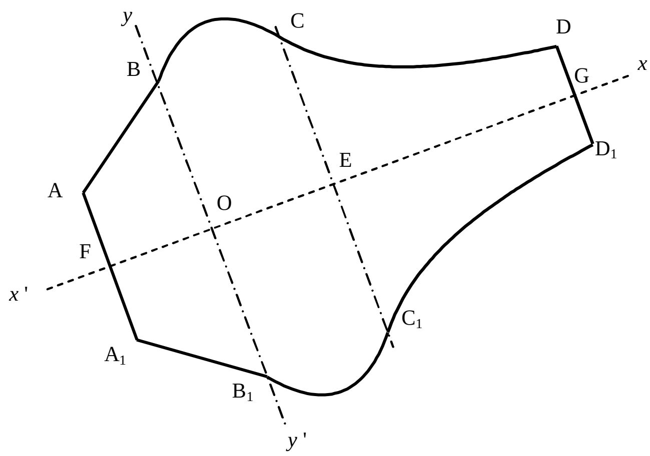
Baccalauréat Professionnel

Productique Bois, Ebénisterie

1. Productique bois, France, juin 2006

Exercice 1 : Etude d'un contour (11 points)



Le dessin ci-dessus représente une pièce d'un jouet en bois. La droite ($x'x$) est un axe de symétrie pour cette pièce.

Les points A_1, B_1, C_1 et D_1 sont respectivement les symétriques des points A, B, C et D.

[AB] est un segment de droite ; $\overset{\frown}{BC}$ est un arc de parabole ; $\overset{\frown}{CD}$ est un arc d'hyperbole.

On donne les longueurs suivantes :

AA_1 = 6 cm ; BB_1 = 12 cm ; CC_1 = 12 cm ; DD_1 = 4 cm; OF = 2 cm ; OE = 4 cm ; OG = 12 cm.

1. Dans le repère orthonormal défini dans l'annexe :

1.1. donner les coordonnées des points B, B_1, A et A_1 ;

1.2. placer ces points.

2. Etude de l'arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$

2.1. L'arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(x) = -0,375x^2 + 1,5x + 6 .$$

Vérifier que les points B et C appartiennent à cet arc de parabole.

2.2. Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

2.3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

2.4. Compléter le tableau de variation de la fonction f.

x	0 4
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

2.5. Compléter le tableau de valeurs de f, arrondies à 0,1.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	6	6,7	7,1			7,4			

2.6. Dans le repère défini dans l'annexe, tracer l'arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$.

3. Etude de l'arc d'hyperbole $\overset{\frown}{CD}$

3.1. L'arc d'hyperbole $\overset{\frown}{CD}$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle [4 ; 12] par : $g(x) = \frac{a}{x}$. Montrer que $g(x) = \frac{24}{x}$.

3.2. Soit g' la fonction dérivée de g. Calculer $g'(x)$.

4. Etude des raccordements

4.1. Raccordement en C :

a. Vérifier que $g'(4) = -1,5$.

b. Calculer $f'(4)$.

c. Que peut-on dire des tangentes en C aux deux courbes ?

4.2. Raccordement en B

a. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

b. Calculer $f'(0)$.

c. Que peut-on dire de la droite (AB) par rapport à l'arc de parabole au point B ?

d. Dans le repère de l'annexe, terminer le tracé du contour de la pièce de bois.

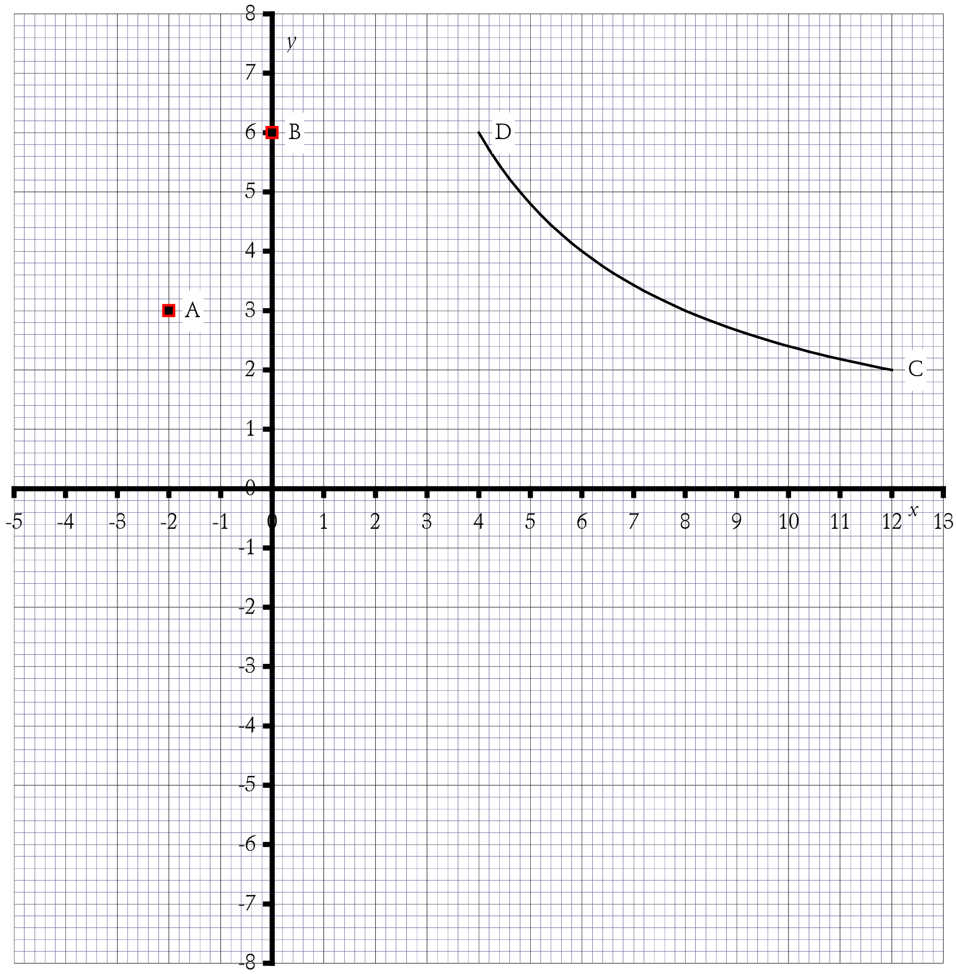
Exercice 2 : Etude de rentabilité (4 points)

Une entreprise vend 500 jouets la première année et prévoit une progression annuelle de ses ventes de 12 %.

1. Déterminer la nature de la suite constituée par les productions annuelles successives en précisant son premier terme U_1 et sa raison q.
2. Calculer la somme des cinq premiers termes de la suite.
3. Calculer U_6.
4. L'année où la production totale atteint 4 000 jouets, on renouvelle le parc machines. En quelle année faudra-t-il prévoir ce renouvellement ?

ANNEXE (à rendre avec la copie)

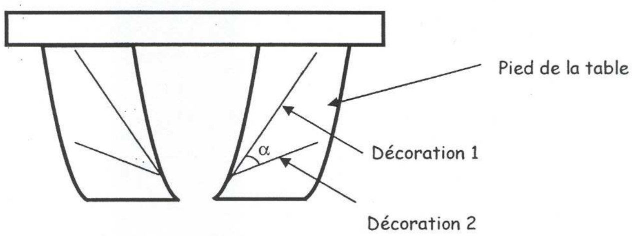
Représentation graphique


y
x
A
B
C
D
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

2. Productique bois, France, juin 2005

Un artisan souhaite étudier le tracé d'un pied d'une table basse de salon.

Exercice 1 : Etude du contour et des motifs de décoration (10 points)



I. Tracé du contour du pied de la table.

L'objet de cette étude est de tracer une partie du contour du pied. On se place dans le repère orthonormal en annexe.

1. Soient A le point de coordonnées (0 ; 2) et B de coordonnées (3 ; 12,5). Placer ces deux points.

2. Soit f la fonction définie dans l'intervalle [0 ; 3] par : $f(x) = x^2 + 0,5x + 2$.

2.1. Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

2.2. Résoudre l'inéquation $f'(x) > 0$ sur l'intervalle [0 ; 3].

2.3. Compléter le tableau de variation de f.

x	0 3
Signe de $f'(x)$	
Variations de f	

2.4. Compléter le tableau de valeurs de $f(x)$.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$							

2.5. Tracer la courbe (C_1), représentative de la fonction f, dans le repère de l'annexe.

3. Soit la fonction g définie sur l'intervalle [6 ; 9]. La représentation graphique de g est la courbe (C_2) passant par les points C (9 ; 12,5) et D (6 ; 2). La courbe (C_2) est tracée dans le repère de l'annexe.

L'équation de cette courbe est de la forme $y = x^2 + ax + b$.

A partir des coordonnées des points C et D, déterminer a et b.

