Exercices Baccalauréat

1. Pourcentages et divers

1-1 : Mercatique – Polynésie 06/09 - 5 points

Une épidémie frappe les 10 000 habitants d'une petite île isolée. Un organisme de secours international organise l'envoi sur place d'une aide médicale d'urgence : il s'agira de petites unités médicales de deux types accompagnées d'un personnel médical.

Cette nuit même, on embarquera sauveteurs et matériels à bord du premier vol régulier à destination de l'aéroport international le plus proche de l'île. Là-bas, il restera à décharger et à acheminer le matériel vers l'île sinistrée.

Les deux types d'unités médicales se composent comme suit :

- Un type classique, appelé type A, qui nécessite 1 000 kg de matériel et qui requiert la présence de trois médecins.

- Un nouveau type d'unité, appelé type B, qui ne nécessite que 500 kg de matériel et la présence d'un seul médecin.

Le modèle A peut traiter 900 malades tandis que le modèle B ne peut traiter que 400 malades.

La compagnie aérienne qui se charge du transport des médecins et du matériel ne dispose que de 22 places disponibles et ne peut embarquer au maximum que 8 tonnes, soit 8 000 kg, de matériel.

On note x le nombre d'unités de type A et y le nombre d'unités de type B qui seront envoyées sur place.

1. Montrer que les contraintes peuvent se traduire sous la forme du système ci-dessous :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -3x + 22 \\ y \leq -2x + 16 \end{cases}.$$

2. Sur une feuille de papier millimétré à rendre avec la copie, représenter dans un repère orthonormal d'unité 1 cm, en hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient le système ci-dessus.

3. a. Exprimer en fonction de x et y le nombre N de malades qui pourront être traités par les équipes de secours.

b. Tracer sur le graphique la droite (D) correspondant à 4 000 malades traités.

4. a. Expliquer comment déterminer x et y pour que N soit maximum.

b. Déterminer par lecture graphique les valeurs de x et y qui correspondent à ce maximum.

5. Conclure en donnant le nombre d'unités de chaque type qu'il faut mobiliser et le nombre maximal de malades qui peuvent être traités.

1-2 : CGRH – France 06/09 – 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Dans une usine, la production d'un produit a augmenté de 250 %. Elle a donc été multipliée par :

a. 2,5 b. 3,5 c. 250

2. Le prix d'un article a augmenté de 12 % en 3 ans. Le taux d'évolution annuel moyen, en pourcentage, arrondi à 0,1 % près est alors de :

a. 3,8 % b. 5,8 % c. 4 %

3. En appliquant une réduction de 5 %, un article coûte 1140 €, son prix avant réduction était de :

a. 1200 € b. 1197 € c. 1140,5 €

4. Le nombre de membres d'une association est passé de 1150 en 2006 à 1221 en 2007 puis à 1503 en 2008. En prenant pour indice de référence 100 en 2006, l'indice, arrondi au centième pour l'année 2008, est :

a. 123,10	b. 1,31	c. 130,70

1-3 : CGRH - Nvelle Calédonie 11/08 – 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses est correcte. Ecrire sur votre copie le numéro de la question e : la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,25 point et l'absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. Une quantité augmente 3 fois de suite de 2 %. Quel est le pourcentage d'augmentation global ?

a. 6 %	b. 6,1208 %	c. Cela dépend de la valeur de départ.

2. Une quantité augmente 3 fois de suite de 20 %. Quel est le pourcentage d'augmentation global?

a. 60 %	b. 61,208 %	c. 72,8 %

3. Quel est, à 0,01 % près, le taux mensuel moyen équivalent à un taux annuel de 12 % ?

a. 0,95 %	b. 1,00 %	c. 1,23 %

4. On lance un dé cubique non truqué trois fois de suite. Quelle est la probabilité de l'événement « La face « six » sort les trois fois » ?

a. La même probabilité que celle de l'événement « La face « deux » sort les trois fois »	b. 1/18	c. 1/6

5. On a lancé un dé cubique non truqué trois fois. On a obtenu à chaque fois un « six ». On lance le dé une quatrième fois. Que peut-on dire sur la sortie du « six » pour ce quatrième lancer?

a. Le « six » est déjà beaucoup sorti, donc il a moins de 1 chance sur 6 de sortir.	b. Le « six » a exactement 1 chance sur 6 de sortir.	c. Le « six » est déjà beaucoup sorti, donc il a plus de 1 chance sur 6 de sortir.

1-4 : Mercatique – Polynésie 06/09 - 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte et aucune justification n'est demandée. Recopiez sur votre copie le numéro de la question et la réponse que vous pensez être correcte. Chaque bonne réponse rapporte un point, une question sans réponse ou fausse ne rapporte aucun point.

Partie A

Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 50 000 € en 2008. Le chiffre d'affaires a baissé de 9 % par rapport à 2005.

1. Le chiffre d'affaires en 2005 était, en euro, de :

54 945	47 500	52 500

2. Le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2005 et 2008 (à 0,1 % près) est de :

3 %	–3 %	–4,5 %

Partie B

Le salaire annuel d 'un employé est de 15 240 € . Ce salaire sera augmenté de 0,7 % par an.

3. Le salaire annuel après trois ans est, en euros arrondi à l'euro près, de :

5 454	15 562	18 670

Partie C

On considère la série statistique ci-contre :

x_i	5	7	9	11	13
y_i	26	22	15	12	7

4. Les coordonnées du point moyen sont :

(16,4 ; 9)	(9 ; 16,4)	(7.2 ; 16,4)

5.Une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est :

$y = -2,4x + 38$	$y = 2,4x + 38$	$y = 2,4x + 9,7$

2. Tableur

2-1 : CGRH - Polynésie 06/09 - 8 points

Un commercial travaille pour une entreprise qui vend des équipements sportifs. Son salaire varie en fonction des équipements vendus chaque mos.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le tableau suivant donne ses salaires pour l'année 2008 :

mois	salaire en euros
janvier	2075
février	1905
mars	2109
avril	2007
mai	2143
juin	2160
juillet	2194
août	2245
septembre	2262
octobre	2330
novembre	2415
décembre	2466

1. Calculer son salaire moyen, arrondi à l'euro, pour l'année 2008.

2. a. Calculer le taux d'évolution du salaire entre janvier 2008 et décembre 2008.

b. En déduire le taux d'évolution mensuel moyen du salaire pour l'année 2008.

3. Si le taux d'évolution mensuel du salaire pour l'année 2009 est égal au taux moyen mensuel calculé précédemment, calculer alors le salaire de juin 2009.

Partie B

Le salaire du commercial est constitué de deux parties : une part fixe de 800 euros à laquelle se rajoute une part variable égale à 1,7 % du montant de ses ventes.

1. En janvier 2009, le commercial vend en fait pour 92 000 euros d'équipement. Calculer son salaire.

2. En février 2009, son salaire est égal à 2 313 euros. Calculer le montant de ses ventes.

3. Si le montant de ses ventes augmente de 20 % entre janvier et mars, son salaire augmente-t-il aussi de 20 % ?

4. Le commercial réalise une feuille de calcul à l'aide d'un tableur pour connaître son salaire en fonction du montant de ses ventes. On donne ci-contre un extrait de cette feuille de calcul.

	A	B	C
1	montant des ventes	part variable	salaire
2	75 000	1275	2075
3	80 000	1360	2160
4	85 000	1445	2245
5	90 000	1530	2330
6	95 000	1615	2415

7	100 000	1700	2500
8	105 000	1785	2585
9	110 000	1870	2670
10	115 000	1955	2755
11	120 000	2040	2840
12	125 000	2125	2925
13	130 000	2210	3010

a. Quelle formule, à recopier vers le bas sur la plage B3 : B13, peut-on écrire dans la cellule B2 pour obtenir ce tableau ?

b. Quelle formule, à recopier vers le bas sur la plage C3 : C13, peut-on écrire dans la cellule C2 pour obtenir ce tableau ?

2-2 : Mercatique- La Réunion 06/09 6 points

Une société a introduit sur le marché français au début de l'année 2004 un produit au prix de 1 000 euros. Compte tenu de l'évolution du marché et des coûts de fabrication, son prix n'a pas cessé d'augmenter.

Pour cette société, la France est divisée en deux régions de tarification, la région Nord et la région Sud.

Dans la région Sud le responsable des ventes a décidé de laisser fluctuer ce prix en fonction de l'offre et de la demande. Le prix de vente de cet article dans la région Sud est reporté dans la colonne B de l'extrait de feuille de calcul ci-dessous.

Dans la région Nord le responsable des ventes a décidé d'appliquer une hausse annuelle régulière de 10 %. Une partie des prix et des variations de prix sont consignées dans la feuille de calcul ci-dessous.

Le format des colonnes B et E est un format monétaire à zéro décimale.

Le format des colonnes C, D, F et G est un format pourcentage à deux décimales.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	Région Sud			Région Nord		
2		Prix	Variation du prix en %		Prix	Variation du prix en %	
3			Par rapport à l'année précédente	Par rapport à l'année 2004		Par rapport à l'année précédente	Par rapport à l'année 2004
4	2004	1000 €			1000 €		
5	2005	1085 €	8,50 %	8,50 %	1100 €	10,00 %	10,00 %
6	2006	1160 €	6,91 %	16,00 %	1210 €	10,00 %	21,00 %
7	2007	1300 €	12,07 %	30,00 %	1331 €	10,00 %	33,10%
8	2008	1470 €		47,00 %		10,00 %	

1. a. Donner une formule qui, entrée dans la cellule C5, permet, par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules C5 : C8.

b. Donner une formule qui, entrée dans la cellule D5, permet, par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules D5 : D8.

c. Donner une formule qui, entrée dans la cellule E5, permet, par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules E5 : E8.

2. Calculer les valeurs qui devraient figurer dans les cellules C8, E8 et G8 et les reporter sur la copie en recopiant la ligne 8 de la feuille de calcul.

3. Déterminer le taux moyen d'augmentation annuelle dans la région Sud entre 2004 et 2008 (arrondir à 0,01 %).

4. On suppose que le responsable de la région Nord maintient. au cours des années suivantes, une hausse annuelle de 10 %. Soit n un entier naturel. On note P_n le prix en euros, de ce produit au cours de l'année 2004 + n dans la région Nord. Ainsi, $P_0 = 1000$.

a. Préciser la nature de la suite (P_n), puis exprimer P_n en fonction de n.

b. Déterminer l'année à partir de laquelle le prix dépassera 1 800 dans la région Nord.

2-3 : Mercatique - Nvelle Calédonie 11/08 – 6 points

La feuille de calcul ci-dessous présente les indices de référence des loyers mensuels pour les années 2002 à 2006 (base 100 en 2004). *Source INSEE.*

M. Lasserre y a porté le montant des loyers mensuels de l'appartement qu'il loue ; ce montant évolue chaque année en fonction de l'indice de référence.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2002	2003	2004	2005	2006
2	Indice de référence	95,5	97,7	100		105,5
3	Loyer	334,25	341,95	350	359,10	369,25
4	Taux d'évolution annuel en pourcentage					

Partie A Questionnaire à Choix Multiples

Pour chaque question, une seule proposition est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la lettre indiquant la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte 1 point; une réponse fausse ou l'absence de réponse est comptée 0 point.

1. L'indice 105,5 en 2006 signifie :

A : le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,50 € entre 2004 et 2006

B : le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,5 % entre 2002 et 2006

C : le montant du loyer mensuel a augmenté de 10 % entre 2002 et 2006

D : le montant du loyer mensuel a augmenté de 5,5 % entre 2004 et 2006.

