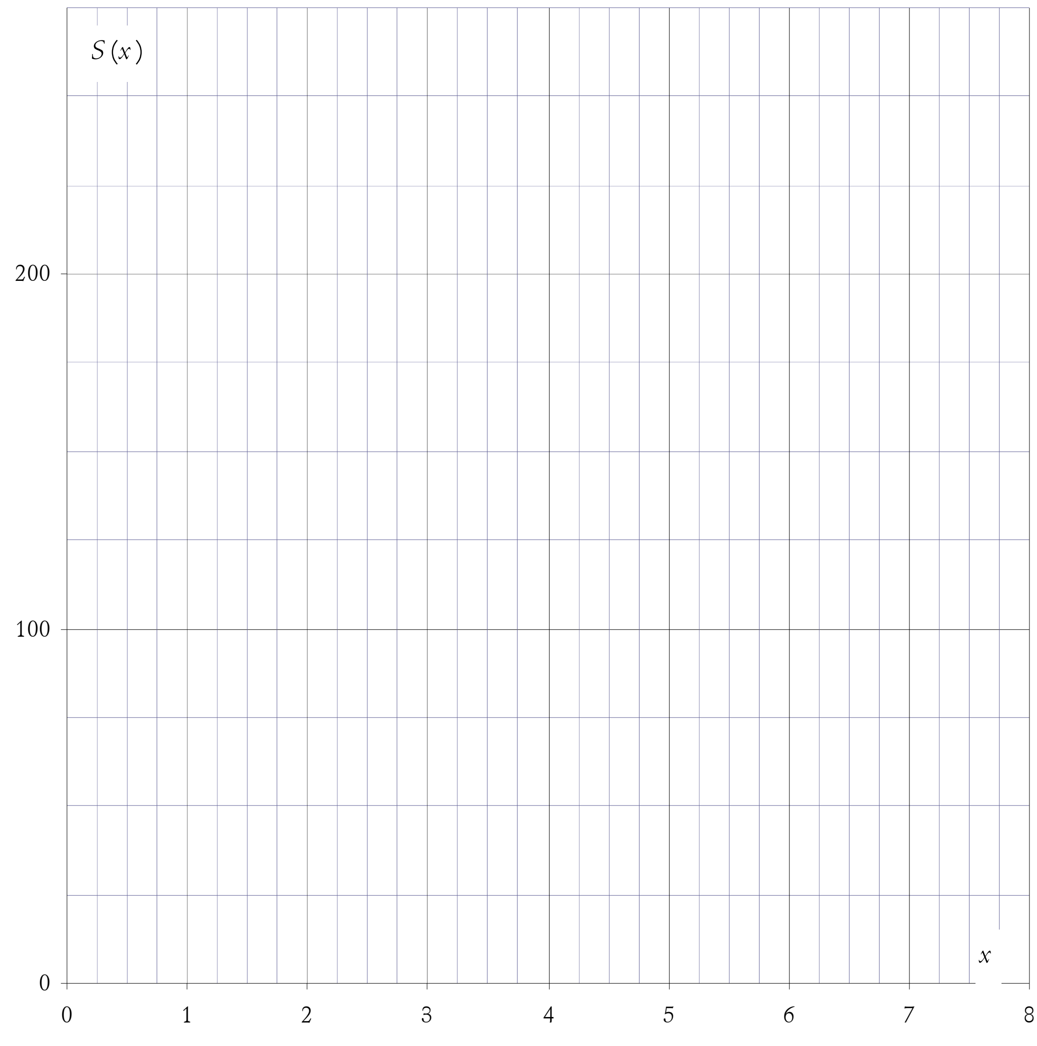
Tableau de variation

x	1	2,51	6
$S'(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$
$S(x)$			

Tableau de valeurs

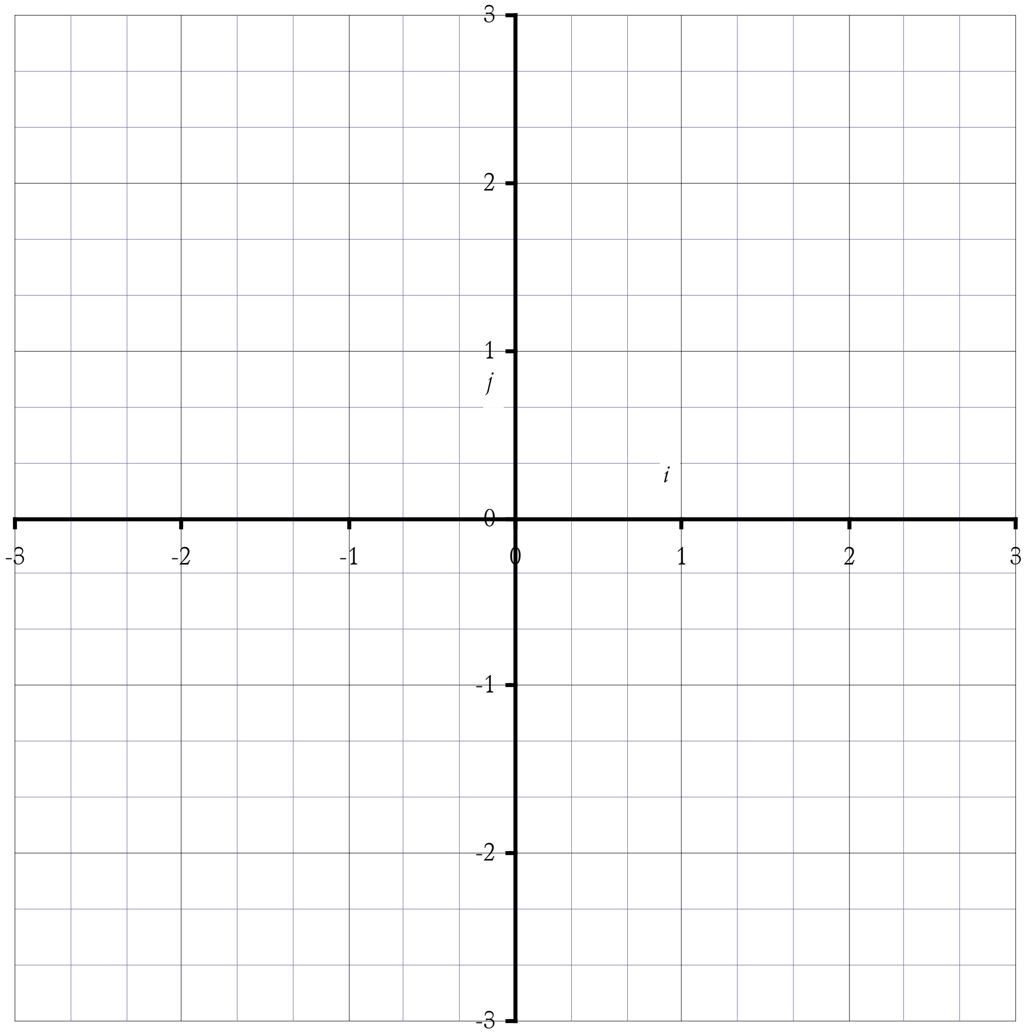
x	1	1,5	2	2,51	3	3,5	4	5	6
$S(x)$			125				150		

Graphique



ANNEXE 2 (A rendre avec la copie)

$\left\| \vec{i} \right\| = \left\| \vec{j} \right\| = 3cm$



5. France, juin 2004

Exercice 1 (4 points)

Un chef d'entreprise reçoit de la part de ses collaborateurs la demande d'obtenir des véhicules de fonction plus confortables et plus puissants. Il sollicite alors son comptable afin que celui-ci examine la demande et sa faisabilité.

Le comptable utilise le tableau ci-dessous, donnant le prix de revient kilométrique (PRK) des véhicules d'une puissance fiscale de 4 à 8 CV et en fait une projection sur les véhicules plus puissants.

Puissance fiscale des véhicules (CV)	4	5	6	7	8
Prix de revient kilométrique (euros)	0,424	0,471	0,492	0,513	0,555

a. Représenter cette série statistique par un nuage de points dans le repère situé en annexe n°1, à rendre avec la copie.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G.

c. On admet que la droite d'ajustement de cette série a pour équation : $y = 0,03x + 0,311$.