4. Tracer le segment [AD] et le segment [BC].

II. Tracé des motifs de décoration du pied de la table.

1. Soit le point E(0,5 ; 2,5) dans le repère de l'annexe. Montrer que E est sur la courbe (C_1).

2. L'équation de la tangente (T) au point de coordonnées $\left(x_0 ; f(x_0)\right)$ à la courbe (C_1) est de la forme :

$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.

2.1. Sachant que $f'(0,5) = 1,5$ déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_1) au point E.

2.2. Soit le point F(7 ; 12,25). Montrer que ce point appartient à la tangente (T).

3. Tracer le segment [EF] qui constitue le motif de la décoration 1.

4. Soit le point G(7 ; 5), tracer le segment [EG] qui constitue le motif de la décoration 2.

Exercice 2 : Etude de la décoration du pied de table (5 points)

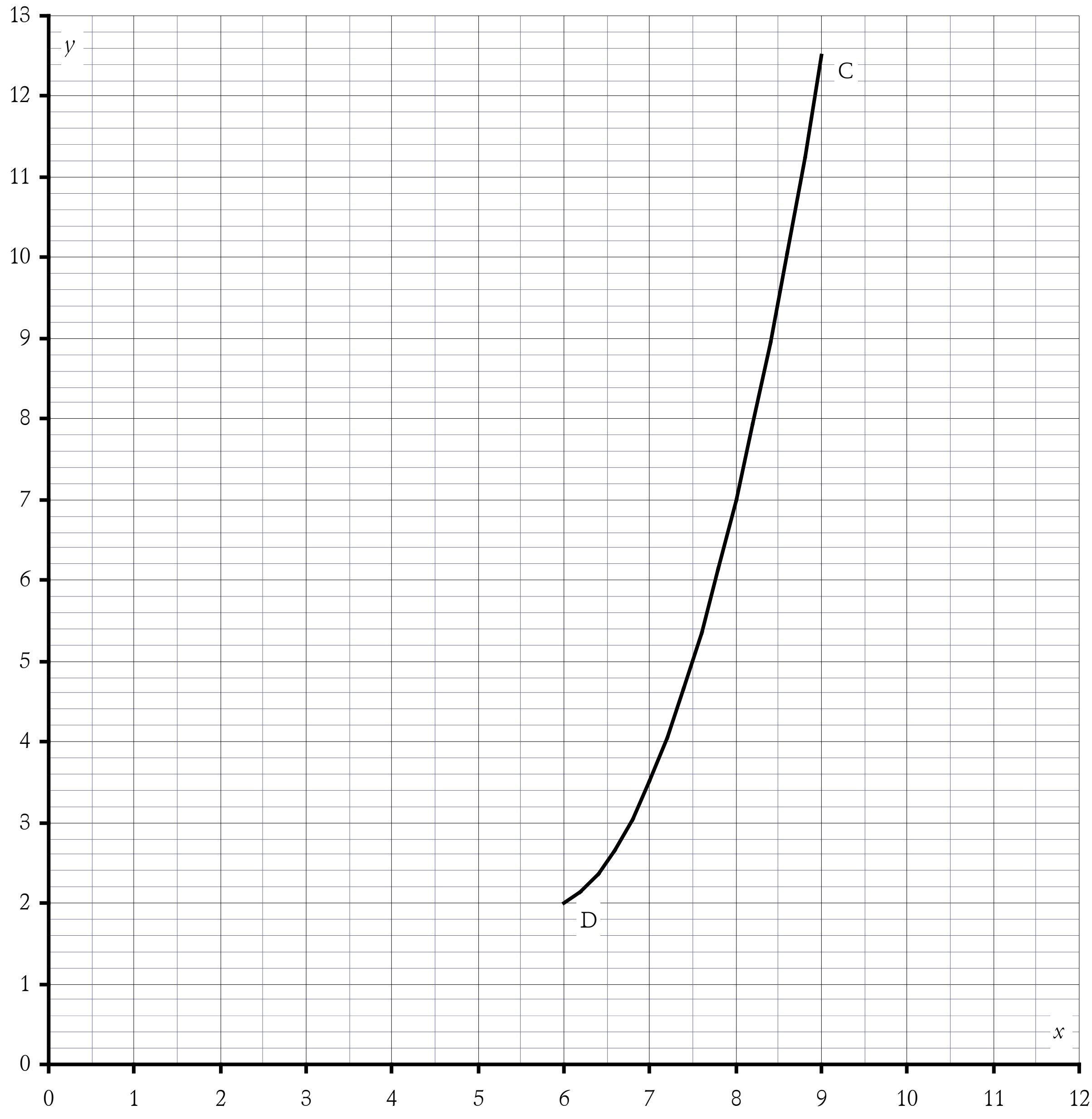
Dans le repère orthonormal de l'annexe, soient les points E(0,5 ; 2,5) et G(7 ; 5).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG}$.

3. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ en donnant les valeurs exactes puis les valeurs approchées à 0,1 près.

4. Déterminer, arrondie au degré, une mesure α de l'angle $\left(\overrightarrow{EF} ; \overrightarrow{EG}\right)$.



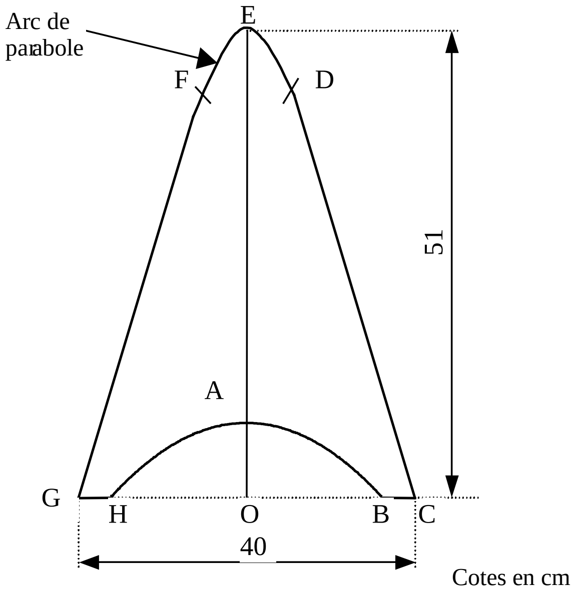
3. Productique bois, France, juin 2004

Les deux exercices sont indépendants.

On étudie la fabrication d'un piètement de table.

EXERCICE 1 (11 points) : Etude de la fabrication

Le piètement de table a la forme ABCDEFGHA représentée ci-contre (d'après un modèle de table à thé Louis Sorel, merisier verni, 1910).



Le piètement est symétrique par rapport à l'axe (AE). FED et HAB sont des arcs de parabole.

Une partie de la forme est tracée dans le repère (en fin de sujet). L'objet de l'étude est de terminer ce tracé.

1. Placer les points C, E et G sur le repère.

2. Etude de l'arc de parabole FED

2.1. Equation de la parabole

On se propose de déterminer les nombres a et c tels que la parabole d'équation $y = ax^2 + c$ passe par les points E et D.

2.1.a. Sachant que les coordonnées du point E sont (0 ; 51), déterminer c.

2.1.b. Sachant que les coordonnées du point D sont (6 ; 42), déterminer a.

2.1.c. En déduire l'équation de la parabole.

2.2. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour x appartenant à l'intervalle $[-6\ ;\ +6]$ par $f(x) = -0,25x^2 + 51$.

2.2.a. Soit f' la fonction la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

2.2.b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

2.2.c. Compléter le tableau de variation de f.

x	-6 6
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

2.2.d. Compléter le tableau de valeurs de $f(x)$.

x	0	2	4	6
$f(x)$				

2.2.e. Dans le repère, tracer l'arc de parabole FED.

3. Etude du raccordement au point D

3.a. Calculer $f'(6)$.

3.b. En déduire le coefficient directeur de la tangente (T) en D à l'arc de parabole FED.

3.c. En utilisant les coordonnées des points D et C, déterminer le coefficient directeur de la droite (DC).

3.d. Que peut-on dire de la tangente (T) et de la droite (DC) ?

4. Terminer le tracé du piètement.

EXERCICE 2 (4 points) : Etude de la production

La production des tables a démarré au 1er juin 2003 et a augmenté ensuite de 4 % par mois.

Soit P_1 la production mensuelle pour le premier mois, P_2 la production mensuelle pour le deuxième mois, …, P_n la production mensuelle pour le $n^{\text{ième}}$ mois.