2. Le taux d'évolution du loyer mensuel entre 2002 et 2003 (à 10^{-2} près) est égal à :

A : + 2,20 % B : + 2,30 % C : + 7,70 % D: + 2,25 %

3. On souhaite compléter la ligne 4 ; quelle formule faut-il entrer dans la cellule C4 pour obtenir, par recopie vers la droite, le taux d'évolution annuel des loyers ?

A:=($C3 - $B3)* 100/ $B3 B : =C$3 - B$3)* 100/CS3

C : =(C$3 - B$3) * 100/ B$3 D : =(C$3 - B$3) * B$3 / 100

Partie B

1. Calculer l'indice de référence pour l'année 2005.

2. Calculer le taux moyen annuel d'évolution des loyers mensuels entre 2002 et 2006, arrondi à 10^{-2} près.

2-4 : CGRH – France 06/08 – 6 points

Cet exercice est un questionnaire à choixmultiples (QCM). Dans cet exercice, pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Sébastien PIGNOL est un jeune chef d'entreprise qui a créé son entreprise en 2002. Il désire mettre sur une feuille de tableur les résultats de sa petite société afin de pouvoir les modéliser. Pour cela, il va faire appel à ses souvenirs d'élève et d'étudiant et va devoir remplir la feuille proposée en annexe.

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'exploitation, en milliers d'euros, de son entreprise en fonction de l'année. Il reprend les lignes 3 et 5 de la feuille de calcul proposée en annexe.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Chiffred'affaires	1250	1400	1480	1600	1720	1800

1. Il compte dans un premier temps créer une nouvelle variable appelée **ancienneté** correspondant à la durée de vie de son entreprise : 2002 est la 1ère année et ainsi de suite. Quelle formule doit-il saisir en D4 et recopier sur la ligne 4 pour obtenir l'ancienneté de son entreprise ?

a. =D3−2001 b. $D$3−2001 c. D3+2001

2. Il désire calculer la droite de régression y = ax + b donnant le chiffre d'affaires (y) en fonction de l'ancienneté (x). Avec un arrondi des coefficients à l'unité, quelle est l'équation correcte ?

a. $y = 109x + 1159$ b. $y = 1268x + 1159$ c. $y = 109x + 1250$

3. Sébastien PIGNOL place alors les coefficients obtenus a et b de la droite de regression respectivement en C2 et F2. Il désire calculer le chiffre d'affaires estimé à l'aide de la droite de régression obtenue à la deuxième question. Quelle formule doit-il saisir en C6 et recopier sur la ligne 6 ?

a. =C2*C4+F2 b. =$C$2*C4+$F$2 c. =$C$2*$C$4+$F$2

4. La ligne 6 appelée **modèle 1** correspond à la droite de régression linéaire. Pour obtenir la valeur du chiffre d'affaires modélisé en 2010 sur quelle plage doit-il recopier la formule saisie en C6 ?

a. D6 : K6 b. C6 : K6 c. I6 : K6

5. Sébastien PIGNOL se rend compte que la modélisation avec la droite de régression ne lui permet pas d'obtenir le chiffre d'affaires 2 500 milliers d'euros souhaité pour 2010. Il décide alors d'appliquer, à partir de 2007, un deuxième modèle, dans la ligne 7, donné par une suite arithmétique de raison 250 et de premier terme 1 800, correspondant au chiffre d'affaires de 2007. Quel chiffre d'affaires obtiendra t-il avec ce modèle en 2010 ?

a. 2 300 milliers d'euros b. 2 550 milliers d'euros c. 2 800 milliers d'euros

6. Il saisit en I7 la formule « =H7+250 » et la recopie sur J7 : K7 pour obtenir le chiffre d'affaires en 2010. En se plaçant dans la cellule K7, quelle formule a t-il ?

a. = J7+250 b. =K7+250 c. =I7+250

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Modélisation du chiffre d'affaires dc l'entreprise Sébastien PIGNOL											
2		a=			b=							
3		Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
4		Ancienneté	1	2								
5		Chiffre d'affaires	1250	1400	1480	1600	1720	1800				
6		Modèle 1	1268									
7		Modèle 2						1800				

3. Suites

3-1 : CGRH – France 06/09 – 8 points

Formulaire :

– *Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison a :* $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)$

– *Pour une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison b,* $b \neq 1$: $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = u_0\left(\frac{1-b^{n+1}}{1-b}\right)$

Monsieur ELIOT a le projet de souscrire un contrat d'entretien pour sa chaudière à partir de janvier 2009. Il contacte l'entreprise CHAUFECO et l'entreprise CHAUFMAX. Chacune d'entre elles propose une évolution différente des versements pour un contrat offrant les mêmes prestations.

1. Pour l'entreprise CHAUFECO, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation du versement de 3,25 € par an jusqu'à la fin du contrat.

Pour se rendre compte de l'évolution des versements annuels, Monsieur ELIOT utilise un tableur dont on a extrait la feuille de calcul suivante (les résultats sont arrondis au centime d'euro).

	A	B	C
1	Année	Entreprise CHAUFECO Versements annuels	Entreprise CHAUFECO Cumul des versements
2	2009	150,00	150,00
3	2010	153,25	303,25
4	2011	156,50	459,75
5	2012	159,75	619,50
6	2013	163,00	782,50
7	2014	166,25	948,75
8	2015	169,50	1118,25
9	2016	172,75	1291,00
10	2017	176,00	1467,00
11	2018	179,25	1646,25

a. Donner une formule qui, entrée dans la cellule B3, a permis par recopie vers le bas. d'obtenir la plage de cellules B3 : B11.

b. La plage de cellules C3 : C11 a été obtenue par recopie vers le bas à partir de la cellule C3. Quelle formule contient la cellule C6 ?

c. Quelle information concernant le contrat de l'entreprise CHAUFECO donne à monsieur ELIOT le résultat affiché dans la cellule C11 ?

2. Pour l'entreprise CHAUFMAX, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation de 2 % par an jusqu'à la fin du contrat.

Monsieur ELIOT désire alors compléter la feuille de calcul précédente afin d'obtenir les versements correspondant à chacune des entreprises. On a extrait la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1					Taux	2 %
2	Année	Entreprise CHAUFECO Versements annuels	Entreprise CHAUFECO Cumul des versements		Entreprise CHAUFMAX Versements annuels	Entreprise CHAUFMAX Cumul des versements
3	2009	150,00	150,00			
4	2010	153,25	303,25			
5	2011	156,50	459,75			
6	2012	159,75	619,50			
7	2013	163,00	782,50			
8	2014	166,25	948,75			
9	2015	169,50	1118,25			
10	2016	172,75	1291,00			
11	2017	176,00	1467,00			

12	2018	179,25	1646,25			

a. Expliquer le résultat obtenu dans la cellule E4.

b. Donner une formule qui, entrée dans la cellule E4, permet par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules E4 : E12.

c. On pose $u_0 = 150$ et on note (u_n) le versement, en euros, de l'année $2009 + n$ avec l'entreprise CHAUFMAX.

Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 150 \times 1,02^n$.

d. Quel résultat va s'afficher dans la cellule E12 ?

e. Sans calculer le contenu d'autres cellules, montrer que le résultat qui va s'afficher dans la cellule F12 est 1 642,46.

3. Lequel des deux contrats est le plus intéressant pour Monsieur ELIOT ?

4. Monsieur ELIOT désire étudier d'autres propositions du même type que celle de l'entreprise CHAUFMAX, mais avec un taux d'évolution différent. La formule de la question 2. b. permet-elle d'y répondre ?

Sinon, en entrant dans la cellule F1 le nouveau taux d'évolution, donner une formule qui, entrée dans la cellule E4 et recopiée vers le bas lui permettra de consulter les montants des versements.

3-2 : Mercatique – France 06/09 – 5 points

Disposant d'un capital de 10 000 euros un investisseur étudie les offres de deux banques différentes.

La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3,5 %.

La banque C propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 2 % du capital.

Les intérêts obtenus sont augmentés d'une prime annuelle de 170 euros intégrée au capital. Ainsi, les intérêts et la prime produisent des intérêts pour l'année suivante.

Partie A : Construction d'une feuille de calcul

Afin de déterminer l'offre la plus intéressante, cet investisseur construit une feuille de calcul dont une copie partielle se trouve ci-dessous. Les cellules de la plage B2 : C12 sont au format monétaire.

	A	B	C
1	Rang de l'année	Banque B	Banque C
2	0	10 000,00 €	10 000,00 €
3	1	10 350,00 €	10 370,00 €
4	2		
5	3		11 132,35 €
6	4		11 524,99 €
7	5		11 925,49 €
8	6		12 334,00 €
9	7		12 750,68 €
10	8		13 175,70 €
11	9		13 609,21 €
12	10		

1. Donner une formule qui, entrée en cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage B3 : B12.

2. Donner une formule qui, entrée en cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 : C12.

Partie B : Étude des offres

1. On étudie l'offre de la banque B. On note, pour n entier naturel, b_n le capital en euros de l'investisseur au début de l'année n. Ainsi, $b_0 = 10\ 000$ et $b_1 = 10\ 350$.

a. Indiquer si la suite (b_n) est arithmétique ou géométrique. Préciser la raison de cette suite.

b. Exprimer b_n en fonction de n.

c. En déduire que, si le capital est placé dans la banque B, alors le capital disponible au début de l'année 10 sera 14 105,99 €.

2. On étudie l'offre de la banque C. Pour n entier naturel, on note c_n le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année n. Ainsi $c_0 = 10\,000$ et $c_1 = 10\,370$.

a. Calculer c_2.

b. On admet que, pour n entier naturel, on a $c_{n+1} = 1{,}02c_n + 170$.

Donner le capital disponible au début de l'année 10.

3. L'investisseur décide de placer son capital jusqu'au début de l'année 10.

Déterminer, parmi les deux banques B et C, celle qui propose l'offre la plus intéressante.

3-3 : Mercatique – Pondicherry 04/09 – 5 points

Florent a besoin d'économiser au moins 1250 € pour acheter un scooter. Pour cela, il décide d'effectuer un dépôt chaque mois.

Avec un tableur, il effectue une simulation de deux formules d'économies possibles :

Formule A : le 1[er] mois, il fait un dépôt de 150 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de20 €.

Formule B : le 1[er] mois, il fait un dépôt de 130 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de 20 %.

On appelle A_n et B_n les montants respectifs du n-ième dépôt mensuel de Florent avec la formule A et la formule B.

	A	B	C
1	Mois (n)	A_n	B_n
2	1	150	130
3	2	170	156
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		

1. Quelles formules destinées à être recopiées vers le bas Florent a-t-il écrites dans les cellules B3 et C3 pour compléter les colonnes B et C ?

2. a. Déterminer la nature de la suite (A_n) et préciser son terme initial et sa raison.

b. Déterminer la nature de la suite (B_n) et préciser son terme initial et sa raison.

3. Exprimer A_n et B_n en fonction de n.

4. Florent souhaite acheter son scooter dans 6 mois.

a. Quel sera le montant du 6[ème] dépôt, arrondi à l'euro, pour chaque formule ?

b. Quelle somme Florent aura-t-il économisée au bout de six mois, arrondie à l'euro, avec chaque formule ?

c. Quelle formule va-t-il retenir pour acheter son scooter ?