Montrer que le point G appartient à cette droite. Tracer cette droite dans le repère précédent.

d. En utilisant la droite d'ajustement, quel est le prix de revient d'une voiture de 10 CV ? Laisser apparents les traits nécessaires à la lecture.

e. Le comptable fixe le prix de revient kilométrique maximum à 0,650 euros. Calculer la puissance maximale du véhicule qui correspond à cette exigence.

Exercice 2 (11 points)

Dans la plupart des systèmes à injection « H.D.I. », les injecteurs fonctionnent sous une tension de 80 V. Pour arriver à cette tension, on utilise un circuit mettant en jeu un condensateur et des transistors de puissance, pouvant être assimilés à des interrupteurs rapides.

Ce dispositif permet de charger le condensateur par effet d'auto-induction et ensuite d'alimenter les injecteurs avec la tension emmagasinée dans le condensateur.

La phase de charge du condensateur est assimilée à une fonction du temps dont un modèle approximatif est étudié ci-dessous.

Partie n°1

Étude de la fonction définie pour tout x de l'intervalle [0 ; 2] telle que : $f(x) = -30x^2 + 100x - 2$.

a. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe n°2, à rendre avec la copie.

b. Représenter la fonction f dans le repère situé en annexe n°2.

c. Calculer la dérivée f' de la fonction f.

d. Étudier le signe de $f'(x)$.

f. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 2].

g. Montrer que la fonction f admet un maximum sur l'intervalle [0 ; 2] et préciser en quel point.

h. Résoudre, sur l'intervalle [0 ; 2], l'équation $f(x) = 24$. Arrondir au centième.

i. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 80$. Laisser apparents les traits nécessaires à la lecture.

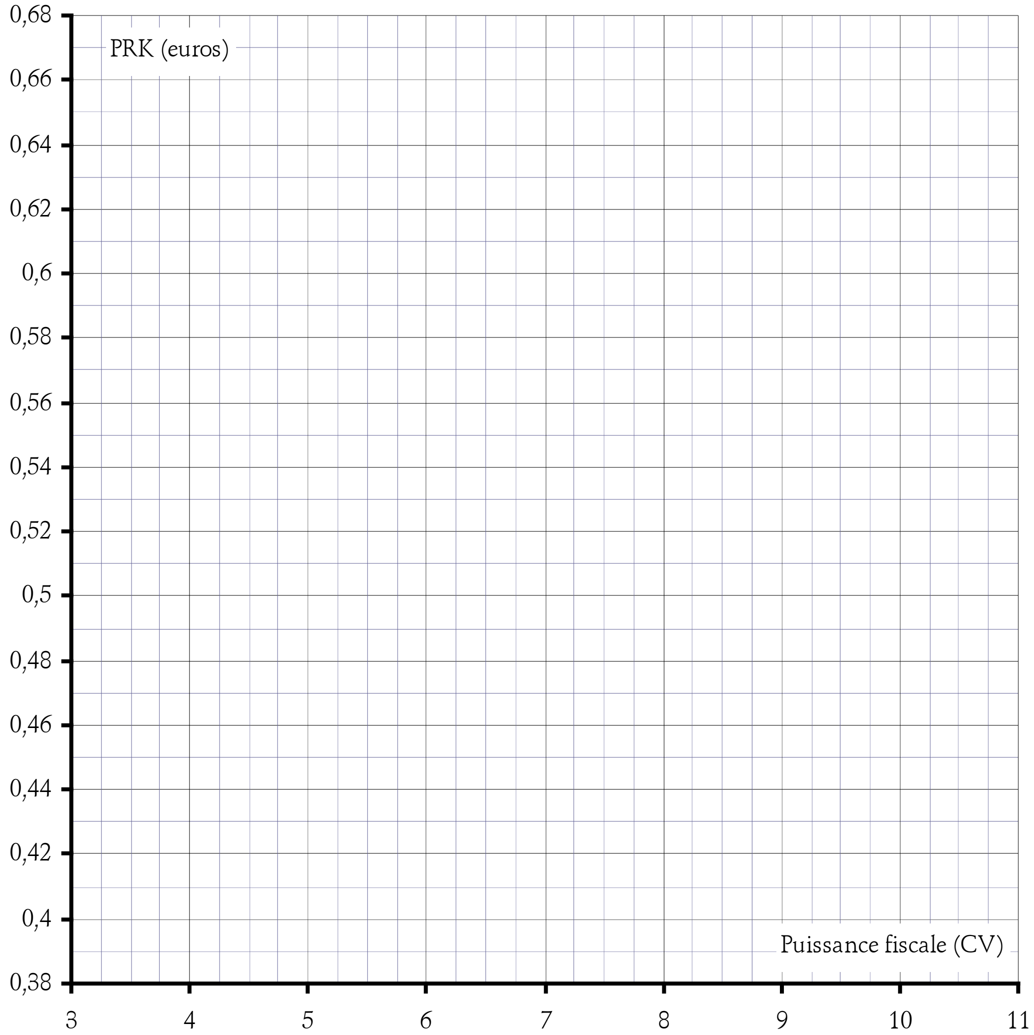
Partie n°2

On admet que la phase de fonctionnement du condensateur est assimilée à une fonction du temps dont le relevé effectué à l'ordinateur est donné en annexe 3.

En utilisant le tracé et les résultats de la première partie, répondre aux questions suivantes :

* Quelle est la tension minimale aux bornes du condensateur ?
* Quelle est la durée de charge du condensateur ?