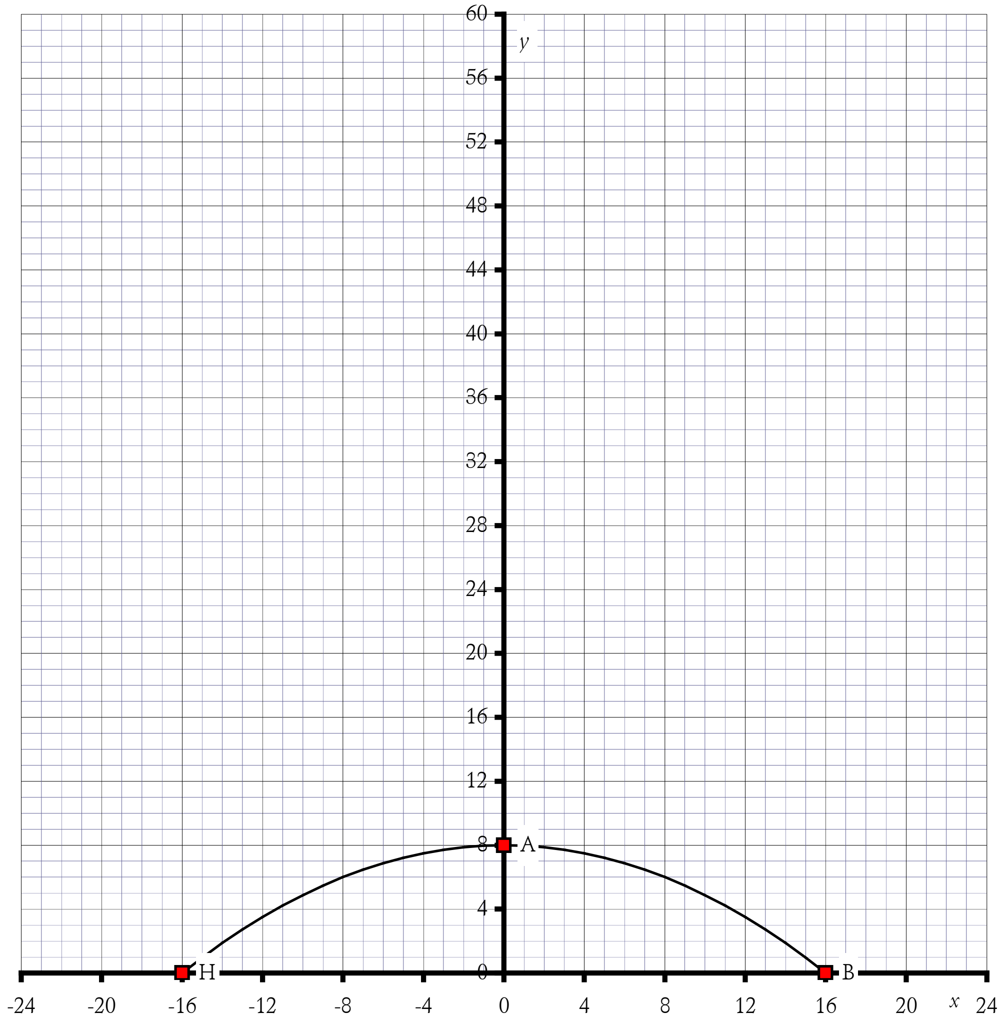
1. Quelle est la nature et la raison de cette suite ?

2. Exprimer P_n en fonction de P_1 et de n.

3. La production en juin 2004 est : $P_{13} = 64$.

Quelle a été la production en juin 2003 ? Arrondir à l'unité.

4. Calculer la production totale entre le 1er juin 2003 et le 30 juin 2004.



60
y
56
52
48
44
40
36
32
28
24
20
16
12
8
A
4
0
H
B
-24
-20
-16
-12
-8
-4
0
4
8
12
16
20
x
24

Exercice 1 : traitement statistique d'un contrôle de cote

Le contrôle d'une production de contremarches d'escalier est effectué toutes les heures par prélèvement d'un échantillon de 20 éléments. On effectue un relevé de l'épaisseur de chaque élément.

L'épaisseur nominale est de 18 mm. Une pièce sans défaut est une pièce dont l'épaisseur ne s'écarte pas de plus de 0,5 mm de l'épaisseur nominale.

Les pièces ne correspondant pas à cette exigence sont classées en deux catégories :

Défaut mineur	L'épaisseur s'écarte de 0,5 à 1 mm de l'épaisseur nominale.	Défaut qui ne nécessite pas d'opération de reprise.
Défaut majeur	L'épaisseur s'écarte de 1 à 2 mm de l'épaisseur nominale.	Défaut qui permet d'atteindre le stade suivant sous réserve d'opérations particulières sur cet élément ou un autre.

Lors d'un contrôle on a relevé les épaisseurs suivantes (en mm) :

Epaisseur en mm	16,6	16,8	17,2	17,3	17,6	17,7	17,8	17,9	18	18,2	18,3	18,4	18,8
Effectif	1	1	1	1	3	1	2	2	1	2	1	3	1

1. a. Quel est le nombre de pièces présentant un défaut mineur ?

b. Quel est le nombre de pièces présentant un défaut majeur ?

c. Quel pourcentage de l'échantillon est constitué par des pièces présentant un défaut ?

2. a. Claculer l'épaisseur moyenne de l'échantillon ; arrondir au centième de mm.

b. Si l'épaisseur moyenne s'écarte de plus de 0,25 mm de la cote nominale, un réglage de la machine doit être effectué. Est-ce le cas ?

Exercice 2 (11 points)

L'objectife de cet exercice est de définir les caractéristiques possibles d'un escalier (nombre de marches, hauteur des marches, giron, encombrement au sol) compte tenu des contraintes existantes (hauteur à gravir, échappée, confort d'utilisation, dimensions de la trémie).

La figure 1 représente l'escalier en situation et la figure 2 est un schéma simplifié sur lequel apparaissent :

- la ligne des nez AB (pour cet escalier la distance AB est aussi égale à la longueur du limon),
- la hauteur à gravir H,
- la longueur de la trémie t,
- l'échappée e,
- le giron g,
- la hauteur d'une marche h,
- l'encombrement au sol a.

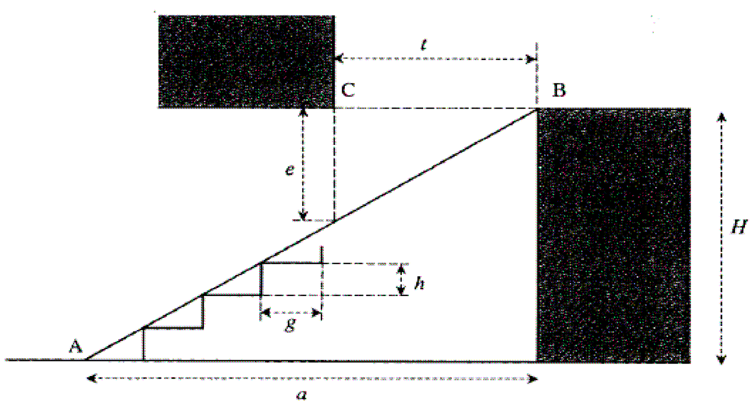


Figure 1

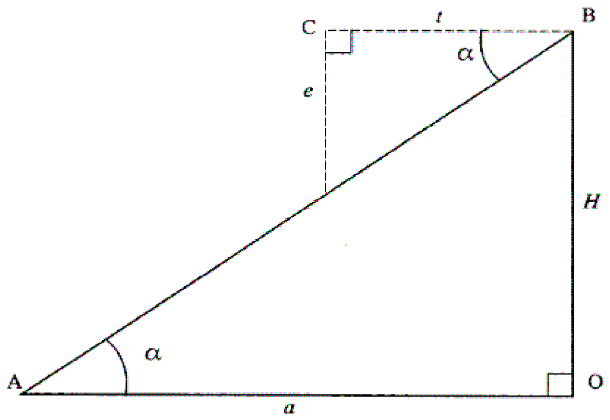


Figure 2

Si on désigne par n le nombre de marches on a donc : $H = n \times h$ et $a = n \times g$.

Partie I (7,5 points)

1. La hauteur à gravir H est de 330 cm et la hauteur h (en cm) d'une marche doit être telle que $16 \leq h \leq 18$. Quels sont les nombres de marches possibles ?

2. On considère que le meilleur confort d'utilisation est obtenu avec un giron g tel que :

$g + 2h = 62$ (formule de Blondel) (contrainte 1)

On impose également $g \times h = 478{,}5$ (contrainte 2)

a. Montrer qu'avec ces deux contraintes on obtient l'équation suivante : $g^2 - 62g + 957 = 0$.

b. Trouver les deux solutions g1 et g2 de cette équation puis en déduire les deux couples $(g_1 ; h_1)$ et $(g_2 ; h_2)$ qui satisfont les contraintes 1 et 2.

3. On choisit un giron g de 29 cm.

a. Déterminer dans ces conditions la hauteur de marche h.

b. Quel serait alors le nombre de marches de cet escalier ?

c. Quel serait l'encombrement au sol a ?

4. On suppose que l'encombrement au sol est a = 580 cm. Quelle sera la longueur AB du limon ? Le résultat sera approché au cm près par excès.