Dans cette question, on pourra utiliser le formulaire suivant :

- La somme S des n premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par :

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}.$$

- La somme S des n premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de raison q est donnée par :

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

3-4 : CGRH – Polynésie 09/08 – 8 points

Anne et Bastien comparent les étrennes qu'ils reçoivent chaque année. En 2000, Anne a reçu 80 € et Bastien 100 €.

Chaque année, les étrennes d'Anne augmentent de 6 € et celles de Bastien de 3 %.

Pour tout entier n, on note U_n et V_n les étrennes reçues par Anne et Bastien l'année 2000 + n.

On a donc $U_0 = 80$ et $V_0 = 100$.

1. a. Calculer les étrennes qu'ont reçus Anne et Bastien en 2001 puis en 2002.

b. Donner la nature de la suite (U_n). Justifier. En déduire U_n en fonction de n.

c. Donner la nature de la suite (V_n). Justifier. En déduire V_n en fonction de n.

d. À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année Anne reçoit pour la première fois davantage que Bastien.

2. On note S_n *et* T_n la somme des étrennes reçues par Anne et Bastien de l'année 2000 jusqu'à l'année 2000 + n. On a donc $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ et $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$.

Calculer S_{15} et T_{15}.

3. On donne ci-dessous l'extrait d'une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	n	Année	U_n	V_n	S_n	T_n
2	0	2000	80	100	80	100
3	1	2001				
4	2	2002				
5	3	2003				
17	15	2015				

a. Quelle formule, à recopier sur la plage C4:C17, peut-on entrer dans la cellule C3 ?

b. Quelle formule, à recopier sur la plage D4:D17, peut-on entrer dans la cellule D3 ?

c. Quelle formule, à recopier sur la plage E4:E17, peut-on entrer dans la cellule E3 ?

3-5 : Mercatique – France 06/07 – 5 points

Pierre se constitue une tirelire afin d'acheter un vélo qui coûte 150 euros. Après un dépôt initial dans cette tirelire de 8 eurso, il décide qu'à la fin de chaque mois il déposera une somme de plus en plus grande : la somme déposée à la fin de chaque mois sera augmentée de 2 (par rapport à celle du mois précédent. Ainsi, à la fin du premier mois, il déposera 10 eurso et la tirelire contiendra 18 euros.

On note $p(0)$ le dépôt initial et $p(n)$ la somme déposée à la fin du n-ième mois. On obtient ainsi une suite notée p.

1. Calculer $p(1)$ et $p(2)$.

2. Montrer que la suite p est arithmétique et donner sa raison. En déduire que $p(n) = 2n + 8$.

3. a. Quelle somme totale contiendra la tirelire au bout de deux mois ?

b. Montrer que la somme totale contenue dans la tirelire au bout de n mois est $(n + 1)(n + 8)$.

4. Un ami de Pierre lui fait remarquer qu'il devra attendre 9 mois pour pouvoir acheter son vélo. Justifier cette affirmation.

3-6 : CGRH – France 06/07 – 8 points

David et Pascal sont embauchés dans une entreprise le premier janvier 2005 à des conditions différentes. David commence avec un salaire mensuel net de 1 100 euros et Pascal avec un salaire mensuel net de 1 200 euros. On souhaite étudier l'évolution de leurs salaires.

On arrondira, si nécessaire, les résultats à 0,01près.

Le tableau est à remplir et à rendre avec la copie. Les parties A et B sont indépendantes

A. Évolution du salairemensuel de David

Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel de David augmente de 5 %.

On note u_n le salaire mensuel de David au premier janvier de l'année $2005+n$, n étant un entier naturel (donc $u_0 = 1100$).

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

3. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer le salaire mensuel de David en 2012.

4. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C3 du tableau pour obtenir par recopie automatique vers le bas les salaires de David ?

5. Compléter la colonne C du tableau de l'annexe.

B. Évolution du salaire mensuel de Pascal

Au premier janvier de chaque année, le salaire mensuel de Pascal augmente de 50 euros.

On note v_n le salaire mensuel de Pascal au premier janvier de l'année $2005+n$, n étant un entier naturel (donc $v_0 = 1200$).

1. Calculer v_1 et v_2.

2. Exprimer v_n en fonction de n. Calculer le salaire mensuel de Pascal en 2012.

3. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule D3 du tableau pour obtenir par recopie automatique vers le bas les salaires de Pascal ?

4. Compléter la colonne D du tableau de l'annexe.

5. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule F3 du tableau pour obtenir par recopie automatique vers le bas lemontant des salaires cumulés de Pascal depuis le premier janvier 2005 jusqu'au premier janvier de l'année considérée ?

C. Comparaison des salaires

À partir de quelle année le salaire mensuel de David dépassera-t-il celui de Pascal ?

4. Probabilités

4-1 : Mercatique – Polynésie 06/09 – 5 points

Une agence de voyages a proposé à ses clients un séjour à l'étranger selon deux formules :

– une formule « hôtel »

– une formule « aventure ».

Les deux formules ne pouvaient pas être combinées.

60 % des clients ont choisi la formule « hôtel » et 40 % ont choisi la formule « aventure ».

Une enquête de satisfaction conduite auprès de tous les clients ayant acheté ce séjour a montré que 70 % des clients de la formule « hôtel » ont exprimé être satisfaits et, parmi les clients de la formule « aventure », ils sont 90 % à être satisfaits.

Comme annoncé dans un dépliant publicitaire, l'agence procède à un tirage au sort pour offrir un cadeau à l'un des clients de ce séjour.

On considère les évènements suivants :

H : le tirage au sort a désigné un client de la formule « hôtel » ;

A : le tirage au sort a désigné un client de la formule « aventure » ;

S : le tirage au sort a désigné un client satisfait.

1. Construire un arbre de probabilités associé à cette expérience.

2. Déteminer $p_A(S)$, $p_A(\overline{S})$ et $p_H(S)$.

3. Définir par une phrase l'évènement : A $A \cap \overline{S}$. Calculer $p(A \cap \overline{S})$.

4. Montrer que la probabilité que le client désigné par le tirage au sort soit un client insatisfait est 0,22.

5. Calculer la probabilité que le tirage au sort ait désigné, parmi les insatisfaits, un client de la formule « aventure » et exprimer le résultat à 10^{-2} près.

4-2 : CGRH – Polynésie 06/09 – 4 points

Un camping d'une station touristique possède une piscine. Celle-ci est fréquentée par des locataires du camping et par des visiteurs extérieurs au camping. Le propriétaire se demande s'il a intérêt à construire une buvette à côté de la piscine et établit un questionnaire à l'intention des baigneurs.

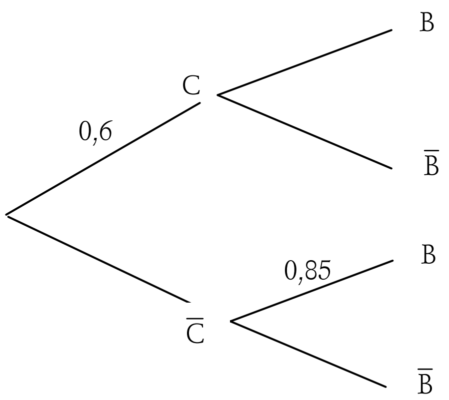
60 % des questionnaires remplis l'ont été par des baigneurs logeant au camping et, parmi ceux là, 40 % d'entre eux proviennent de baigneurs ayant l'intention de fréquenter la buvette.

85 % des questionnaires remplis par des baigneurs ne logeant pas au camping proviennent de baigneurs ayant l'intention de fréquenter la buvette.

Le propriétaire du camping tire un questionnaire au hasard. On admet que tous les questionnaires ont la même probabilité d'être choisis.

On note C l'évènement « le questionnaire tiré est celui d'un baigneur logeant, au camping » et $\overline{\text{C}}$ son évènement contraire.

On note B l'événement : « le questionnaire tiré est celui d'un baigneur ayant l'intention de fréquenter la buvette » et $\overline{\text{B}}$ son évènement contraire.



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre :

2. a. Définir l'évènement $\text{C} \cap \text{B}$ et calculer sa probabilité.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{\text{C}} \cap \text{B}$.

c. Calculer la probabilité de l'évènement B.

4-3 : Mercatique – France 06/09 – 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question une seule des trois réponses proposées est correcte. Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste rapporte 1 *point ; une réponse fausse enlève* 0,25 *point et l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si le total des points est négatif alors la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Parmi les joueurs d'échecs inscrits à un tournoi, l'un des joueurs est surnommé « le favori ».

Sur la base des résultats passés, on admet que la probabilité que « le favori » gagne un match contre l'un quelconque des joueurs du tournoi est égale à 0,9. On suppose que les résultats des matches successifs du tournoi sont indépendants et que lorsqu'un joueur perd un match, il est éliminé du tournoi.

1. La probabilité que « le favori » perde son premier match est égale à :

a. 0,50 b. 0,10 c. 0,01

2. La probabilité que « le favori » gagne ses deux premiers matches est égale à :

a. 0,50 b. 0,81 c. 0,90

3. Sachant que « le favori » a gagné son premier match, la probabilité qu'il gagne le match suivant est égale à :

a. 0,50 b. 0,10 c. 0,90

4. La probabilité que « le favori » ne joue qu'un ou deux match est égale à :

a. 0,19 b. 0,20 c. 0,09

4-4 : Mercatique La Réunion 06/09 5 points

Dans la liste des candidats devant passer une épreuve de mathématiques du baccalauréat STG, on compte 52 % de filles.

Les filles se répartissent de la manière suivante : 20 % sont en spécialité Gestion des Systèmes d'Information (GSI), 45 % en spécialité Comptabilité et Finance des Entreprises (CFE) et les autres en spécialité Mercatique.

En ce qui concerne les candidats garçons, 30 % sont en spécialité GSI, 45 % en spécialité CFE et 25 % en spécialité Mercatique.

On choisit au hasard un nom dans la liste des candidats. On note :

F l'évènement « le nom choisi est celui d'une fille » ;

G l'évènement « le nom choisi est celui d'un garçon » ;

I l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité GSI » :

E l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité CFE » :

M l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité Mercatique ».

Les probabilités demandées seront arrondies au millième.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.

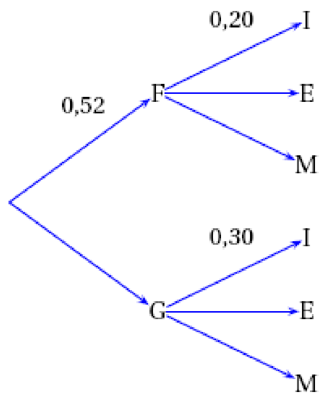
a. Montrer que la probabilité de l'évènement I est égale à 0,248.

b. Les évènements F et I sont-ils indépendants ?

2. Déterminer $P_I(F)$, la probabilité, sachant I, de l'évènement F.

3. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Montrer que les évènements F et E sont indépendants.



4-5 : Mercatique – Pondicherry 04/09 – 5 points

Une eau minérale est dite « **magnésienne** » lorsqu'elle contient plus de 50 mg de magnésium par litre.

Une usine produit de l'eau minérale qu'elle vend en bouteilles de 1 litre. L'eau provient de deux sources, notées « source A » et « source B ».

La « source A » fournit 70 % de la production totale des bouteilles d'eau et la « source B » le reste de cette production.

Les contrôles de qualité ont montré que 20 % des bouteilles produites par la « source A » et 10 % des bouteilles produites par la « source B » ont un taux de magnésium qui dépasse 50 mg par litre.