ANNEXE N°1 à rendre avec la copie

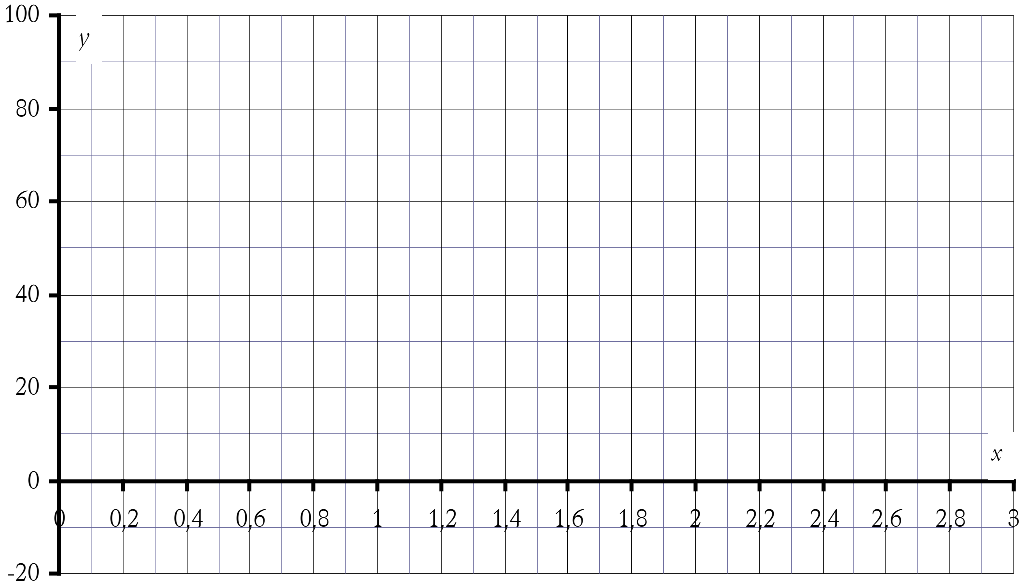


ANNEXE N°2 à rendre avec la copie

Tableau de valeurs

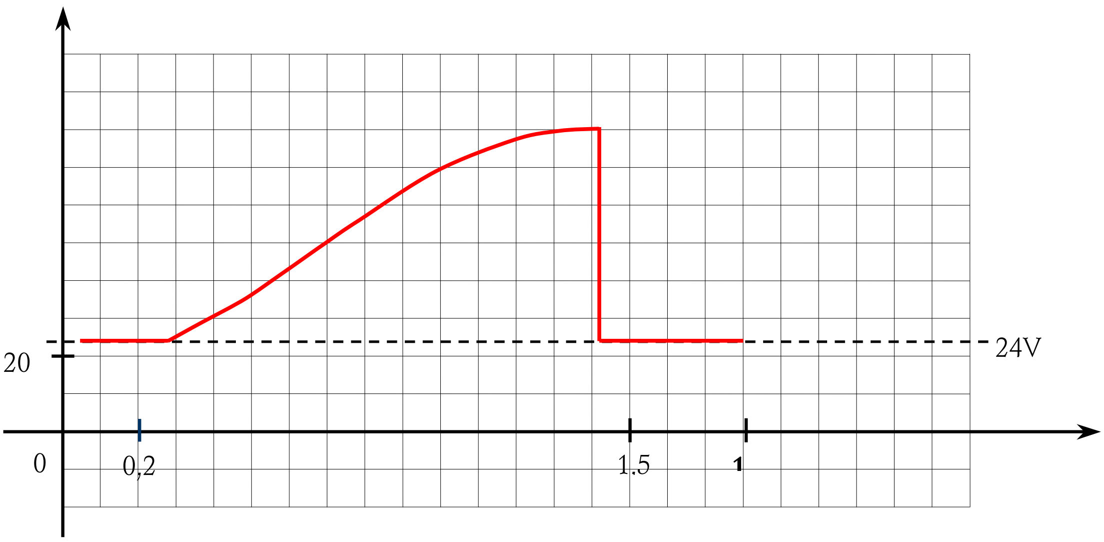
x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$f(x)$	-2		33,2		58,8			79,2		80,8	78

Représentation graphique de la fonction f



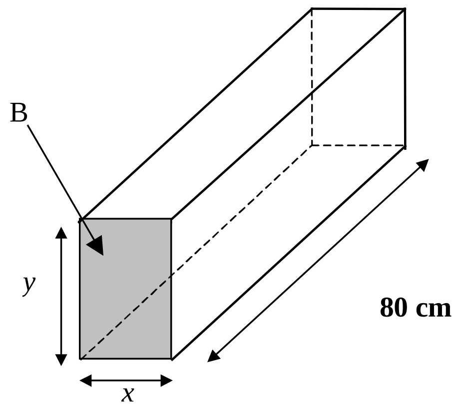
ANNEXE 3

Tracé de la phase de fonctionnement du condensateur



6. France, septembre 2004

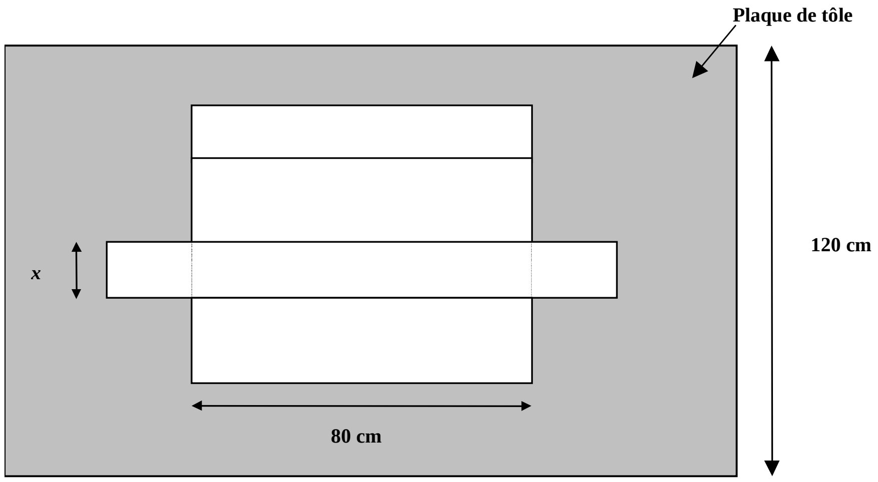
L'objectif est de fabriquer à partir d'une plaque de tôle un réservoir de gasoil ayant la forme d'un parallélépipède rectangle avec un volume maximum.



La base B de ce volume, est grisée sur le dessin ci-dessus. Les dimensions de ce réservoir sont :

x : largeur en cm, y : hauteur en cm, profondeur : 80 cm.

Le patron de ce parallélépipède a la forme suivante :



PREMIERE PARTIE (5 points).

Pour pouvoir positionner le réservoir dans son emplacement, ses dimensions doivent respecter les deux conditions suivantes :

- la largeur x du réservoir est inférieure ou égale à 60 cm.
- la hauteur y du réservoir est inférieure ou égale à 60 cm.

1. Compléter la légende du patron sur l'Annexe 1 par les lettres x ou y.
2. La tôle dans laquelle le réservoir est découpé est de forme rectangulaire de largeur 120 cm.

Le périmètre de la base B doit donc être inférieur ou égal à 120 cm. Traduire cette condition par une inégalité.

3. Représenter sur l'annexe 1 la droite D d'équation : $x + y = 60$.
4. Sur l'annexe 1, hachurer l'ensemble des points vérifiant les inéquations suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 60 \\ x + y \leq 60 \end{cases}$$

5. Est-il possible de fabriquer les réservoirs R_1, R_2 et R_3 avec les dimensions de base ci-dessous ?

a. R_1 : largeur de 50 cm et hauteur de 40 cm.

b. R_2 : largeur de 30 cm et hauteur de 30 cm.

c. R_3 : largeur de 20 cm et hauteur de 35 cm.

DEUXIEME PARTIE (10 points).

L'objectif principal est de connaître la contenance maximum du réservoir. Pour avoir le moins de pertes possibles dans la découpe, il est décidé d'utiliser 1,20 m de largeur de tôle. Pour cela le périmètre de la base B du réservoir doit être égal à 120 cm.

1. Déterminer la hauteur y du réservoir en fonction de la largeur x.

2. Déterminer le volume V du réservoir en fonction de x.

3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 60] par : $f(x) = -80x^2 + 4800x$.

a. Calculer la dérivée f'.

b. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 60].

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

d. En déduire la valeur pour laquelle la fonction f admet un maximum.

e. Calculer ce maximum.

f. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'Annexe 2.

g. Représenter graphiquement la fonction f sur l'Annexe 2.

4. Quelle est donc la largeur x du réservoir pour avoir un volume maximum ?

5. Quel est le volume maximum en cm^3 ?

6. En déduire la contenance maximum de ce réservoir en litres.

7. Il est maintenant décidé de fabriquer un réservoir pouvant contenir 70 litres de gasoil.

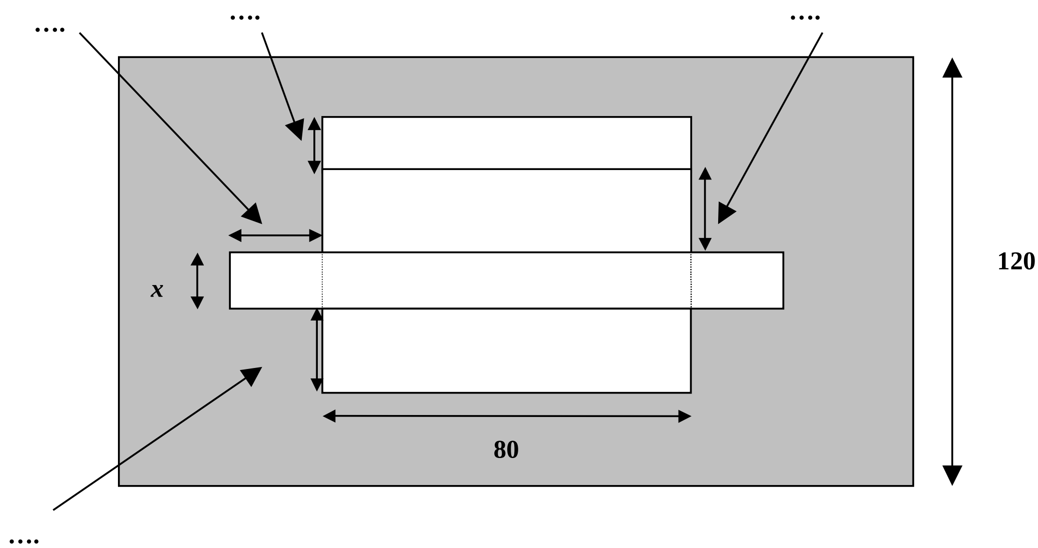
a. Etablir une équation permettant de traduire cette contrainte.