5. La hauteur à gravir H est de 330 cm et la longueur de la trémie t est de 360 cm. La mesure commune aux angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ABC}$ est notée α .

a. Dans le triangle OAB, exprimer $\tan\alpha$ en fonction de a et H.

b. De la même façon exprimer $\tan\alpha$ en fonction de e et t.

c. En déduire que $e = \dfrac{118\,800}{a}$.

Partie II (3,5 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [200 ; 700] par : $f(x) = \dfrac{118\,800}{x}$.

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f situé en annexe. Les valeurs seront arrondies à l'unité.

2. Tracer la courbe représentative de la fonctionf dans le repère de l'annexe.

3. a. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 205$. Le résultat sera arrondi à l'unité.

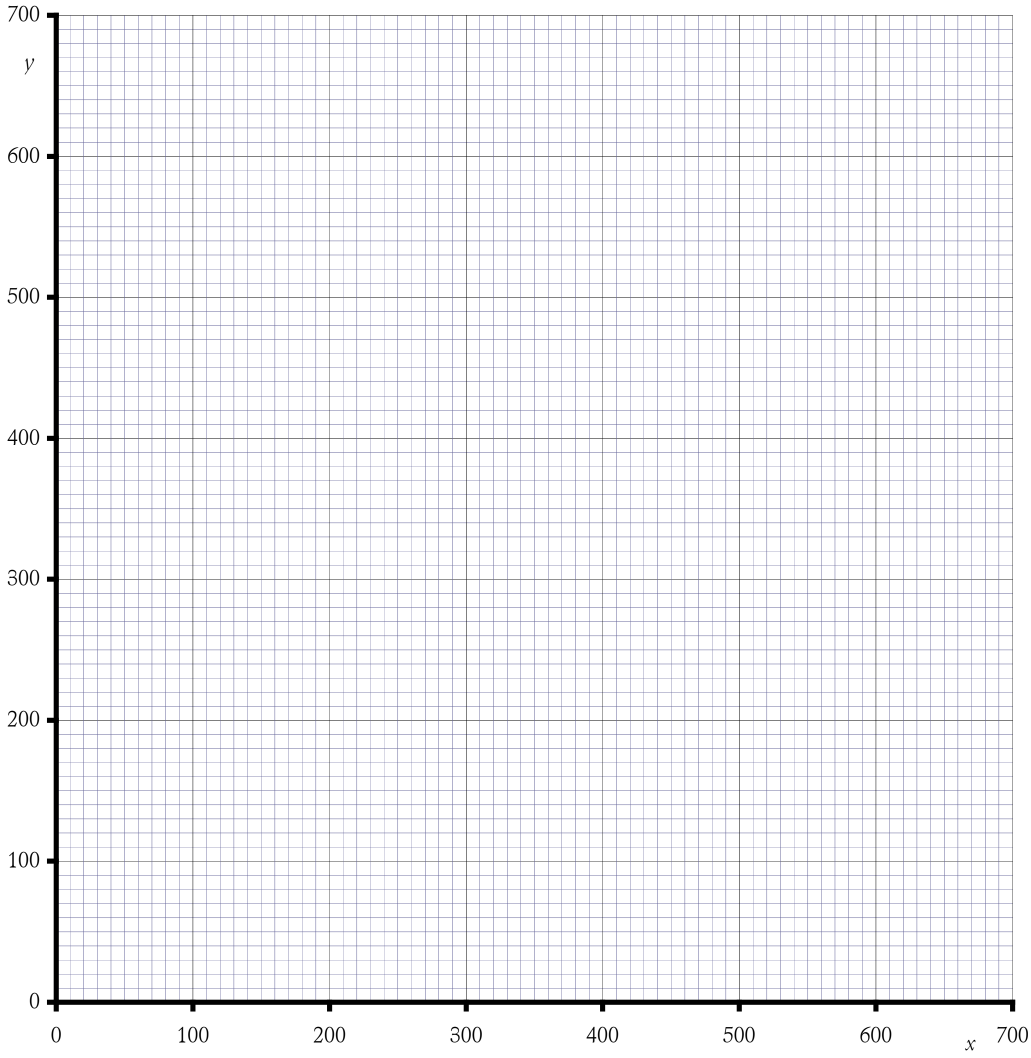
b. Vérifier graphiquement ce résultat (les traits de construction devront figurer sur le repère).

Annexe à rendre avec la copie

Tableau de valeurs

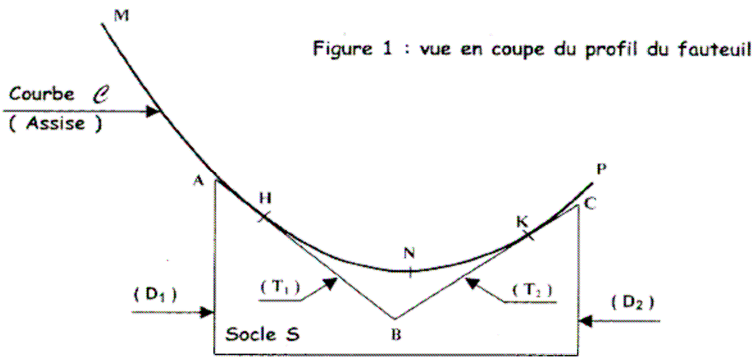
Valeurs de x	200	300	400	500	600	700
Valeurs de $f(x)$						

Représentation graphique



Exercice 1 : étude d'un fauteuil (10 points)

Un artisan décide de créer une collection de meubles avec une forme épurée au maximum. Il souhaite rendre cette forme harmonieuse en utilisant des modèles mathématiques. Dans cet esprit il crée un fauteuil-chaise longue dont l'assise de « forme parabolique » est posée sur un socle (voir figure 1 ci-dessous).



Les objectifs de l'étude menée ci-après sont :

- déterminer l'équation de la courbe $\mathcal{C}$ représentant le profil de l'assise ;
- tracer $\mathcal{C}$;
- compléter le schéma du socle **S**.

La partie 1 est indépendante des parties 2, 3 et 4.

Partie 1 : détermination des paramètres de la fonction

Le plan est rapporté au repère orthonormal d'origine O et d'unité graphique 1 cm pour 10. Dans ce repère (annexe) sont placés les points M, N et P de coordonnées respectives M(0 ; 64), N(100 ; −36), P(160 ; 0).

Soit $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 160] par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c nombres réels.

Cette courbe $\mathcal{C}$ passe par les points M, N et P. Pour la détermination des nombres a, b et c :

1.1. Vérifier que $c = 64$ en utilisant le fait que la courbe passe par le point M.

1.2. Déterminer a et b en utilisant le fait que la courbe passe par les points N et P.

Partie 2 : étude de la fonction associée au profil de l'assise

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 160] par : $f(x) = 0{,}01x^2 - 2x + 64$. La courbe $\mathcal{C}$ est la représentation graphique de la fonction f.

2.1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2.2. Résoudre l'équation $0{,}02x - 2 = 0$.

2.3. Déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 160].

2.4. Compléter sur l'annexe le tableau de variation de la fonction f.

2.5. Compléter sur l'annexe le tableau de valeurs de la fonction f.

Partie 3 : tracé du socle

3.1. Déterminer $f'(50)$ et $f'(140)$.

3.2. Soit les points H et K de coordonnées H(50 ; −1) et K(140 ; −20).

a. Placer les points H et K dans le repère de l'annexe.

b. Tracer dans ce repère la droite T_1, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point H, ainsi que la droite T_2, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point K.

3.3. D'après la figure 1,

* A est le point d'intersection des droites D_1 et T_1,
* B est le point d'intersection des droites T_1 et T_2,
* C est le point d'intersection des droites D_2 et T_2.

Dans le repère de l'annexe une partie du contour du socle S est tracée.

a. Placer les points A, B et C.

b. Compléter le contour du socle.

Partie 4 : tracé de la courbe $\mathcal{C}$

Tracer sur le repère de l'annexe la courbe $\mathcal{C}$.

Exercice 2 : commercialisation de fauteuils (5 points)

Partie 1 : analyse statistique des ventes

Sur l'année 2001, les ventes de fauteuils sur quatre régions ont été les suivantes :

Région n°	1	2	3	4
Nombre de fauteuils vendus	671	897	762	558
Prix de vente d'un fauteuil	150 euros	140 euros	175 euros	165 euros

Calculer le prix moyen d'un fauteuil, arrondi à l'unité, sur l'ensemble de ces régions.

Partie 2 : analyse de production

Un grossiste propose à un artisan un contrat garantissant l'achat en 2002 de 5 000 unités et s'engage à augmenter de 4 % par an ses achats jusqu'en 2007 compris.

L'étude suivante porte sur la quantité de fauteuils à produire pour satisfaire ce contrat.

2.1. Déterminer la quantité de fauteuils achetés en 2003.

2.2. Soit u_n la suite géométrique de premier terme 5 000 et de raison 1,04.

a. Exprime le terme u_n de rang n en fonction de n.

b. En déduire la valeur arrondie à 0,01 de u_6.