On prélève au hasard une bouteille d'eau parmi la production totale de la journée.

Toutes les bouteilles d'eau ont la même probabilité d'être prélevées.

On définit les événements suivants :

A : « la bouteille d'eau provient de la source A »,

B : « la bouteille d'eau provient de la source B »,

M : « l'eau contenue dans la bouteille est magnésienne ».

Dans la suite, la probabilité d'un événement X est notée $p(X)$.

1. Déduire des informations de l'énoncé les probabilités suivantes :

a. $p(A)$, $p(B)$.

b. La probabilité de M sachant A notée $p_A(M)$ et la probabilité de M sachant B notée $p_B(M)$.

2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

3. a. Calculer la probabilité, $p(A\cap M)$, que la bouteille d'eau provienne de la « source A » et que son eau soit magnésienne.

b. Calculer $p(B\cap M)$.

4. Montrer que $p(M)=0{,}17$.

5. Calculer la probabilité que l'eau contenue dans une bouteille provienne de la « source A » sachant qu'elle est magnésienne. On arrondira le résultat au centième.

4-6 : Mercatique – Nvelle Calédonie 11/08 – 6 points

Un grand journal a fait réaliser en 2006 une enquête sur un échantillon représentatif de la population française des 18-34 ans.

35 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la télévision ; parmi elles, 40 % lisent aussi la presse écrite.

25 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la radio ; parmi elles, 60 % lisent aussi la presse écrite.

Les autres personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est l'Internet ; parmi elles, 75 % lisent aussi la presse écrite.

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on note :

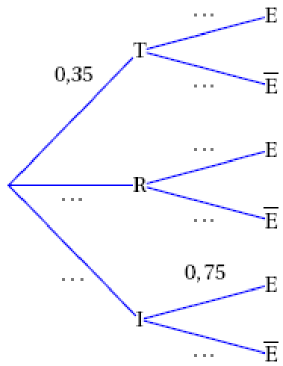
T l'événement : « la personne a pour principale source d'information la télévision »,

R l'événement : « la personne a pour principale source d'information la radio »,

I l'événement : « la personne a pour principale source d'information l'Internet »,

E l'événement : « la personne lit la presse écrite ».

Pour tout événement A, on notera $\overline{\text{A}}$ l'événement contraire et P(A) sa probabilité.



1. À l'aide des informations fournies par le texte, indiquer la valeur de la probabilité conditionnelle $P_T(E)$ puis calculer la probabilité conditionnelle $P_R(\overline{E})$.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.

3. a. Décrire à l'aide d'une phrase l'événement $T\cap E$, puis démontrer que $P(T\cap E)=0{,}14$.

b. Calculer la probabilité des événements $R\cap E$ et $I\cap E$. En déduire que P(E) = 0,59.

4. Calculer la probabilité conditionnelle $P_E(I)$, en donnant un résultat approché arrondi à 10^{-2} près.

Les événements E et I sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

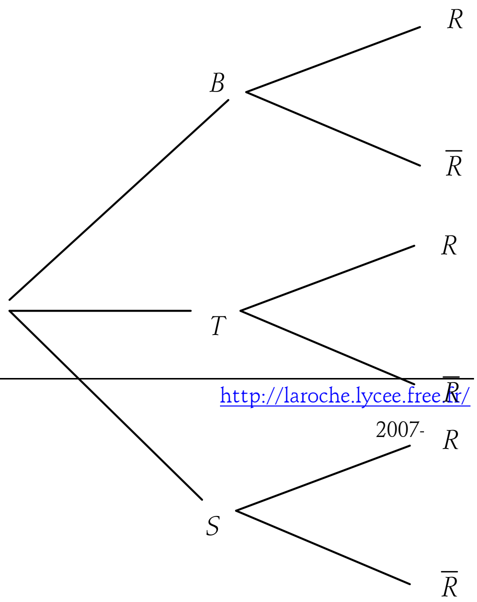
4-7 : CGRH – France 09/08 – 6 points

Un lac contient exclusivement trois sortes de poissons : 40 % des poissons sont des brochets, 25 % des poissons sont des truites et le reste est constitué de sandres. 50 % des brochets de ce lac sont de taille réglementaire ainsi que 60 % des truites et 45 % des sandres.

On pêche un poisson de ce lac : tous les poissons ont la même probabilité d'être péchés.

On considère les événements suivants :

- *B* : « le poisson péché est un brochet » ;
- *T* : « le poisson péché est une truite » ;
- S : « le poisson péché est un sandre » ;
- *R*: «*le* poisson péché est de taille réglementaire » ;



- $\overline{R}$: l'événement contraire de R.

1. Décrire par une phrase l'événement $\overline{R}$ puis l'événement $T \cap R$.
2. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.

Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au centième.

3. a. Justifier que la probabilité que le poisson péché soit un brochet de taille réglementaire est égale à 0,20.
b. Calculer la probabilité que le poisson péché soit un sandre de taille réglementaire.
c. Montrer que la probabilité que le poisson péché soit de taille réglementaire est sensiblement égale à 0,51.
d. En déduire $p\left(\overline{R}\right)$.

4. Sachant que le poisson péché n'est pas de taille réglementaire, quelle est la probabilité que ce soit une truite ?

5. Statistiques

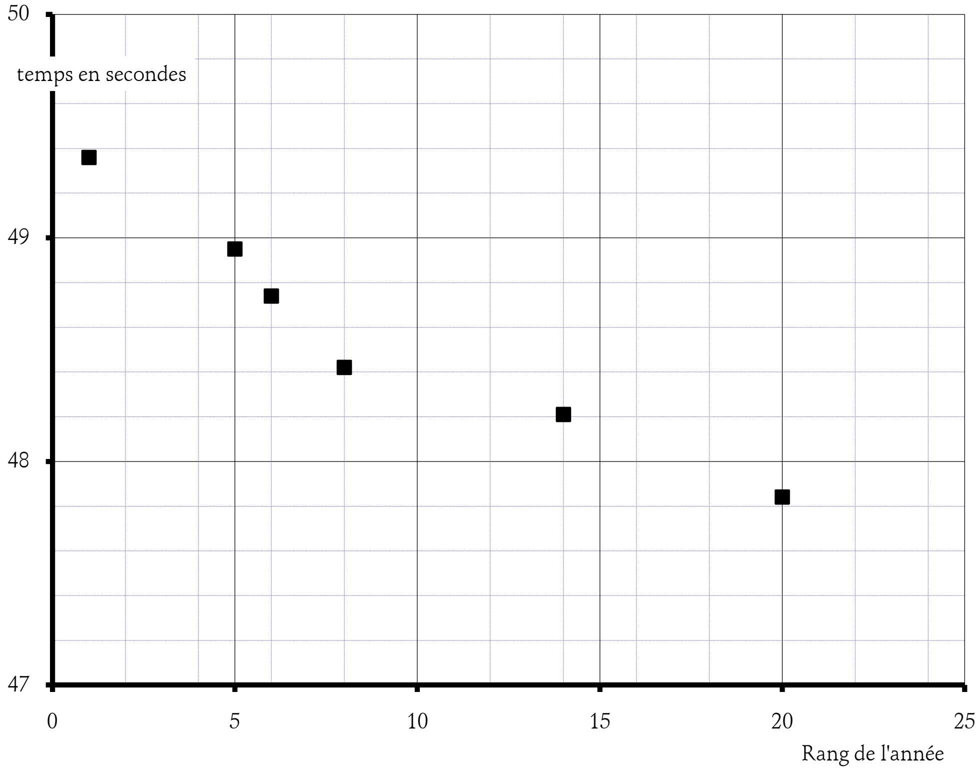
5-1 : Mercatique – France 06/09 – 6 points

Le tableau ci dessous retrace l'évolution sur une vingtaine d'années du record du monde de natation à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes.

	Année	Rang de l'année x_i	Temps en secondes y_i
Rowdy Gaines	1981	1	49,36
Matt Biondi	1985	5	48,95
Matt Biondi	1986	6	48,74
Matt Biondi	1988	8	48,42
Alexander Popov	1994	14	48,21
Pieter VanHoogenband	2000	20	47,84

Source. Site officiel dumouvement olympique.

Une représentation du nuage de points $(x_i \; ; y_i)$ est donnée ci-dessous.



1. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au millième).

Pour l'étude qui suit, on retient comme ajustement affine la droite D d'équation $y = -0,08x + 49,2$.

b. Tracer la droite D sur le graphique.

c. En utilisant ce modèle d'ajustement, donner une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.

2. a. Calculer le taux d'évolution du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes entre 1981 et 2000 (arrondir le résultat à 0,01 %).

b. Sur les vingt années de 1981 à 2000, le temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes a été amélioré chaque année en moyenne de 0,164 %. Expliquer comment obtenir ce résultat.

c. On suppose qu'à partir de l'année 2000 l'évolution va se poursuivre sur le même rythme, c'est-à-dire que chaque année le temps de ce record baissera de 0,164 %.

Calculer, selon ce modèle, une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.

3. Pendant les jeux olympiques de Pékin, lors de l'été 2008, Eamon Sullivan a abaissé le temps du record à 47,05 secondes. Parmi les deux modèles précédents, indiquer celui qui donne la meilleure approximation.

5-2 : Mercatique – La Réunion 06/09 – 4 points

Un appareil électronique est mis en vente dans un magasin à partir de l'année 2000.

Le directeur décide d'arrêter de proposer cet appareil à la vente dès que le nombre d'appareils vendus annuellement sera inférieur à 50.

Il étudie avec un tableur le résultat des ventes depuis l'année 2000, dans le but de prévoir à quel moment il devra cesser de vendre cet article.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'appareils vendus y_i	805	604	594	475	365	256	207	183	167

0. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\,,y_i\right)$ dans un repère orthogonal. Dans ce même repère tracer la courbe d'équation $y = 813\times e^{-0,21x}$.

1. Ajustement affine

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement obtenue par la méthode desmoindres carrés (arrondir les coefficients au dixième).

b. On décide de retenir comme ajustement affine, la droite d'équation $y = -80x + 730$.

Tracer cette droite dans le repère précédent.

c. Déterminer l'année, à la fin de laquelle, il devra cesser la vente du produit selon cet ajustement.

2. Ajustement exponentiel

a. À l'aide du tableur, le directeur retient comme ajustement la courbe d'équation $y = 813\times e^{-0,21x}$. En utilisant cet ajustement, déterminer l'année, à la fin de laquelle, il devra cesser la vente du produit.

b. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

Un collaborateur lui fait remarquer que ce modèle correspond à une baisse annuelle régulière de 19 % des ventes.

Justifier cette remarque.