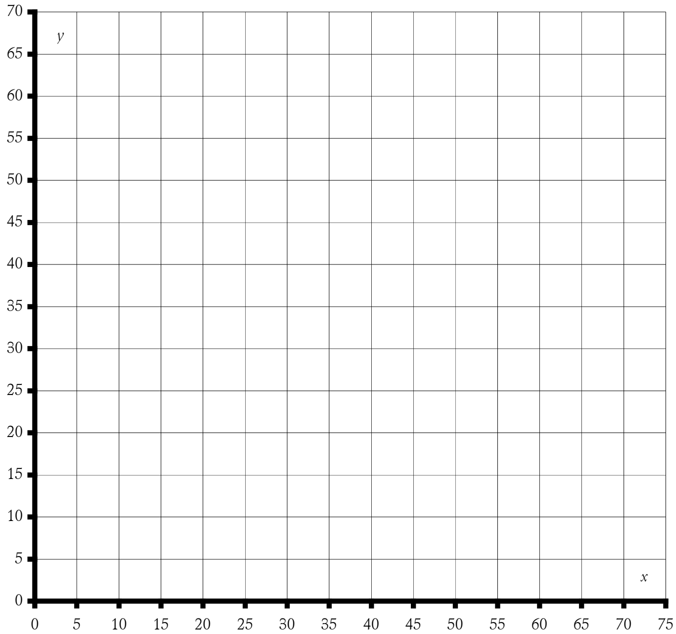
b. Résoudre l'équation du second degré suivante : $80x^2 - 4800x + 70\,000 = 0$.

c. Quelles sont les deux largeurs possibles du réservoir pour avoir une capacité de 70 litres ?

d. En déduire les hauteurs correspondantes.

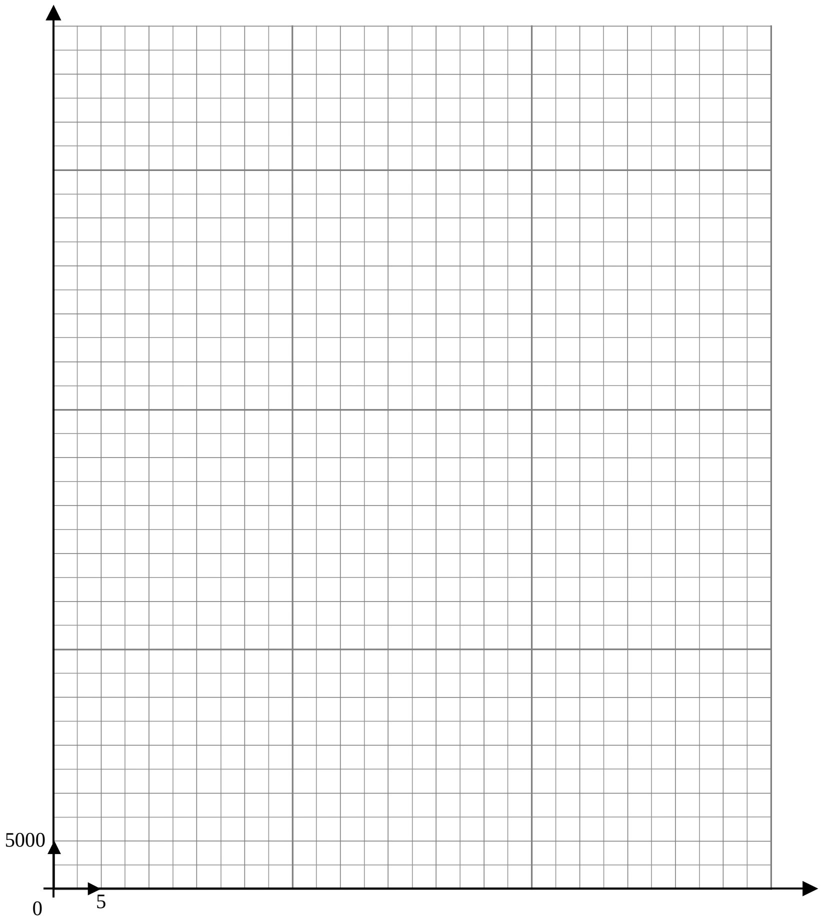
ANNEXE 1 (A rendre avec la copie)





ANNEXE 2 : (A rendre avec la copie)

x	0	10	20	40	50	60
$f(x)$						



7. Nouvelle Calédonie, juin 2003

Exercice 1 (9 points)

A. La consommation d'essence C d'un véhicule peut s'exprimer en fonction de la vitesse v sous la forme :

$$C(v) = av + \frac{b}{v}, \ v \text{ en km/h et } C \text{ en L}$$

Deux essais ont donné les résultats suivants :

v	100	80
C	7,5	6,675

1. Ecrire le système à deux équations deux inconnues permettant de déterminer a et b et montrer qu'il est équivalent à : $\begin{cases} 750 = 10\,000a + b \\ 534 = 6\,400a + b \end{cases}$.

2. Résoudre ce système et déterminer a et b.

B. Dans la suite du problème on admet que la consommation d'essence C est définie par la fonction :

$$C(v) = 0{,}06v + \frac{150}{v}$$

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction C, notée C' et montrer que $C'(50) = 0$.

2. Représenter le tableau de variation de la fonction C sur l'intervalle [20 ; 130].

3. Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1 puis tracer la courbe représentative de la fonction C sur l'annexe 1.

C. En déduire la vitesse à laquelle il faut rouler pour que la consommation soit minimale ; quelle est cette consommation ?

Exercice 2 (6 points)

La cavité reçevant les clignotants de ce véhicule a la forme d'une pyramide de base triangulaire ABC et de sommet S.

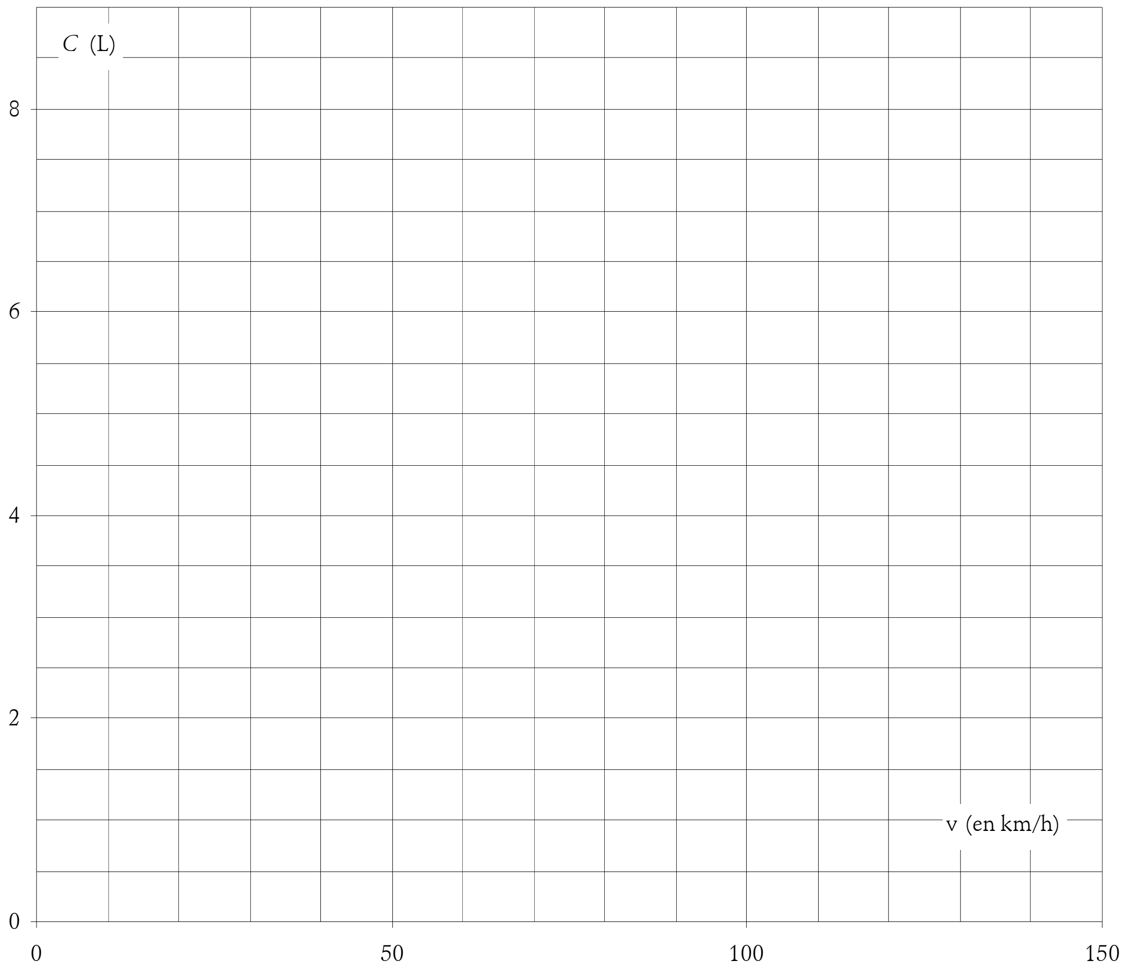
1. Dans le repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'unité 1 cm de l'annexe 2, compléter le modèle de la pyramide sachant que les coordonnées des points sont :

A (0 ; 2 ; 0) ; B (1 ; 8 ; 0) ; C (3 ; 2 ; 0) et S (3 ; 2 ; 6).