2.3. On admet que la valeur u_n, arrondie à l'unité, représente le nombre d'articles fabriqués en $2001+n$.

Ainsi u_1 représente la quantité produite en 2002, u_2 en 2003, etc.

La somme des 6 premiers termes de cette suite est notée S_6.

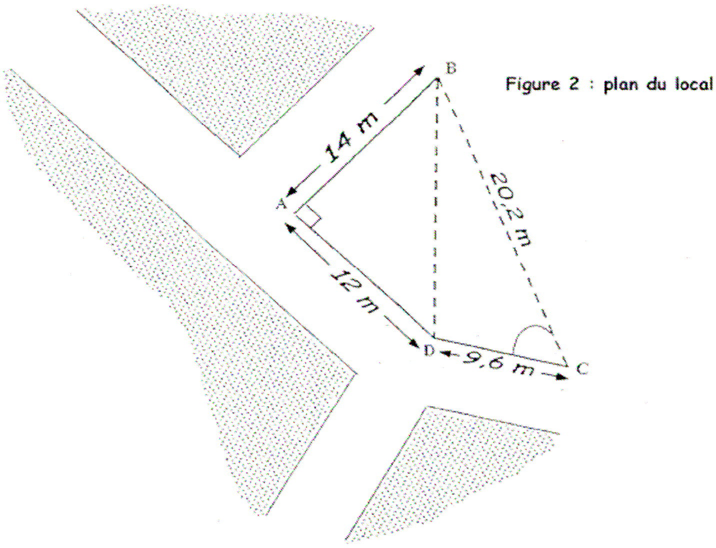
a. Calculer S_6.

b. Que représente S_6. Rédiger la réponse.

Exercice 3 : choix d'un local d'exposition

L'artisan souhaite trouver un local d'exposition. Un vendeur lui propose un local très séduisant par son emplacement, en pointe d'un immeuble, dans une rue passante, vitré sur trois côtés (voir figure 2).

L'aire minimale dont il doit disposer pour ses meubles est de 160 m^2.



1. a. Vérifier en détaillant les calculs que la valeur, arrondie à 0,01 m, de la longueur BD est 18,44 m.

b. Calculer l'aire A_1 en m^2, du triangle ABD.

2.a. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{DCB}$.

b. Calculer la valeur, arrondie au m^2, de l'aire A_2 du triangle BDC.

3. a. Calculer la valeur, arrondie au m^2, de l'aire A du local.

b. D'après la contrainte d'installation, ce local convient-il ? Justifier et rédiger la réponse.

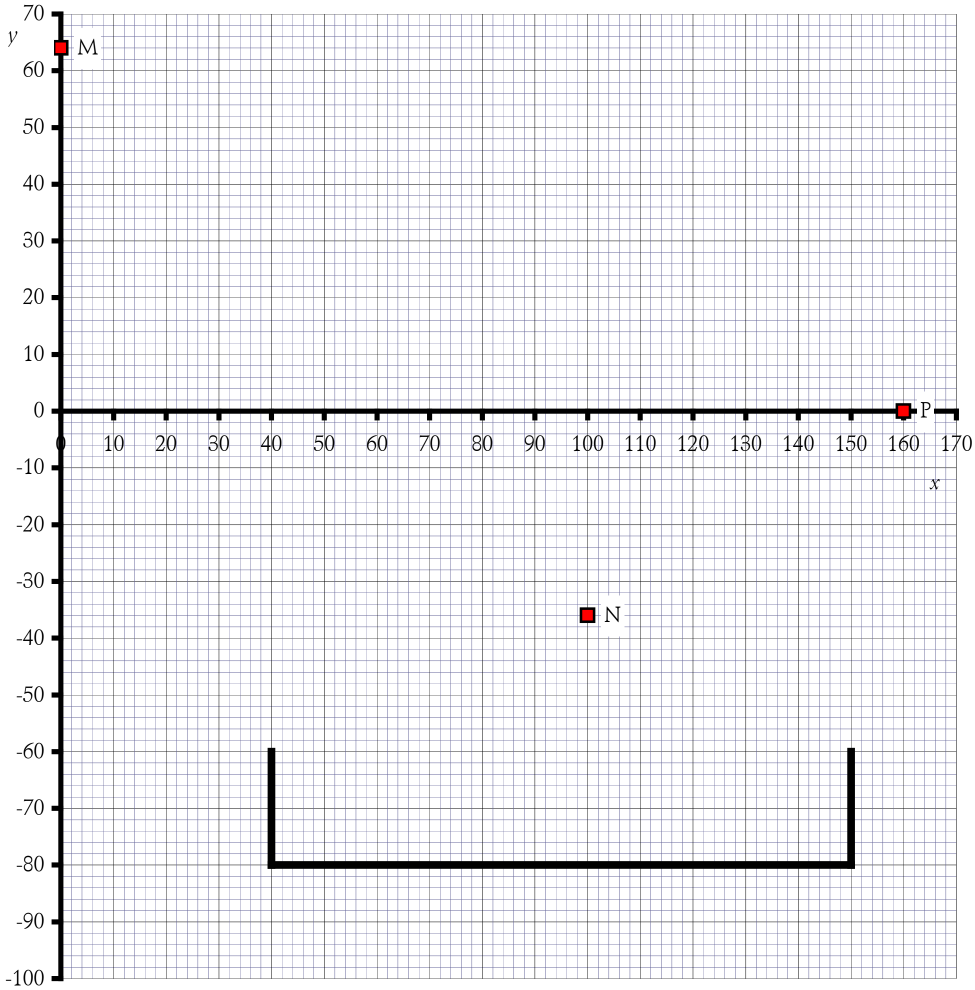
Annexe à joindre à la copie

Tableau de valeurs

Valeurs de x	0	50	80	100	110	140	160
Valeurs de $f(x)$		-11				-20	

Tableau de variation

x	
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	



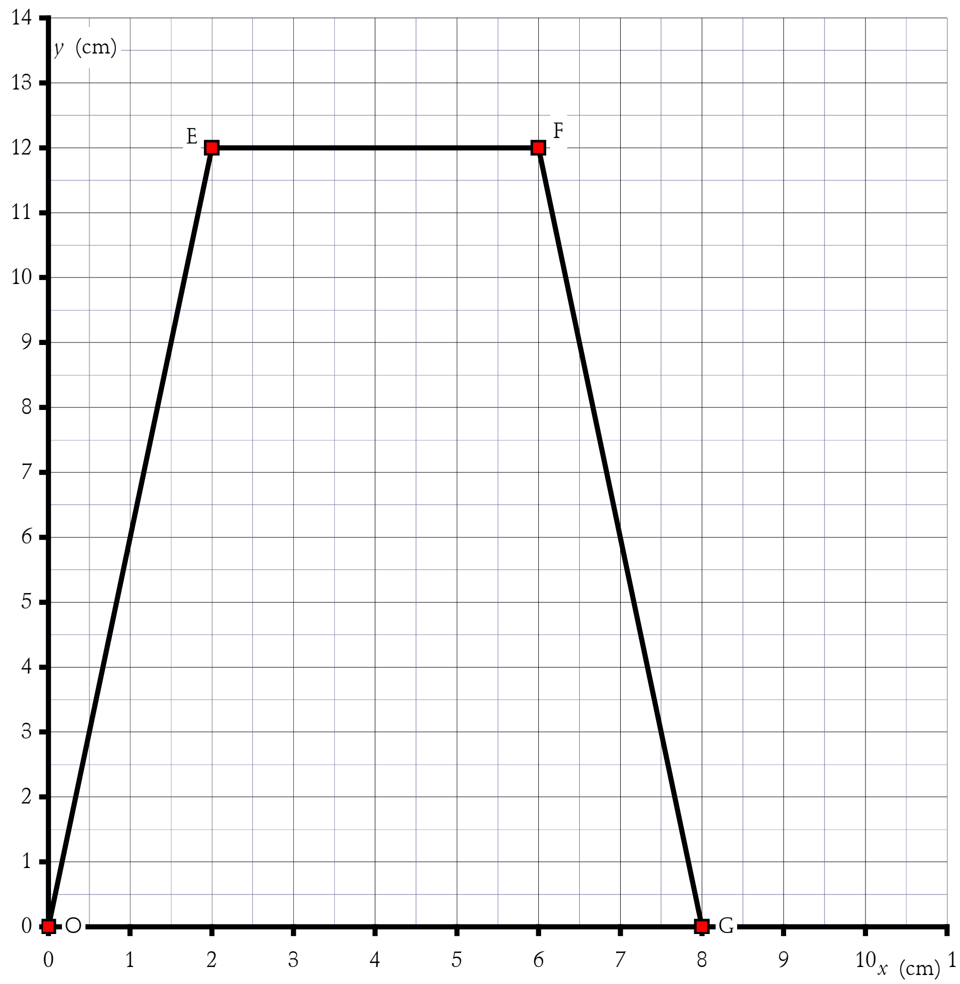
6. Productique bois, France, juin 2002

Les trois parties sont indépendantes.