5-3 : Mercatique – Pondicherry 04/09 – 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. On vous demande de recopier sur votre copie celle que vous pensez correcte. Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte un point, chaque réponse fausse retire 0,25 point, une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si- le total est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

Le tableau ci-dessous montre l'évolution entre 2000 et 2007 du nombre d'hôtels 4 étoiles en France métropolitaine.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'hôtels y_i	613	646	673	704	719	747	777	808

(source INSEE - Direction du tourisme)

1. Le taux d'évolution entre 2000 et 2003, arrondi à 0,01 % près, est :

a. 12,93 % b. 14,85 % c. 1,15 %

2. Le taux d'évolution annuel moyen entre 2000 et 2007, arrondi à 0,01 % près, est :

a. 4,02 % b. 1,12 % c. 10,40 %

3. Entre 1999 et 2000, le nombre d'hôtels 4 étoiles a augmenté de 2,51 %. Le nombre d'hôtels 4 étoiles en 1999, arrondi à l'unité, était donc :

a. 244 b. 624 c. 598

4. On considère la série statistique (x_i ; y_i) donnée par le tableau ci-dessus. La droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation :

a. $y = 26,87x - 616,83$ b. $y = 26,87x + 616,83$ c. $y = -26,87x + 616,83$

5-4 : Mercatique – Nvelle Calédonie 11/08 – 8 points

Les parties A et B sont largement indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Le tableau ci-dessous donne à partir de 1998 le nombre de tués sur les routes françaises. *(Les valeurs données sont arrondies à la dizaine.)*

Années	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de tués : y_i	8440	8030	7640	7720	7240	5800	5590	5320	4700

Source : Insee mars 2007

On donne ci-dessous le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal.

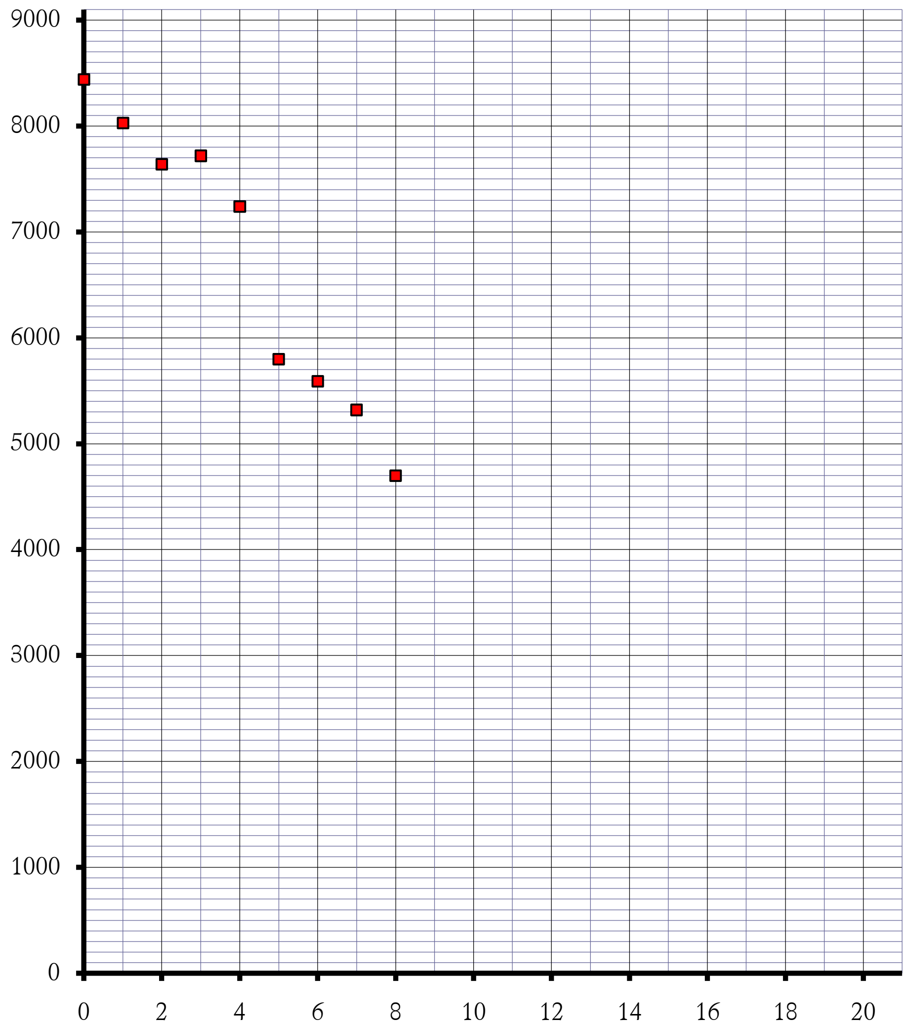
Partie A : Recherche d'un ajustement affine

1. Calculer les coordonnées du point moyen G. Placer G sur le graphique.

2. a. Déterminer à l'aide d'une calculatrice une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax+b$. (Les valeurs de a et b seront arrondies à 0,1 près).

b. Tracer la droite (D) d'équation $y = -485x + 8\ 660$ sur le graphique.

3. On admet que la droite (D) réalise un ajustement affine du nuage de points. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de tués en 2009. *On fera apparaître sur le graphique les traits de construction nécessaires.*



Partie B : Recherche d'un ajustement à l'aide d'une fonction exponentielle

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 20] par $f(x) = 8890e^{-0{,}075x}$.

<u>1. Étude de la fonction f</u>

a. Calculer la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle [0 ; 20].

b. Justifier que la fonction dérivée f' est strictement négative sur l'intervalle [0; 20].

c. En déduire le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 20].

d. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 20].

<u>2. Représentation de la fonction f</u>

a. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant ; on donnera les valeurs approchées entières arrondies à la dizaine la plus proche.

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$f(x)$		7650	6590		4880			3110			

b. En utilisant les valeurs du tableau de la question précédente, construire la courbe représentative de la fonction f sur le graphique.

c. On admet que la fonction f réalise un deuxième ajustement du nuage de points. Estimer par la méthode de son choix le nombre de tués en 2009.

On fera apparaître sur le graphique les traits de construction nécessaires.

Partie C : Comparaison des deux ajustements

1. À l'aide de l'ajustement affine de la partie A, estimer, par un calcul, en quelle année le nombre de tués devrait être inférieur à 2 500.

2. À l'aide de l'ajustement de la partie B estimer, par un calcul, en quelle année le nombre de tués devrait être inférieur à 2 500.

3. Quel est, parmi les deux ajustements étudiés, celui qui semble le plus réaliste ? Expliquer votre choix.

5-5 : CGRH – Nvelle Calédonie 11/08 – 7 points

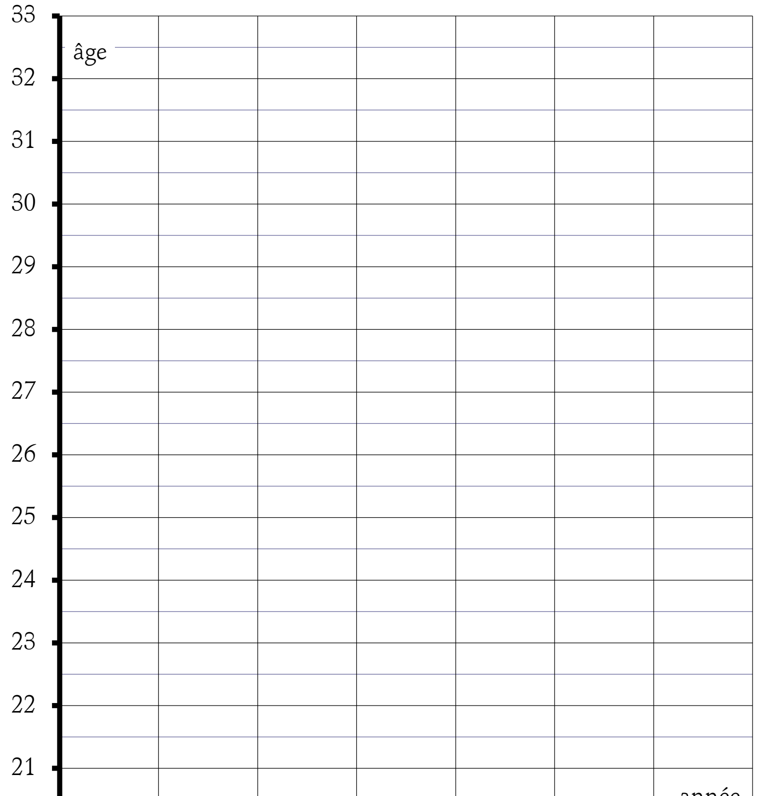
Dans cet exercice en particulier, toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Ce tableau donne l'évolution de l'âge moyen au premier mariage en France métropolitaine :

Année	1980	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Hommes	25,1	26,3	27,6	28,9	30,2	30,2	30,4	30,6	30,8	31,1
Femmes	23	24,2	25,6	26,9	28	28,1	28,3	28,5	28,8	29,1

Source Insee, Bilan démographique 2006, Mariages et nuptialité

Lecture du tableau : en 2000, l'âge moyen des femmes à leur premier mariage était de 28 ans.



1. Étude concernant les hommes

a. Représenter sur le graphique le nuage de points de la série concernant les hommes.

b. Déterminer à l'aide de la calculatrice, sans justification, une équation sous la forme $y = ax+b$ de la. droite d'ajustement du nuage de points de la série concernant les hommes par la méthode des moindres carrés. On arrondira a et b à 10^{-2} près.

c. Tracer cette droite sur le graphique.

d. Par lecture graphique, donner une estimation de l'âge moyen des hommes au premier mariage en 2008, si la tendance actuelle se poursuivait jusque-là. Tracer les éléments permettant cette lecture.

2. Étude concernant les femmes

On suppose qu'à partir de l'année 2005, l'âge moyen des femmes à leur premier mariage augmente de 0,24 année par an. On note u_0 cet âge pour l'année 2005, u_1 pour l'année 2006, et de façon générale u_n pour l'année 2005 + n.

a. Donner u_0, calculer u_1.

b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ou géométrique ? Exprimer u_n en fonction de n.

c. Selon cette supposition, quel serait l'âge moyen des femmes à leur premier mariage en 2008 ?

5-6 : Mercatique – France 09/08 – 8 points

Les rations journalières conseillées sur des sacs de croquettes pour chien des marques Topdog et Friskas sont données ci-dessous.

Poids du chien x_i (kg)	5	10	15	30	40	60
Ration journalière conseillée y_i	50	90	120	200	250	340

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

1. Déterminer s'il y a proportionnalité entre le poids du chien et la ration journalière conseillée. Justifier.

2. Le chien de Julie pèse 26 kg. Julie souhaite calculer la ration journalière conseillée. Faire une représentation graphique du nuage de points $(x_i ; y_i)$.

Julie a obtenu à la calculatrice par la méthode des moindres carrés la droite d'ajustement de y en x, et l'a tracée. Déterminer la ration journalière conseillée pour le chien de Julie.

Partie II

Le chien d'Arthur pèse 30 kg et mange des croquettes Topdog. Arthur décide de changer pour la marque Friskas. Mais la transition doit être progressive.

Arthur suit les recommandations des deux marques et donne à son chien une ration journalière de 200 g.

Arthur choisit de donner le premier jour 20 g de croquettes Friskas et le reste de la ration, soit 180 g, en croquettes Topdog ; puis il étudie deux programmes d'alimentation :

- premier programme : augmenter la part de croquettes Friskas de 15 g par jour.

- second programme : augmenter chaque jour de 20 % la part de croquettes Friskas présente dans la ration.

Dans les deux cas, la ration quotidienne reste au total à 200 g.

Arthur utilise un tableur pour étudier les deux programmes d'alimentation de son chien. La feuille de calcul est donnéeplus loin. Le format d'affichage est un format numérique à 0 décimale.

1. Premier programme

a. Donner une formule qui, entrée dans la cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B3 : B14.

b. Donner une formule qui, entrée dans la cellule C2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules C2 : C14.

c. Calculer la quantité totale de croquettes Topdog que doit prévoir Arthur dans ce premier programme d'alimentation durant la période de transition.