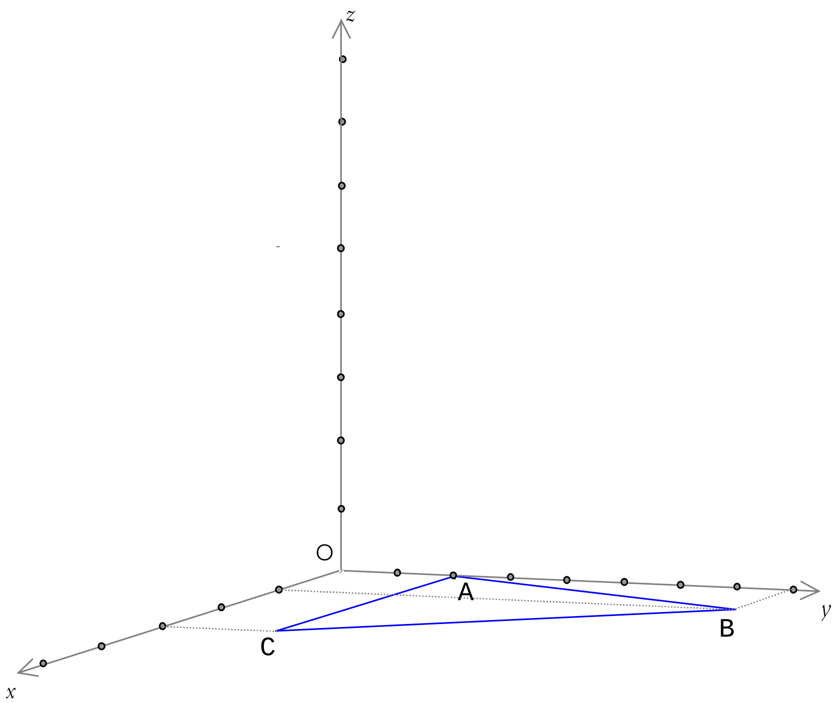
2. Calculer les longueurs des segments SB, SC, BC au centième. Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{BSC}$ au degré près.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

v(km/h)	20	30	40	50	80	100	120	130
C (L)					6,675	7,5		



Annexe 2 (à rendre avec la copie)



8. Antilles Guyane, Polynésie juin 2003

Exercice I : (4 points)

Pollution au dioxyde de carbone

L'évolution des émissions de dioxyde de carbone (CO_2 en millions de tonnes par an) pour les véhicules essence et diesel au cours des dix dernières années est donnée dans le tableau ci- dessous : (données SES)

Années	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Quantité de CO_2 millions de tonnes par an	61	63	63	64	62	65	64	66	62	64	68	66

1. Compléter le graphique de l'annexe 1.

2. Le nuage de points représentés sur l'annexe 1 peut être approché par la droite d'ajustement d'équation :

$$y = 0,3776x - 689,5.$$

a. Construire la droite sur l'annexe 1.

b. Calculer les coordonnées du point moyen.

c. Vérifier que le point moyen est sur cette droite.

3. A l'aide de l'équation de la droite, calculer une estimation de la quantité de dioxyde de carbone émis en 2005 (arrondir à l'unité). Vérifier graphiquement le résultat.

Les constructeurs automobiles recherchent à limiter les émissions de gaz d'échappement et de CO_2 ainsi que les nuisances sonores des automobiles.

Pour apporter une solution radicale à ces problèmes, certains constructeurs ont conçu des véhicules électriques.

Exercice II : (11 points)

Etude comparée du couple moteur d'un véhicule AX électrique et d'un véhicule AX diesel.

A. Etude d'une fonction

Soit *f* la fonction définie sur [1 ; 6] par $f(x) = 0,6x^3 - 9x^2 + 34,4x + 52,418$.

1. Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 2 (arrondir à l'unité).

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de *f.*

3. Résoudre l'équation $1,8x^2 - 18x + 34,4 = 0$ (arrondir les résultats au dixième).

4. Déterminer le signe du polynôme $1,8x^2 - 18x + 34,4$ dans l'intervalle [1 ; 6].

5. Compléter le tableau de variation de la fonction *f* sur l'annexe 2.

6. Tracer la courbe représentative de la fonction *f* sur le repère de l'annexe 2 (dans le même repère, se trouve une courbe déjà tracée).

B. Comparaison des couples moteurs de l'AX Diesel et de l'AX électrique

Pour l'AX diesel, la variation du couple *C* (en Nm) en fonction de la vitesse de rotation *x* (en milliers de tr/min) est donnée par la relation : $C = f(x) = 0,6x^3 - 9x^2 + 34,4x + 52,418$.

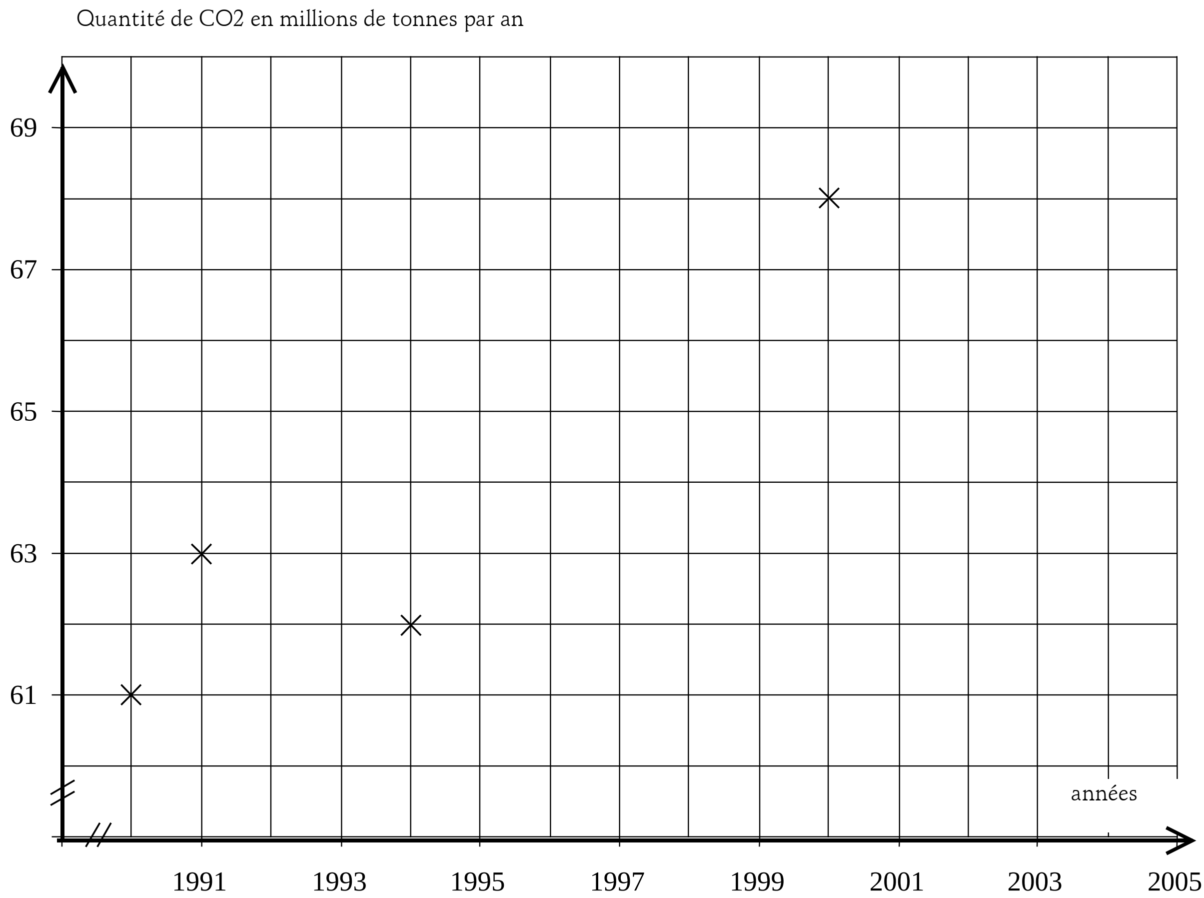
Pour l'AX électrique, la courbe représentée sur l'annexe 2 correspond à la variation du couple C en fonction de la vitesse de rotation du moteur.