Une entreprise est spécialisée dans l'étude et la fabrication de chaises.

Dans les parties I et II, on étudiera un aspect mathématique des dossiers de 2 chaises A et B. La partie III étudie les temps de fabrication d'une troisième chaise.

PARTIE I : Etude du dossier de la chaise A (*4 points*)



1- Etude du dossier à l'échelle 1/5

Le graphique ci-dessus représente le dossier de la chaise A, à l'échelle 1/5. OEFG est un trapèze isocèle.

1.1- A l'aide du graphique, déterminer les coordonnées des points E, F et G.

1.2- A l'aide du graphique, déterminer les mesures de la grande base, de la petite base et de la hauteur du trapèze.

1.3- Calculer, arrondie à 1 mm, la mesure des côtés OE et FG du trapèze.

1.4- Calculer l'aire du trapèze.

2- Etude du dossier en vraie grandeur

2.1- Calculer les dimensions réelles (en cm) du dossier de chaise.

2.2- Calculer l'aire du dossier de chaise.

<u>PARTIE II : Etude à l'échelle 1/5 du dossier de la chaise B</u> (7 *points*)

Le contour du dossier de la chaise B a la forme d'un arc de parabole.

Dans le repère précédent, l'arc de la parabole passe par le point S(4 ; 12). Il est limité par les points O et G.

L'équation de la parabole est de la forme : $y = ax^2 + bx + c$.

<u>1- Détermination de l'équation de la parabole</u>

1.1- En utilisant les coordonnées du point O, déterminer c.

1.2- En utilisant les coordonnées des points S et G, déterminer a et b.

<u>2- Tracé de l'arc de parabole</u>

L'arc de parabole a pour équation : $y = -0{,}75x^2 + 6x$.

2.1- Compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	3,6	4	5	8
y								

2.2- Tracer l'arc de parabole (P) dans le repère précédent.

<u>3- Etude de la position des droites (OE) et (FG) par rapport à l'arc de parabole</u>

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 8] par $f(x) = -0{,}75x^2 + 6x$ et (P) sa représentation graphique.

3.1- Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.

3.2- Calculer $f'(0)$ et $f'(8)$.

3.3- Calculer les coefficients directeurs des droites (OE) et (FG).

3.4- En déduire la position des droites (OE) et (FG) par rapport à l'arc de la parabole (P).

<u>PARTIE III : Etude du temps de fabrication d'une chaise</u> (4 *points*)

Dans cette entreprise il a fallu 480 minutes pour fabriquer la première chaise d'une série de cinquante. Il faut ensuite 2 minutes de moins à chaque nouvelle chaise fabriquée.

On appelle t_1, t_2, t_3, les durées nécessaires pour fabriquer la première chaise, la deuxième chaise, la troisième chaise.

a. Donner la valeur de t_1.

b. Calculer t_2 et t_3.

c. Quelle est la nature et la raison de cette suite ?

d. Calculer la durée t_{50} nécessaire pour fabriquer la cinquantième chaise de cette série.

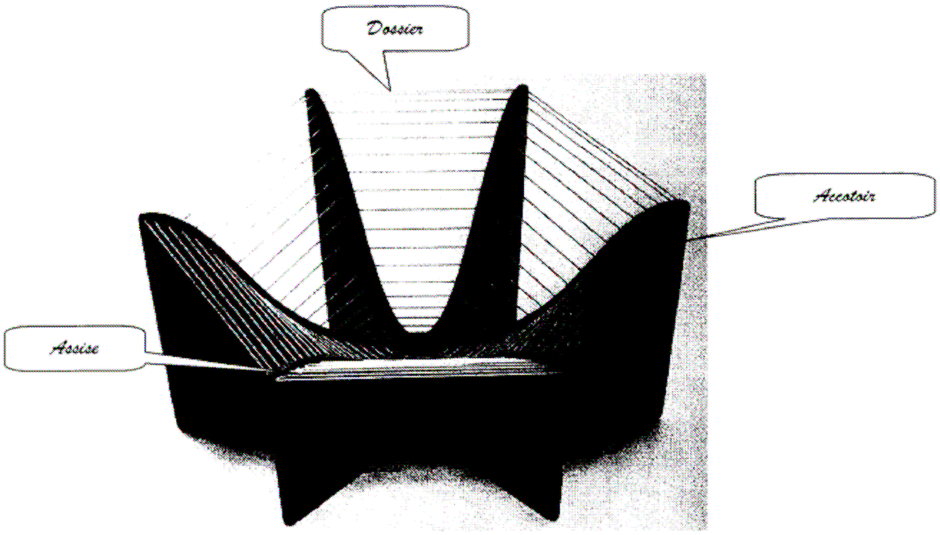
e. Calculer la durée totale nécessaire pour fabriquer les cinquante chaises. Ecrire ce résultat en heures, à 1 h près par excès.

f. Calculer la durée moyenne de fabrication d'une chaise.

7. Ebénisterie, France, juin 2002

Exercice 1 (12 points)

Une entreprise a reçu une commande de fauteuils inspirés du « fauteuil arachnéen » de Pierre Paulin dont la photo figure ci-dessous.



La fabrication étant prévue sur une machine à commande numérique, il est nécessaire de connaître le modèle mathématique de chacun des éléments : dossier, assise, accotoirs.

La structure du fauteuil est constituée de six éléments principaux à assembler :

- deux éléments identiques ① et ② ;
- deux éléments identiques ③ et ④ ;
- deux éléments identiques ⑤ et ⑥.

On se propose de représenter dans un même plan, par un modèle mathématique, une partie du profil des ggabarits de l'élément ① associé à la courbe (C), partie A, et l'élément ③ associé à la courbe (Γ), partie B.

Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'origine O et d'unités graphiques :

- 2 cm pour 1 unité en abscisse ;
- 1 cm pour 1 unité en ordonnée.

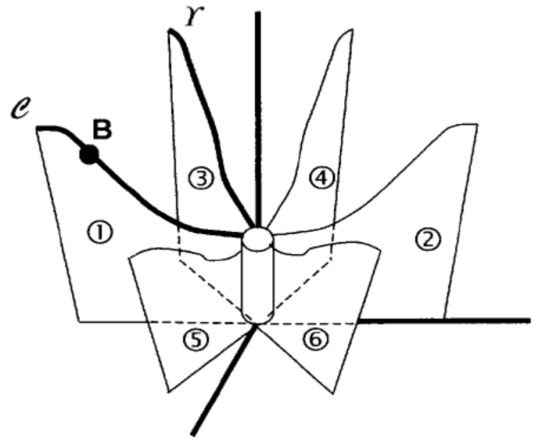


Figure 1 : vue dans l'espace

Partie A : étude de la courbe (C)

La courbe (C) est constituée de deux courbes (C_1) et (C_2) raccordées au point B.

Etude de la courbe (C_1) :

L'équation de la courbe (C_1) est de la forme $y = ax^2 + bx + 8$ avec a et b deux nombres réels. x appartient à l'intervalle [0,25 ; 1].

1. La courbe (C_1) passe par les points A et B de coordonnées respectives A(0,5 ; 8) et B(1 ; 6). Déterminer a et b.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0,25 ; 1] par : $f(x) = -4x^2 + 2x + 8$. (C_1) est sa courbe représentative.

2.1. Compléter le tableau de valeurs n°1 figurant sur l'annexe 1. Arrondir les résultats à 0,1.

2.2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction *f*.

a. Déterminer $f'(x)$.

b. Calculer le nombre dérivé $f'(1)$.

c. Déterminer l'équation de la tangente T_1 à (C_1) au point B.

d. Tracer T_1 dans le repère de l'annexe 2.

2.3. Tracer (C_1) dans le repère de l'annexe 2.

Etude de la courbe (C_2) :

Soit g la fonction de la variable réelle x définie sur l'intervalle [1 ; 6] par $g(x) = \frac{6}{x}$. Soit (C_2) sa courbe représentative et T_2 la tangente à (C_2) au point B.

1. Compléter le tableau de valeurs n°2 figurant sur l'annexe 1. Arrondir les résultats à 0,1.

2. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g.

a. Déterminer $g'(x)$.

b. Calculer le nombre dérivé $g'(1)$.

c. Comparer $f'(1)$ et $g'(1)$.

d. En déduire que les tangentes T_1 et T_2 sont confondues. Justifier la réponse.

3. Tracer (C_2) dans le repère de l'annexe 2.

Partie B : étude de la courbe (Γ)

Soit la fonction h définie par :

* $h(x) = 1,5 \times f(x)$ pour les valeurs de x appartenant à l'intervalle [0,25 ; 1] ;

* $h(x) = 1,5 \times g(x)$ pour les valeurs de x appartenant à l'intervalle [1 ; 6].