2. Second programme

a. Une formule entrée dans la cellule D3 a permis d'obtenir la plage de cellules D3 : D16 par recopie vers le bas. Cette formule permet de limiter la ration de croquettes Friskas à 200 g.

Recopier la seule des trois formules ci-dessous qui peut convenir.

=D2*1,20 =SI(D2*1,20 > 200 ; 200 ; D2*1,20) =$D$2*1,20

b. Soit u la suite géométrique de premier terme $u_1 = 20$ et de raison 1,2. Calculer la somme des treize premiers termes $u_1 + u_2 + \ldots + u_{13}$.

c. Montrer que la quantité totale de croquettes Topdog utilisées pendant la période de transition dans le second programme est à l'unité près égale à 1 630 g.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Avant la période de transition il reste à Arthur un sac de 2 kg de croquettes Topdog. Il souhaite en utiliser le plus possible durant la période de transition entre les deux marques de croquettes. Lequel des deux programmes d'alimentation Arthur choisira-t-il ? Justifier.

	A	B	C	D	E
1	Jour	Premier programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Premier programme Quantité de croquettes Topdog (g)	Second programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Second programme Quantité de croquettes Topdog (g)
2	1	,20	180	20	180
3	2	35	165	24	176
4	3	50		29	
5	4	65		35	
6	5	80		41	
7	6	95		50	
8	7	110		60	
9	8	125		72	
10	9	140		86	
11	10	155		103	
12	11	170		124	
13	12	185		149	
14	13	200	0	178	22
15	14			200	0
16	15			200	0

Indication de lecture : 165, le contenu de la cellule C3, est la quantité, en grammes, de croquettes Topdog présente dans la ration du second jour de transition dans le cas du premier programme d'alimentation.

5-7 : CGRH – France 09/08 – 8 points

Le tableau ci-dessous donne l'évolution des ventes d'appareils de chauffage au bois dans l'habit individuel en France entre 2001 et 2005.

Année	Rang x_i	Nombre d'appareils de chauffage au bois vendus en milliers y_i
2001	1	273
2002	2	292
2003	3	337
2004	4	360
2005	5	430

D'après Dossier de presse ADEME « L'éolien, une énergie en plein essor » novembre 2006

Partie A

1. Quel était le nombre d'appareils de chauffage au bois vendu en France en 2000 sachant qu'il a augmenté de 5 % entre 2000 et 2001 ?

2. On construit un tableau d'indices en prenant comme base 100 l'année 2001.

a. Compléter l'extrait de feuille de calcul ci-dessous. *On donnera des valeurs décimales arrondies au dixième.*

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005
2	Nombre d'appareils de chauffage au bois vendus	273	292	337	360	430
3	Indices	100				157,5

b. Quelle formule, à recopier sur la plage D3:F3, peut-on saisir dans la cellule C3 ?

3. Déterminer le taux d'évolution du nombre d'appareils de chauffage au bois vendu entre les années 2001 et 2005.

4. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'appareils de chauffage au bois entre 2001 et 2005.

Partie B

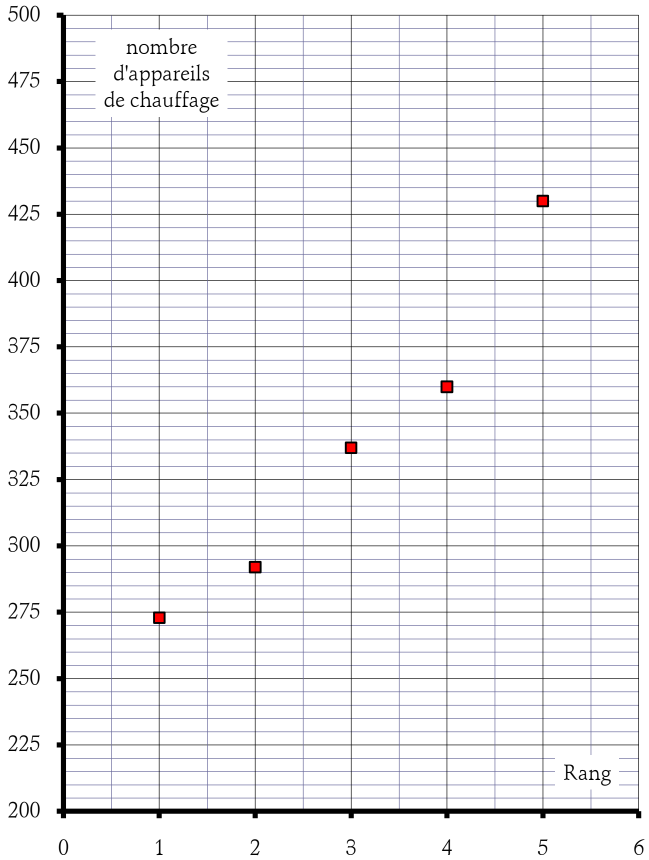
Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère le tableau ci-dessus. Le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) est donné ci-dessous. On souhaite réaliser un ajustement affine.

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront donnés à 0,1 près.

2. À partir des calculs ci-dessus, on décide de réaliser un ajustement affine à l'aide de la droite D d'équation $y = 38x + 224$. Tracer la droite D sur le graphique.

3. En supposant que ce modèle reste valable pour 2006 et 2007, prévoir le nombre d'appareils de chauffage au bois vendus pour 2007. Justifier la réponse.



5-8 : CGRH – Polynésie 09/08 – 7 points

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en Fance, exprimé en millions.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

(Source INSBE)

Partie A

1. Calculer le taux d'évolution du nombre d'habitants de 1985 à 2005. Arrondir à 0,01 %

2. En déduire le taux moyen annuel d'évolution entre 1985 et 2005. Arrondir à 0,01 %.

3. Calculer une estimation, en millions d'habitants, du nombre d'habitants en 2010 si le taux moyen annuel après 2005 est de 0,5 %.

Partie B

1. Construire le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ associé au tableau ci-dessous dans un repère orthogonal.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

2. On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.

a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D de régression de y en x sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont des nombres réels à déterminer à 10^{-1} près.

Aucune justification n'est demandée.

Construire la droite D dans le repère.

b. On suppose que l'évolution de la population active se poursuit selon le modèle donné par la droite d'ajustement obtenue à la question précédente.

Déterminer graphiquement une estimation du nombre d'habitants en 2010.

5-9 : Mercatique – Antilles-Guyane 09/07 – 6 points

Un restaurant d'une station balnéaire ouvre au début du printemps. Le gérant relève le nombre de repas servis chaque semaine. Les résultats des quatre premières semaines sont donnés dans le tableau suivant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4
Nombre de couverts : y_i	78	108	159	224

1. Représenter graphiquement, sur le graphique joint, le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

2. Soit D la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.

a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D, de la forme $y = ax + b$.

b. Tracer D sur le graphique.

c. Si l'on retient cet ajustement affine, calculer le nombre de couverts, arrondi à l'entier, prévisible pour la cinquième semaine.

3. L'allure du nuage de points précédent permet d'envisager un ajustement exponentiel.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = 54 \times (1,43)^x$.

a. Compléter le tableau suivant avec les valeurs $f(x)$ arrondies à l'unité.

Rang de la semaine : x	1	2	3	4
$f(x)$				

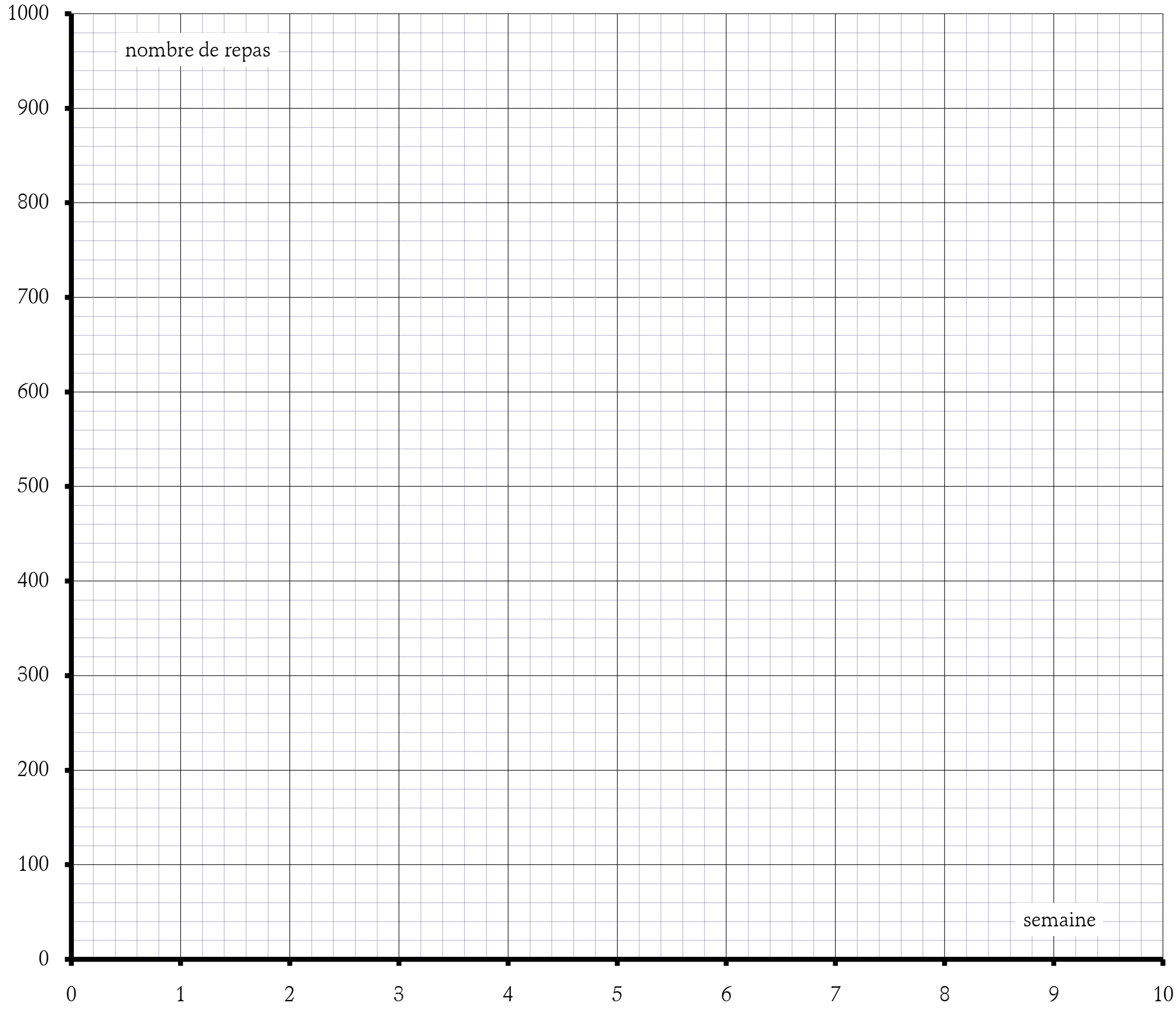
b. Sur le graphique tracer la courbe représentative C de la fonction f sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

c. Si l'on retient cet ajustement exponentiel, quel nombre de couverts peut-on prévoir la cinquième semaine ?

4. Le restaurant a une capacité maximum de 810 couverts par semaine.

a. Résoudre par le calcul l'inéquation : $54 \times (1,43)^x > 810$. Vérifiez graphiquement le résultat de votre calcul.

b. Si la fréquentation du restaurant évolue suivant ce modèle exponentiel, quel est le rang de la semaine où le gérant commencera à refuser des clients ?