1. D'après le graphique, pour quelle vitesse de rotation du moteur le couple est-il maximum pour l'AX diesel ? Quelle est la valeur de ce couple ?

2. A cette vitesse de rotation, quelle est la valeur du couple pour l'AX électrique. Ce couple est-il maximum ?

3. Pour tracter une caravane, il faut que le couple varie le moins possible en fonction du régime du moteur. Lequel des 2 moteurs vous paraît le mieux adapté ? Justifier votre réponse.

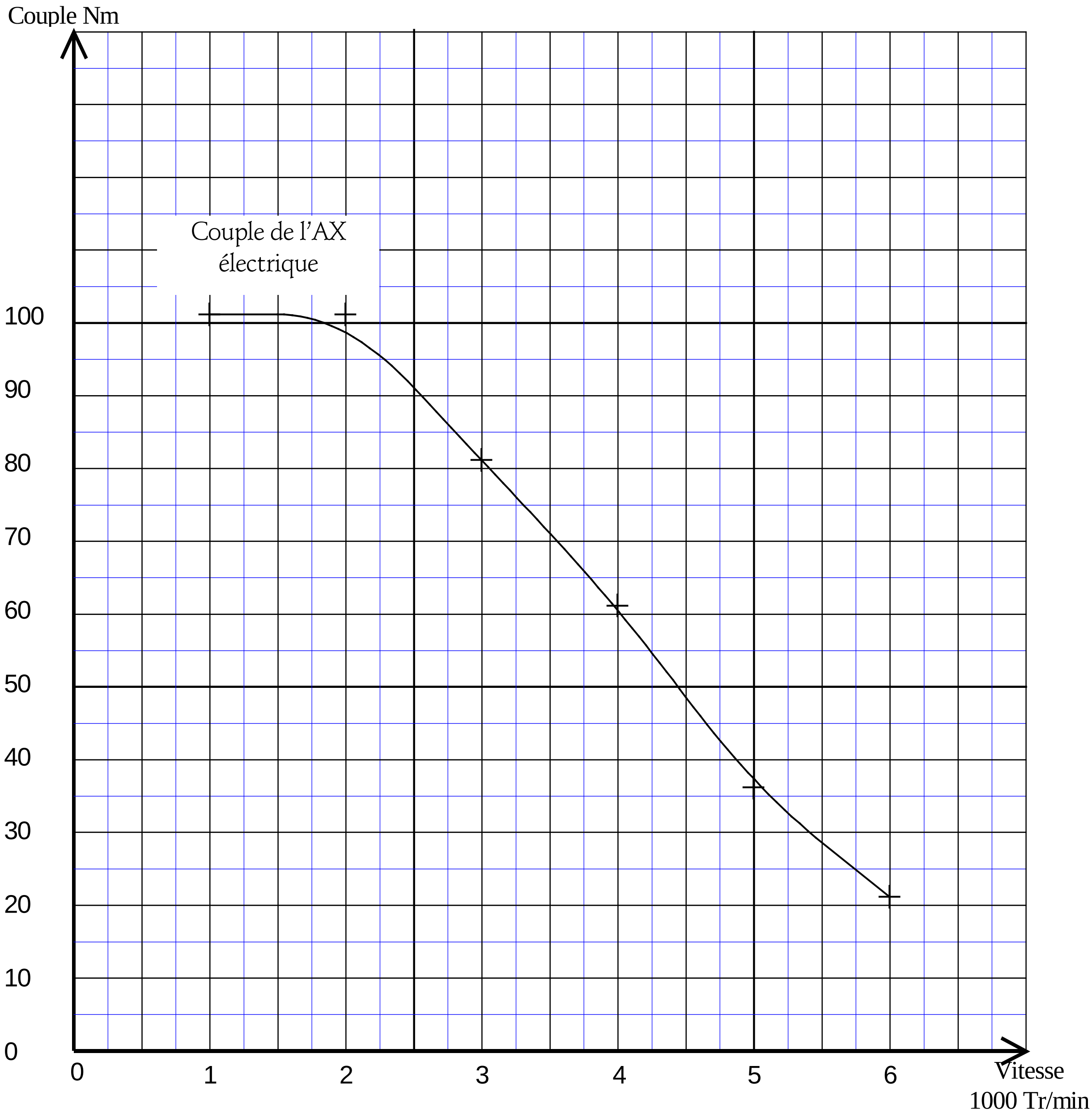
ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)



ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	78					64

x	1 6
$f'(x)$	0
$f(x)$	



9. France, septembre 2003

Exercice n°1 : étude d'une fonction (10 points)

Afin de découvrir les raisons possibles d'une panne dans le circuit de refroidissement d'un véhicule type PEUGEOT 406 1,6i., un technicien se propose d'étudier les variations de la résistance de la sonde « température d'eau » en fonction, de la température du liquide dans le circuit de refroidissement.

Ces variations sont données par la relation suivante : $R = 0,58T^2 - 116T + 6000$.

T : température en °C ; R : résistance de la sonde en Ω ; T varie de 0°C à 100°C.

Partie 1 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 100] par : $f(x) = 0,58x^2 - 116x + 6000$.

1. Compléter le tableau en annexe 1, à rendre avec la copie.

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

3. Etudier le signe de $f'(x)$ puis compléter le tableau de variation de la fonction f sur l' annexe 1 à rendre avec la copie.

4. Tracer la représentation graphique C_f de la fonction f dans le repère donné en annexe 1, à rendre avec la copie.

5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 50. Tracer cette tangente dans le même repère que C_f.

6. La fonction f admet-elle un minimum ? Si oui, préciser en quel point.

7. Résoudre sur l'intervalle [0 ; 100], l'équation: : $f(x) = 2000$. Arrondir la ou les solutions à l'unité.

Partie 2 :

En utilisant les résultats précédents :

1. Quelle est la valeur minimale que peut mesurer le technicien aux bornes de la sonde de température d'eau ?

2. A quelle température mesurera-t-il une résistance de 2 000 Ω ?

Exercice n°2 : Statistiques à deux variables (5 points)

Dans le magasin d'un garage automobile, les fiches de stock sont tenues de façon manuelle.

Voici le récapitulatif des ventes depuis le début du mois d'avril 2002 concernant l'article le plus vendu : les garnitures de freins, référence 5509.

Dates	01/04/02 au 06/04/02	08/04/02 au 13/04/02	15/04/02 au 20/04/02	22/04/02 au 27/04/02	29/04/02 au 04/05/02	06/05/02 au 11/05/02	13/05/02 au 18/05/02	20/05/02 au 25/05/02
Rang de la semaine	1	2	3	4	5	6	7	8
Stock (fin de semaine)	30	26	25	23	19	16	16	13

On se propose d'étudier les variations du stock en fonction du rang de la semaine.

1. Représenter la série statistique par un nuage de points, dans le repère en annexe 2, à rendre avec la copie. Echelle : 1 cm pour 1semaine en abscisse, 1 cm pour 5 garnitures en ordonnée.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points représentés en 1.

3. On prend pour droite d'ajustement affine la droite D d'équation : $y = -2{,}44x + 32$.

Tracer cette droite dans le repère précédent.