Soit (Γ) sa courbe représentative.

1. Compléter le tableau de valeurs n°3 de l'annexe 1.

3. Tracer (Γ) dans le repère de l'annexe 2.

Exercice 1 (8 points)

Partie A : calcul du niveau sonore

Afin d'améliorer les conditions de travail dans l'atelier, l'entreprise réalise une étude concernant les nuisances sonores dues au fonctionnement de 3 machines identiques. Les mesures sont effectuées à la même distance des trois machines.

Le niveau sonore d'un bruit est donné par la relation $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ où log désigne le logarithme décimal, L est exprimé en décibel (dB) et I l'intensité acoustique est exprimée en watts par mètre carré (W/m²).

1. Une seule machine est en fonctionnement, l'intensité acoustique est alors : $I = 2 \times 10^{-4}$ W/m^2.

a. Vérifier que le niveau sonore pour cette machine peut s'écrire $80 + 10 \log 2$.

b. Calculer la valeur de L arrondie à 0,1 dB.

2. Les trois machines sont en fonctionnement. Le niveau sonore de l'ensemble des trois machines est alors 87,8 dB. Calculer l'intensité acoustique I' de l'ensemble, arrondie à 10^{-4} W/m^2.

Partie B : utilisation d'une échelle logarithmique

B1. Tracé sur une échelle logarithmique

Le port d'un casque protecteur efficace permet d'obtenir une diminutiond e la nuisance subie par l'utilisateur. La diminution de la nuisance dépend du temps pendant lequel le casque est porté. Le tableau suivant a été établi :

x : temps de port, en pourcentage du temps d'exposition	95	98	99,5	99,9
y : diminution de la nuisance, en dB	13	17	23	30

1. Placer les points de coordonnées (x ; y) dans le plan rapporté au repère de l'annexe 3 pour lequel :

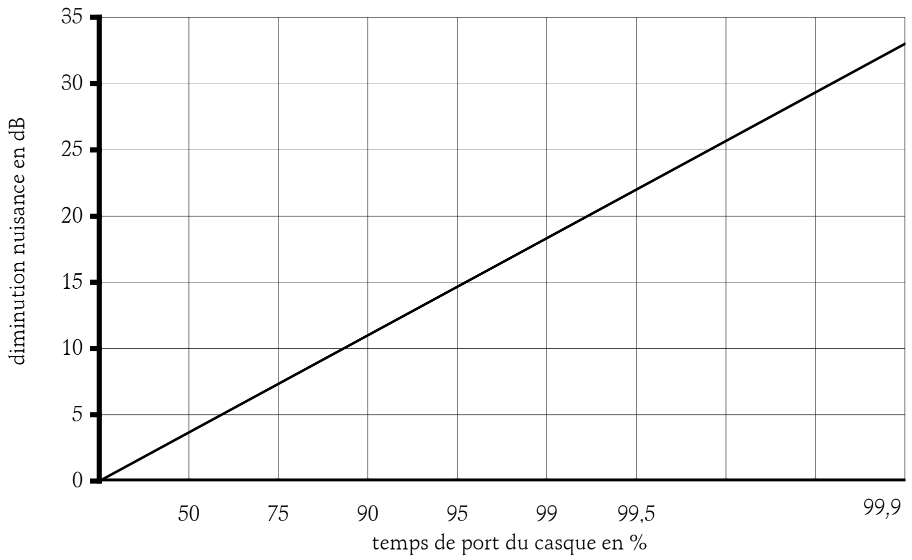
* en abscisses on a le temps de port en pourcentage du temps d'exposition sur une échelle logarithmique ;

* en ordonnées on a la diminution de la nuisance sur une échelle linéaire avec pour unité graphique 2 cm pour 5 dB.

2. Soit Δ la droite donnant la tendance de la nuisance subie par l'utilisateur. Tracer Δ.

B2. Lecture sur une échelle logarithmique

La courbe plus complète de cette diminution de la nuisance, en fonction du temps pendant lequel le casque est porté, est représentée ci-dessous. Le temps de port du casque est exprimé en pourcentage du temps d'exposition sur une échelle logarithmique.



Pour les deux questions suivantes, les traits de construction doivent apparaître sur la représentation graphique n°2 de l'annexe 3 et la réponse est à rédiger sur la copie.

1. Le casque est porté pendant 90 % du temps d'exposition. Déterminer graphiquement la diminution de la nuisance.

2. On désire obtenir une diminution de la nuisance de 20 dB. Déterminer graphiquement le pourcentage de temps de port du casque.

Annexe 1 à rendre avec la copie

Tableau de valeurs n°1 : $f(x) = -4x^2 + 2x + 8$

Valeurs de x	0,25	0,5	0,75	1
Valeurs de $f(x)$ arrondies à 0,1		8		6

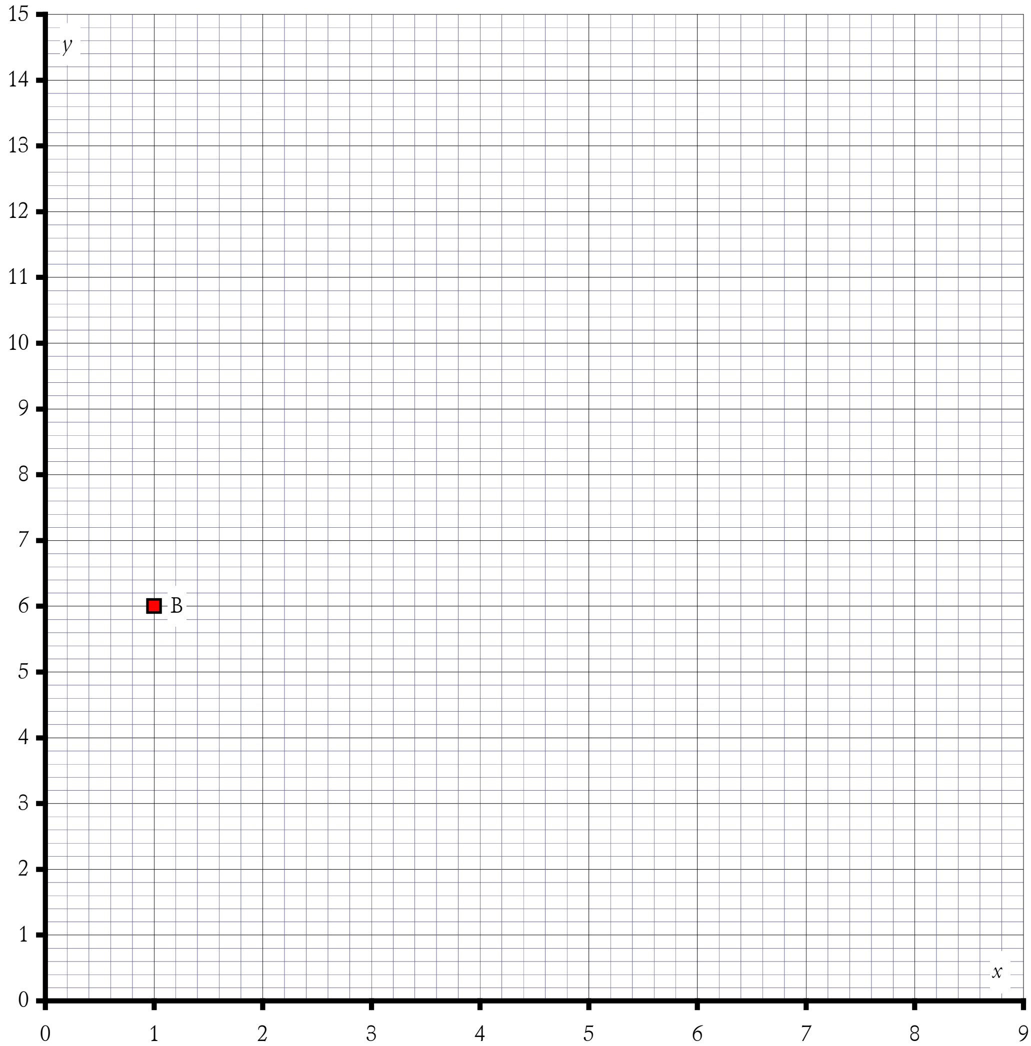
Tableau de valeurs n°2 : $g(x) = \frac{6}{x}$