5-10 : Mercatique – La Réunion 06/08 – 5 points

Selon l'institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) un indice des prix a suivi, en France, l'évolution suivante entre les années 2000 et 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	101,5	102,8	104,0	107,1	109,4	113,5

INSEE : formation brute de capital fixe

L'exercice a pour objet d'étudier l'évolution de cet indice en utilisant deux modèles mathématiques.

1. Ajustement affine

a. Effectuer une représentation graphique du nuage de points M_i de coordonnées $(x_i\ ;y_i)$. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

b. À partir des calculs effectués ci-dessus, on retient comme ajustement affine du nuage de points la droite d'équation $y = 2,2x + 96,8$. Tracer la droite D sur le graphique.

c. En supposant que ce modèle reste valable pour l'année 2007, donner une prévision de la valeur de l'indice pour 2007. Indiquer laméthode utilisée.

2. Ajustement à l'aide d'un logiciel

Un logiciel de calcul propose d'ajuster le nuage de points à l'aide d'une partie de la courbe C d'équation

$$y = 0{,}3x^2 + 0{,}1x + 99{,}9.$$

a. Tracer la courbe C sur le graphique précédent.

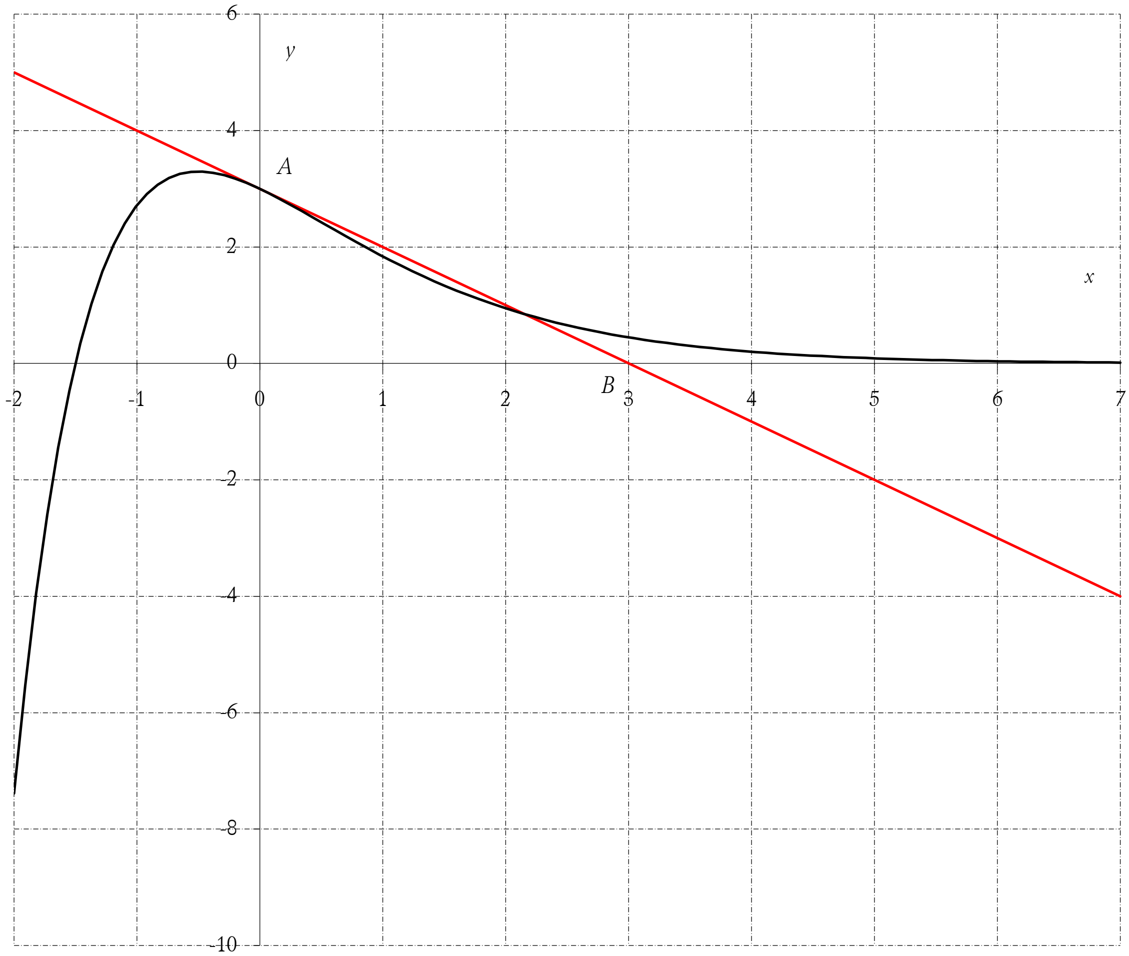
b. Déterminer l'ordonnée du point de la courbe C d'abscisse 8.

c. On suppose que le modèle défini par la courbe C reste valable pour l'année 2007. Donner, selon ce modèle, la valeur de l'indice pour 2007.

(*) d. Etudier les variations de la fonction $f(x) = 0{,}3x^2 + 0{,}1x + 99{,}9$ sur l'intervalle [0 ; 10]. Déterminer graphiquement puis à l'aide de votre calculatrice le moment où l'indice vaut 105.

6. Fonctions

6-1 : Mercatique – Polynésie – 06/09 - 5 points



La courbe C_f ci-dessus représente, dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$.

La droite D est tangente à la courbe C_f au point A de coordonnées (0 ; 3) et passe par le point B de coordonnécs (3 ; 0).

1. Par lecture graphique :

a. Déterminer le nombre $f(0)$.

b. Déterminer le nombre $f'(0)$ où f' est la fonction dérivée de *f*.

2. On admet que la fonction *f* est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+3)e^{-x}$.

a. Est-ce que le point E de coordonnées (7 ; 0) est sur la courbe C_f ?

b. Démontrer que pour tout nombre réel x on a $f'(x)=(-2x-1)e^{-x}$.

c. Etudier le signe de $f'(x)$.

d. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

6-2 : CGRH – France 06/09 – 8 points

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Pour choisir les matériaux à utiliser, elle mène une enquête auprès de porteurs de lunettes, en proposant dix prix différents. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant :

Prix de vente proposé pour la monture (en €) : x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

1. Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i ; y_i)$ dans un repère, sur du papier millimétré.

On prendra pour unités : 1 cm pour 50 € sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 personnes sur l'axe des ordonnées.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

3. On donne le point A de coordonnées (260 ; 409). Placer les points A et G sur le graphique, puis tracer la droite (AG).

4. On admet que la droite (AG) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent. Vérifier que la droite (AG) a pour équation : $y=-\frac{9}{13}x+589$.

Pour la suite, on utilisera : $y = -0,7x + 589$, le coefficient de x étant arrondi au dixième.

5. En utilisant l'ajustement précédent, calculer une estimation du nombre de montures vendues en proposant un prix de vente de 500 euros.

6. *Dans cette question, toute trace de recherche,même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Les frais de fabrication sont de 150 € par monture et les frais fixes (indépendants du nombre de montures vendues) sont de 10 000 €.

Pour x appartenant à l'intervalle [240 ; 800], on note $B(x)$ le bénéfice dégagé par la vente de y montures au prix unitaire de x euros.

a. Montrer que $B(x)=-0,7x^2+694x-98350$.

b. Pour x appartenant à [240 ; 800], on considère la fonction B qui à x associe $B(x)$. Déterminer la fonction dérivée B' de B sur [240 ; 800].

c. En déduire les variations de la fonction B, pour x appartenant à l'intervalle [240 ; 800], puis le prix de vente de la monture (arrondi au centime) pour lequel le bénéfice $B(x)$ est maximal.

6-3 : CGRH – Polynésie 06/09 – 8 points

Un artisan fabrique des objets. Il ne peut pas en produire plus de 70 par semaine. On suppose que tout objet fabriqué est vendu.

Le coût de production de x dizaines d'objets, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction f, définie sur l'intervalle [0 ; 7]. Sa courbe représentative est donnée ci-dessous.

1. a. Par lecture graphique, donner le coût de production de 50 objets.

b. Par lecture graphique, donner le nombre d'objets produits pour un coût de 3 000 euros.

2. Chaque objet est vendu 80 euros. On note $g(x)$ la recette obtenue par la vente de x dizaines d'objets, en milliers d'euros.

a. Justifier que $g(x) = 0,8x$.

b. Tracer dans le repère ci-dessous la droite D d'équation $y = 0,8x$.

c. Par lecture graphique, déterminer à quel intervalle doit appartenir x pour que l'artisan réalise un bénéfice.

3. On admet que la fonction f est définie, pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 7], par

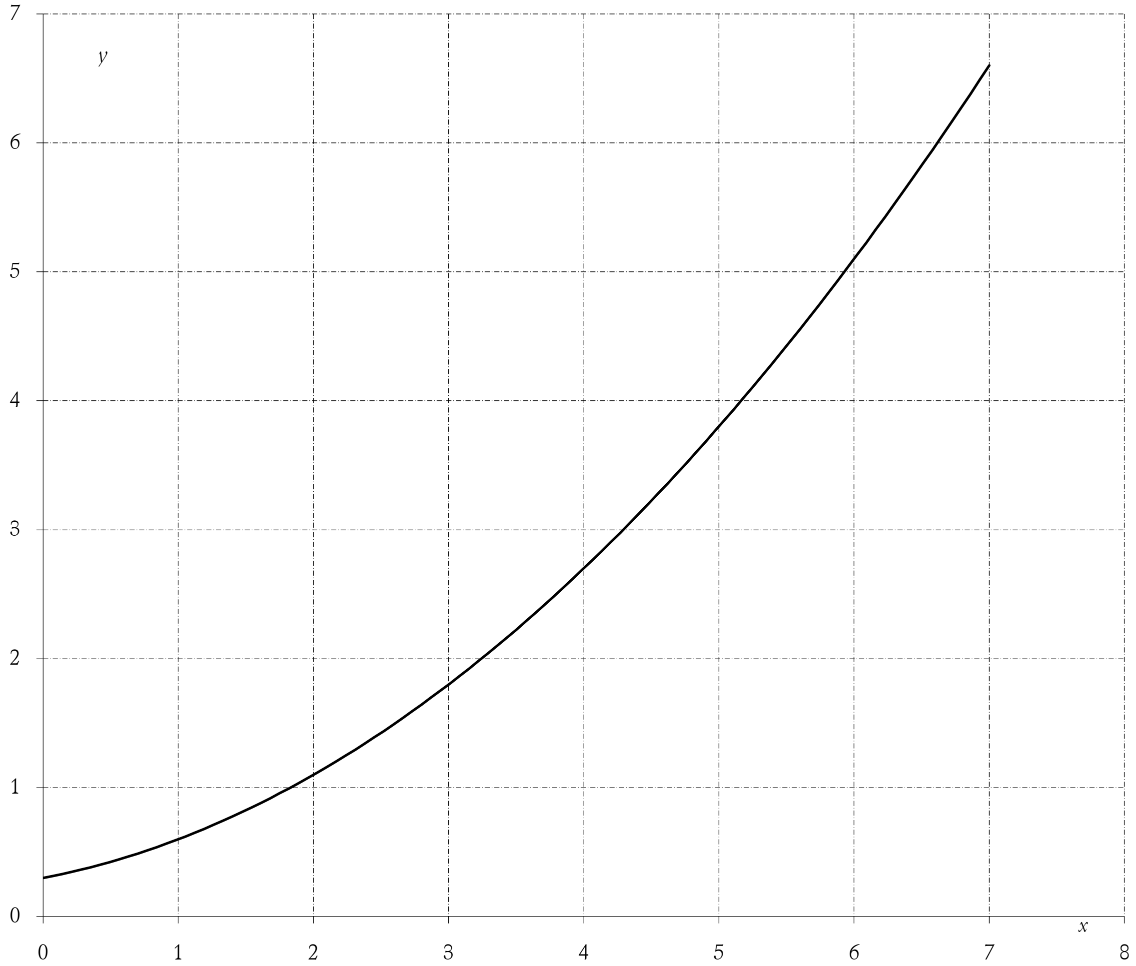
$$f(x) = 0,1x^2 + 0,2x + 0,3.$$

Le bénéfice réalisé par la production et la vente de x dizaines d'objets en milliers d'euros, est modélisé par une fonction B définie sur l'intervalle [0 ; 7].

a. Montrer que $B(x) = -0,1x^2 + 0,6x - 0,3$.

b. Calculer la dérivée B' de la fonction B.

c. Pour quel nombre d'objets fabriqués et vendus le bénéfice est-il maximum ?