4. Vérifier par le calcul que le point G appartient à la droite D.

5. Pour éviter la rupture du stock de garniture de frein on fixe le seuil d'alerte à 8 unités.

Déterminer graphiquement puis par le calcul, le rang de la semaine à partir duquel ce seuil est atteint.

Sachant que le délai de livraison est de 2 semaines, à quel moment faudra-t-il passer commande ?

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice 1

tableau de valeurs

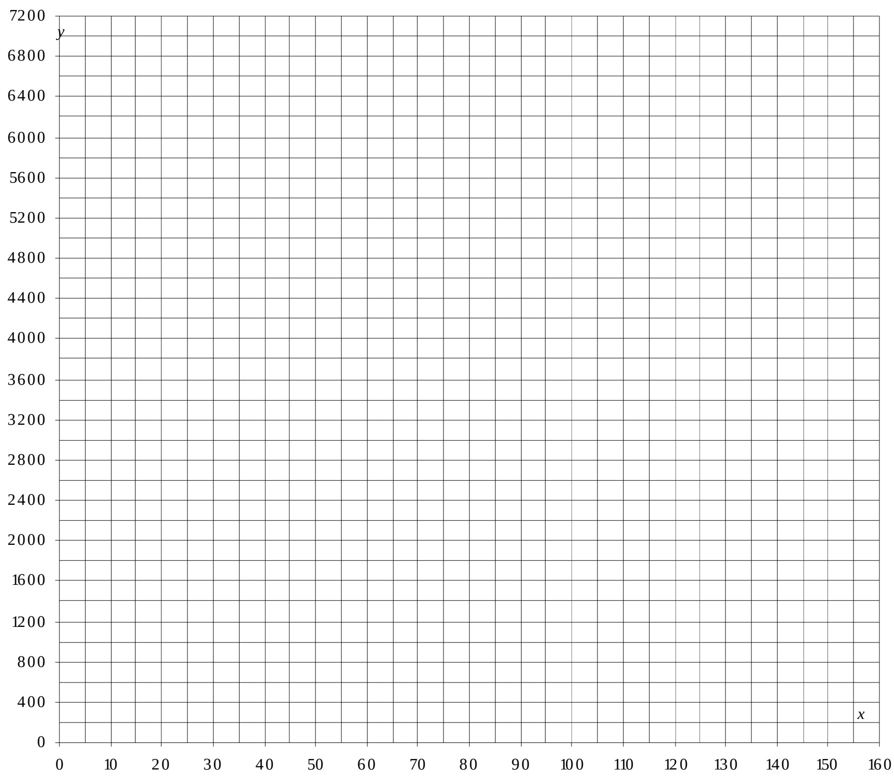
x	0	20	40	60	80	100
$f(x)$	6000			1128		

tableau de variations

x	0 100
$f'(x)$	

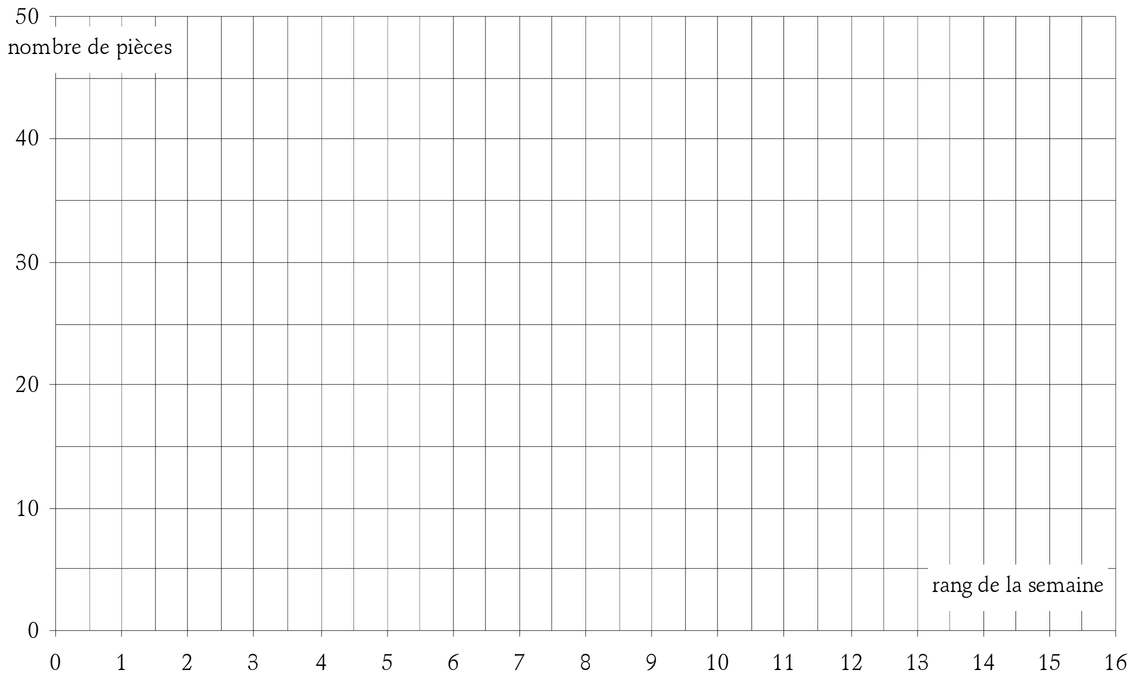
$f(x)$	

Représentation graphique :



ANNEXE 2 : à rendre avec la copie

Exercice 2



10. France, juin 2003

Exercice n°1 : étude d'une démarche « Qualité ». (7 points)

Dans le cadre de la démarche « Qualité », un garage propose deux options de services à sa clientèle:

* 1ère option : effectuer un pré-contrôle technique,

* 2ème option : effectuer un bilan technique complet avant remise des clés.

A cette fin, M. LEGRAND, patron du garage, a embauché un agent spécialisé dans la démarche « Qualité ».

* Le pré-contrôle technique d'un véhicule mobilise le pont élévateur du garage pendant 15 min et nécessite la présence de l'agent pendant 15 min.

* Le bilan technique complet d'un véhicule avant remise des clés mobilise le pont élévateur du garage pendant 20 min et nécessite la présence de l'agent pendant 40 min.

L'agent « Qualité » est présent 7 h par jour.

Le pont élévateur est disponible pour cette démarche « Qualité » pendant 5 h par jour.

Partie 1

Il y a 7 véhicules en pré-contrôle technique et 5 véhicules en bilan technique complet, calculer, en minutes, le temps d'utilisation du pont élévateur et le temps de travail de l'agent « Qualité ».

Partie 2

On appelle x le nombre de véhicules pour un pré-contrôle technique par jour (1ère option).

On appelle y le nombre de véhicules nécessitant un bilan technique complet (2ème option).

1. Compléter le tableau de contraintes figurant sur l'annexe 1:

2. Montrer que les contraintes se traduisent par le système d'inéquations : $\begin{cases} 3x + 4y \leq 60 \\ 3x + 8y \leq 84 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

3. Tracer, dans le repère situé en annexe 1,

– la droite (D_1) d'équation $3x + 4y = 60$

– la droite (D_2) d'équation $3x + 8y = 84$.

4. Résoudre graphiquement le système d'inéquations établi en question 2, en hachurant pour chacune des inéquations la région du plan qui ne convient pas.

Partie 3 :

Le chef d'atelier est chargé de prendre les rendez-vous avec les clients. Peut-il accepter :

* 10 véhicules en pré-contrôle ($1^{ère}$ option) et 8 véhicules en bilan technique complet ($2^{ème}$ option) ?
* 8 véhicules en pré-contrôle ($1^{ère}$ option) et 7 véhicules en bilan technique complet ($2^{ème}$ option) ?

(Vous placerez les points correspondants dans le repère de l'annexe 1 et rédigerez votre réponse).

Exercice 2 : Étude de rentabilité. (8 points)

Partie 1

Cette opération de démarche « Qualité » induit des frais fixes s'élevant à 60 euros par jour, et des frais variables s'élevant à 2 euros par véhicule traité.

On appelle x le nombre de véhicules quotidiens subissant cette opération d'entretien.

1. Exprimer le coût total par jour $C(x)$ en fonction du nombre x de véhicules.
2. Le coût par véhicule, noté $f(x)$, peut s'écrire $\frac{C(x)}{x}$. Exprimer ce coût en fonction de x.