Valeurs de x	1	1,5	2	3	4	5	6
Valeurs de $g(x)$ arrondies à 0,1	6			2			1

Tableau de valeurs n°3

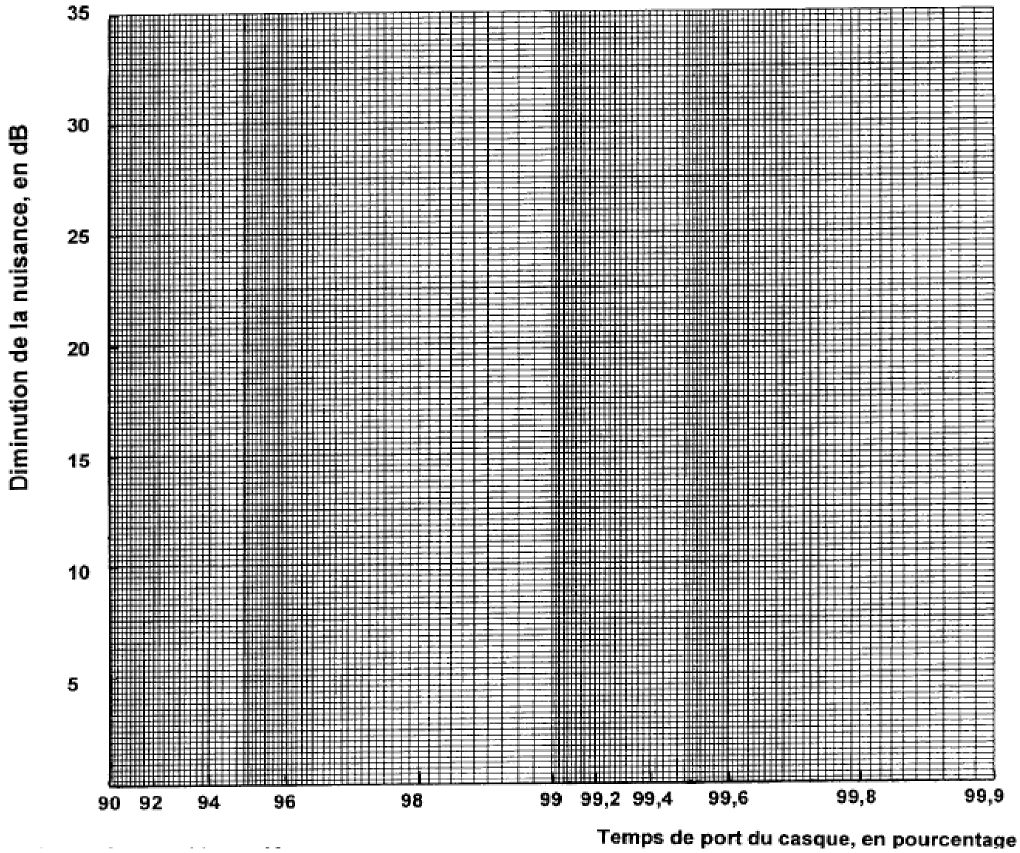
Valeurs de x	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	3	4	5	6
Valeurs de $h(x)$ arrondies à 0,1										

Annexe 2 à rendre avec la copie

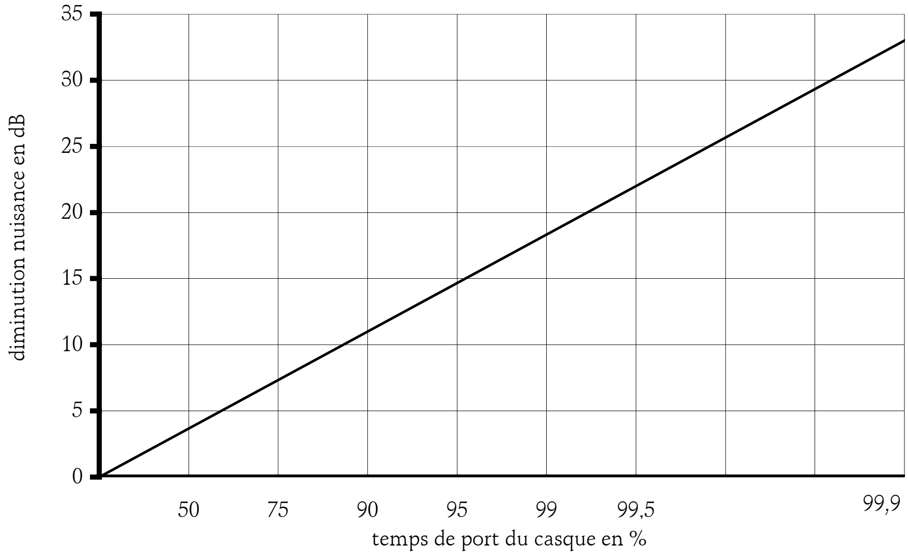


Annexe 3 à rendre avec la copie

Représentation graphique n°1



Représentation graphique n°2



Les exercices I et II sont indépendants.

On étudie la fabrication d'une pièce d'un jouet.

<u>EXERCICE I : Etude de forme</u> (10 points)

La fabrication d'un jouet nécessite la réalisation d'une pièce ayant la forme ci-dessous :

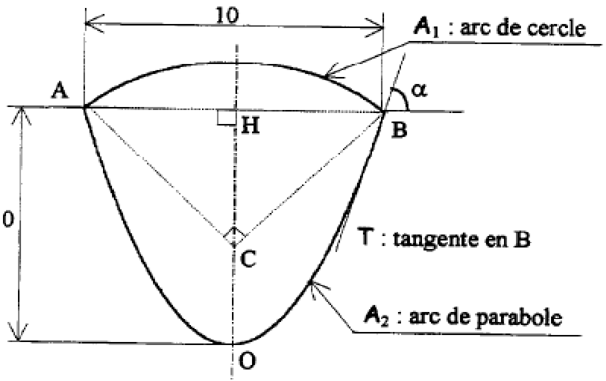


Figure F

L'arc $\boldsymbol{A}_1$ est un arc de cercle de centre C et de rayon CA.

L'arc $\boldsymbol{A}_2$ est un arc de parabole de sommet O et limité par les points A et B.

La droite (OH) est axe de symétrie de la forme. L'angle $\widehat{ACB}$ est un angle droit. Les cotes sont en cm.

I. Tracé de l'arc de cercle $\boldsymbol{A}_1$

I.1- Calculer AH.

I.2- Montrer que le triangle ACH est isocèle. En déduire CH.

I.3- Calculer CA, rayon du cercle, en arrondissant au dixième de cm.

I.4- Dans un repère orthonormal (1 cm pour 1 unité), placer les points B, H et C. Puis tracer l'arc de cercle $\boldsymbol{A}_1$.

II. Tracé de l'arc de parabole $\boldsymbol{A}_2$

Dans le repère précédent, l'équation d'une parabole $\boldsymbol{P}$ de sommet O et d'axe (Oy) est de la forme $y = ax^2$ où a est un nombre réel positif.

II.1- Calculer a, à l'aide des coordonnées du point A.

II.2- Pour la suite, on prendra pour équation de l'arc de parabole : $y = 0{,}4x^2$, avec x appartenant à $[-5 ; 5]$.

a. Compléter le tableau de valeurs

x	0,5	1	1,5	2	3	4
y						

b. Placer les points correspondants dans le repère.

c. Tracer l'arc de la parabole d'extrémité O et B, puis terminer le tracé de l'arc $\boldsymbol{A}_2$ en utilisant la symétrie de la figure.

III. Etude de la tangente $\boldsymbol{T}$

T est la tangente en B à la parabole P (voir figure ci-dessus).

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x appartenant à $[-5 ; 5]$ par : $f(x) = 0,4x^2$.

III.1- Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.

III.2- Calculer $f'(5)$.

III.3- Calculer α en degré, arrondi à l'unité.

III.4- Tracer la tangente T dans le repère.

<u>EXERCICE II : Etude de la production</u> (5 points)

Lors de la fabrication de la pièce, on étudie la cote AB pour un lot de 50 pièces. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-contre.

Classes des valeurs	Effectifs n_i	Fréquences (%)	FCC (%)
[98,8 ; 99,2[	2		
[99,2 ; 99,6[	5		
[99,6 ; 100,0[	15		
[100,0 ; 100,4[	22		
[100,4 ; 100,8[	4		
[100,8 ; 101,2[	2		

En considérant que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe, on trouve pour moyenne $\bar{x} = 100$ mm et pour écart-type $\sigma = 0,4$ mm.

On admet pour la suite que l'effectif est uniformément réparti à l'intérieur de chaque classe.

Toutes les fréquences seront exprimées en pourcentage.

1- Compléter le tableau, en calculant les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

2- Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes dans un repère orthogonal (abscisse : 1cm pour 0,2 mm, on commencera la graduation à 98,8 mm ; ordonnée : 1 cm pour 10 %)

3- En se servant de ce polygone, déterminer graphiquement la fréquence des pièces dont la cote AB appartient à l'intervalle $\left[\bar{x} - 2,5\sigma ; \bar{x} + 2,5\sigma\right]$.

4- La fabrication est considérée comme satisfaisante si au moins 80 % des pièces ont une cote appartenant à l'intervalle $\left[\bar{x} - 2,5\sigma ; \bar{x} + 2,5\sigma\right]$. En justifiant la réponse, déterminer si la fabrication est satisfaisante.