Partie 2

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{60}{x} + 2$, $x \in [1 ; 20]$.

1. Calculer $f'(x)$, f' désignant la fonction dérivée de la fonction f.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f.
3. Compléter le tableau de valeurs en annexe 2.
4. Tracer la représentation graphique de la fonction f, en annexe 2, à rendre avec la copie.
5. a. Représenter dans le repère précédent, la droite (D) d'équation $y = 10$.

b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 10$.

Partie 3

L'opération est facturée 10 euros par véhicule. Elle sera dite « rentable » si le prix facturé au client est supérieur au coût par véhicule.

Déterminer le nombre minimum de véhicules pour satisfaire cette condition.

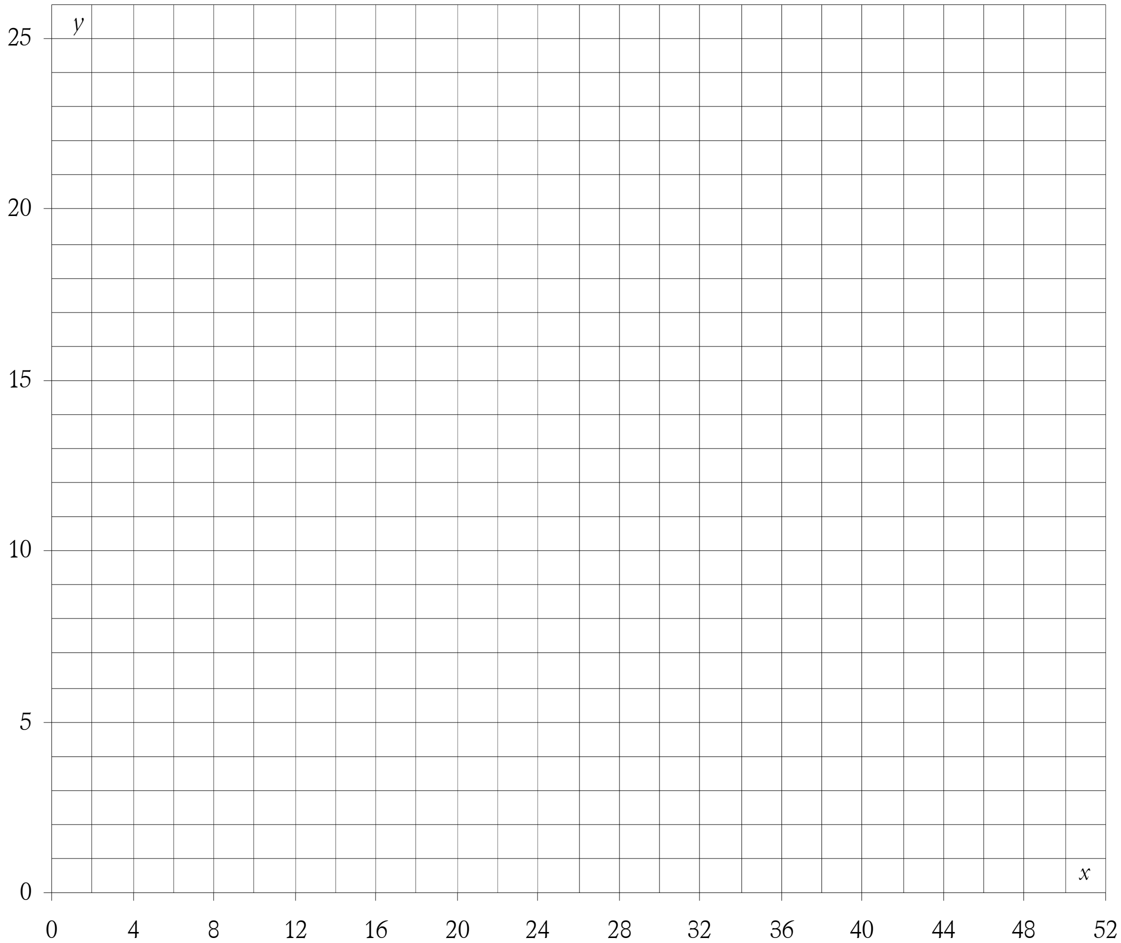
Annexe 1 : Exercice 1

A RENDRE AVEC LA COPIE

Tableau de contraintes

	Pré-contrôle technique	Bilan technique complet	Maximum / jour (en min)
Temps d'utilisation du pont élévateur			
Temps de travail de l'agent « Qualité »			

Représentation graphique

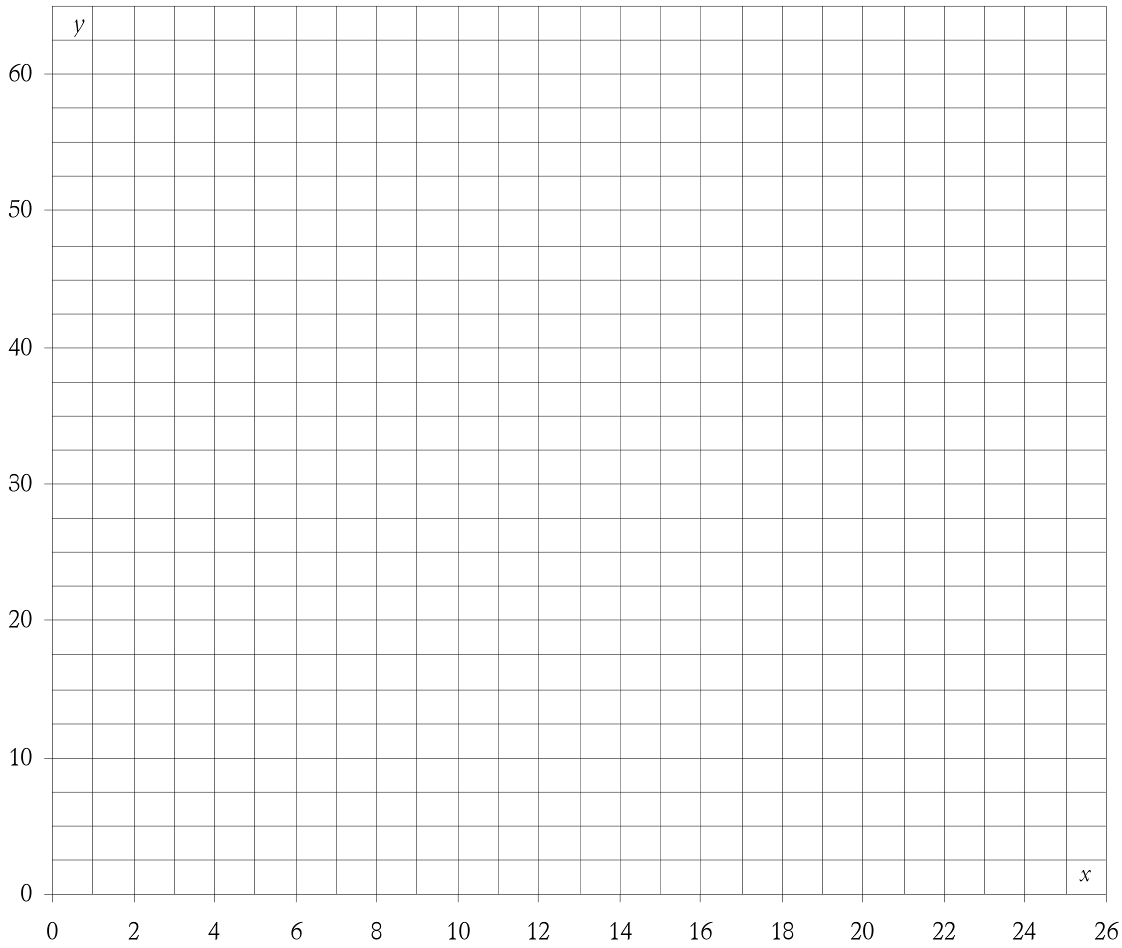


Annexe 2 : Exercice 2.

<u>A RENDRE AVEC LA COPIE</u>

Tableau de valeurs

x	1	2	4	6	8	12	16	20
$f(x)$	62				9,5			


y
60
50
40
30
20
10
0
x
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26