6-4 : Mercatique – France 06/09 – 5 points

Formulaire

Pour tout réel x, et pour tout réel strictement positif a, $a^x = e^{x\ln a}$.

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I, alors e^u est une fonction dérivable sur I et $\left(e^u\right)' = u'e^u$.

Thomas a 13 ans et demi. Il dispose de 800 € d'économies.

Ses parents décident de placer cet argent sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux annuel de 4,5 %.

1. Calculer, au centime d'euro près, le capital dont il disposera au bout de trois ans, c'est-à-dire sa valeur acquise au bout de trois ans.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 18] par $f(x) = 800 \times 1,045^x$.

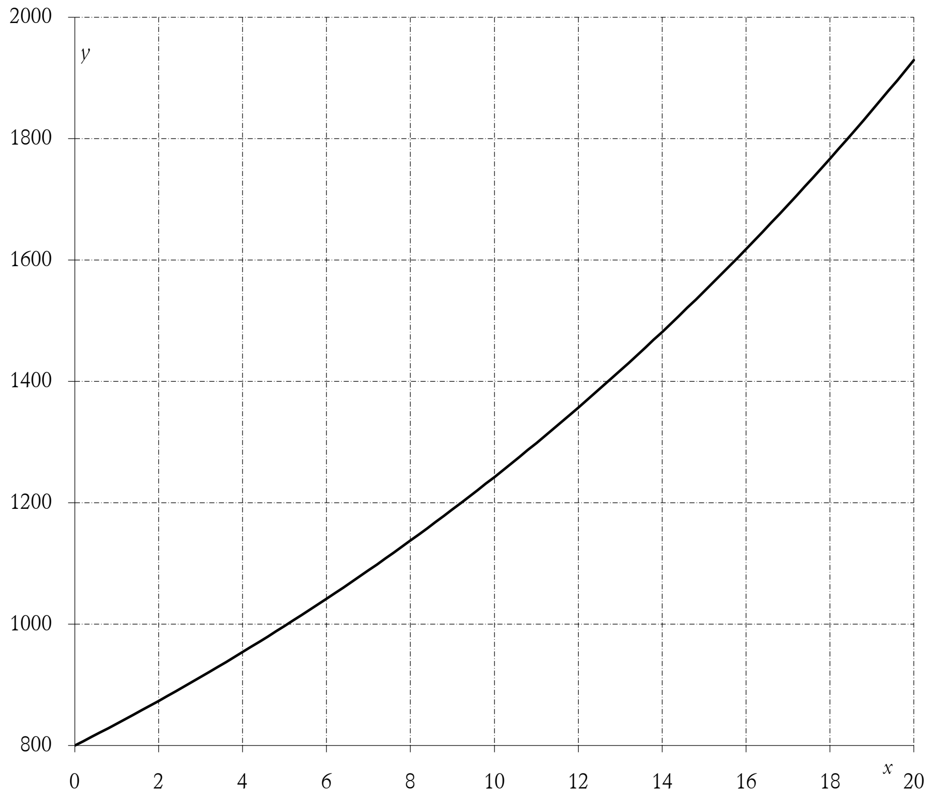
On note f' la fonction dérivée de la fonction *f*.

a. Démontrer que $f'(x) = 800 \times \ln(1{,}045) \times 1{,}045^x$.

b. En déduire le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 18].

3. Le nombre $f(x)$ représente la valeur acquise d'un capital de 800 € placé pendant une durée *x*, en années, au taux annuel de 4,5 %. La courbe représentative C de la fonction *f* est donnée ci-dessous.

On décide d'utiliser cette courbe pour estimer graphiquement la valeur acquise selon la durée du placement.



a. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, la valeur acquise par le capital lorsque Thomas atteindra samajorité, soit dans quatre ans et demi.

b. Combien d'années Thomas devra-t-il patienter pour voir doubler son capital initial ?

6-5 : Mercatique – La Réunion 06/09 – 5 points

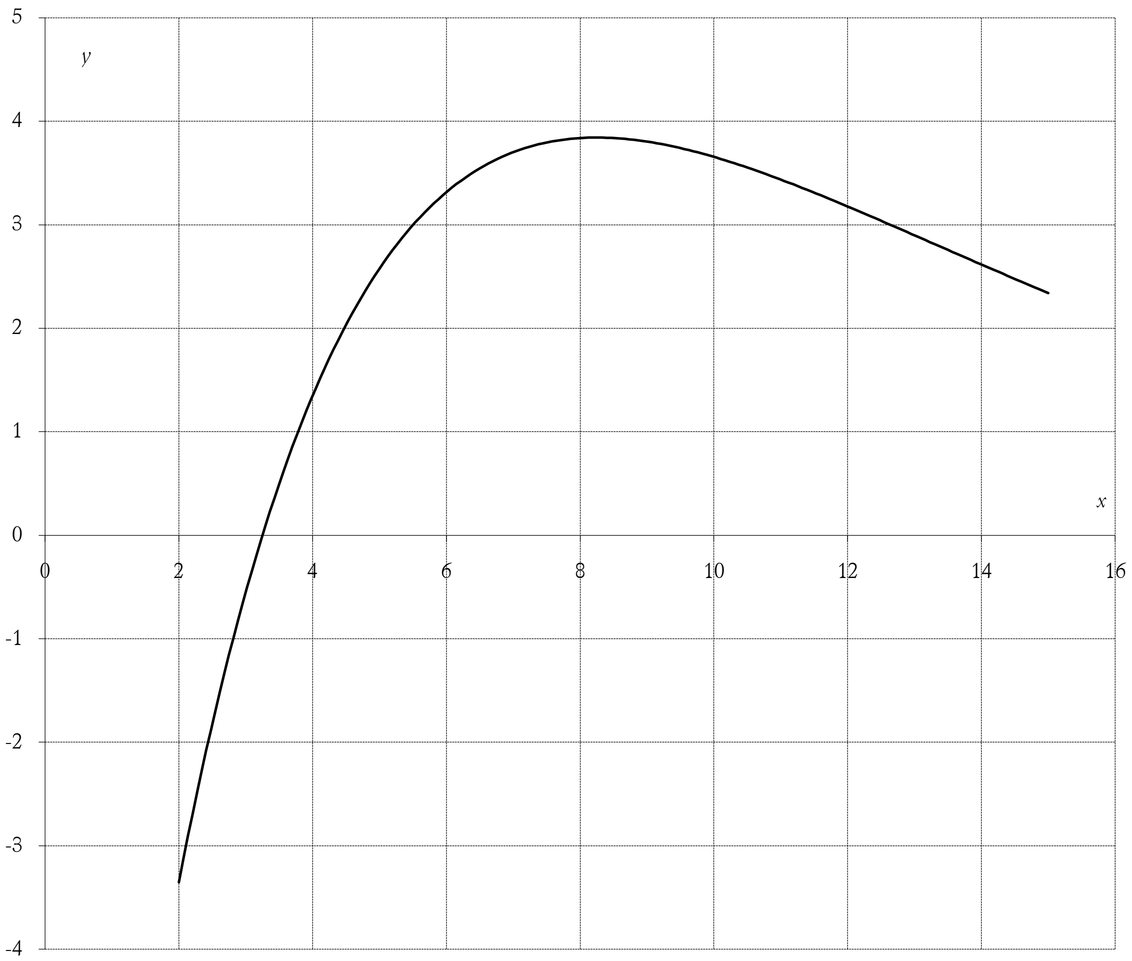
Formulaire

Si *u* et *v* sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I alors *uv* est dérivable sur I et $(uv)' = u'v + uv'$

Si *u* est une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction e^u est dérivable sur I et $\left(e^u\right)' = u'e^u$.

Une entreprise peut extraire entre 2 000 et 15 000 tonnes de minerai d'une carrière.

Le résultat d'exploitation, en millions d'euros, qu'elle envisage en fonction de la quantité de minerai extraite, est représenté par la courbe ci-dessous.



Partie A : Lecture graphique

1. Avec la précision permise par le graphique, compléter le tableau suivant :

Quantité de minerai extraite x en milliers de tonnes	2	6	9	15
Résultat d'exploitation $R(x)$ envisagé en millions d'euros			3,8	

2. Le résultat d'exploitation $R(x)$ est-il proportionnel à la quantité de minerai extraite ? Justifier.
3. Déterminer à partir de quelle quantité extraite le résultat d'exploitation est positif.
4. Déterminer la quantité extraite pour laquelle le résultat d'exploitation est maximum.
5. Déterminer les quantités extraites pour lesquelles le résultat d'exploitation est de 3 millions d'euros.

Partie B : Utilisation d'une fonction

Le but de cette partie est d'obtenir une meilleure précision sur la détermination de la quantité à extraire pour obtenir le résultat d'exploitation maximal. La courbe C représentant le résultat d'exploitation est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle [2 ; 15] par $f(x)=(4x-13)e^{-0,2x}$.

1. Résoudre l'inéquation $f(x)\leq 0$ sur l'intervalle [2 ; 15]. Donner une interprétation économique de ce résultat.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle [2 ; 15].

Montrer que $f'(x)=(6,6-0,8x)e^{-0,2x}$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [2 ; 15], dresser le tableau de variations de f et conclure.

6-6 : Mercatique – Pondicherry 04/09 – 6 points

On considère la fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle [1 ; 7] par :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 40 + 16\ln(x).$$

1. Soit f' la fonction dérivée de *f* sur l'intervalle [1 ; 7]. Calculer $f'(x)$ puis montrer que

$$f'(x) = \frac{4(x-4)(x-1)}{x}.$$

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [1 ; 7] et en déduire le tableau de variations de la fonction *f*.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. On arrondira les résultats à l'unité.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

4. Représenter graphiquement la fonction *f* dans un repère orthogonal.

On prendra pour unités graphiques : 1 *cm sur l'axe des abscisses et* 1 *cm sur l'axe des ordonnées.*

Un artisan fabrique entre 1 et 7 poupées de collection par jour. Le coût unitaire de fabrication de x poupées, exprimé en euros, est égal à $f(x)$ (x est compris entre 1 et 7).

5. Combien faut-il produire de poupées pour que le coût unitaire de fabrication soit minimal ? Quel est ce coût minimal ?

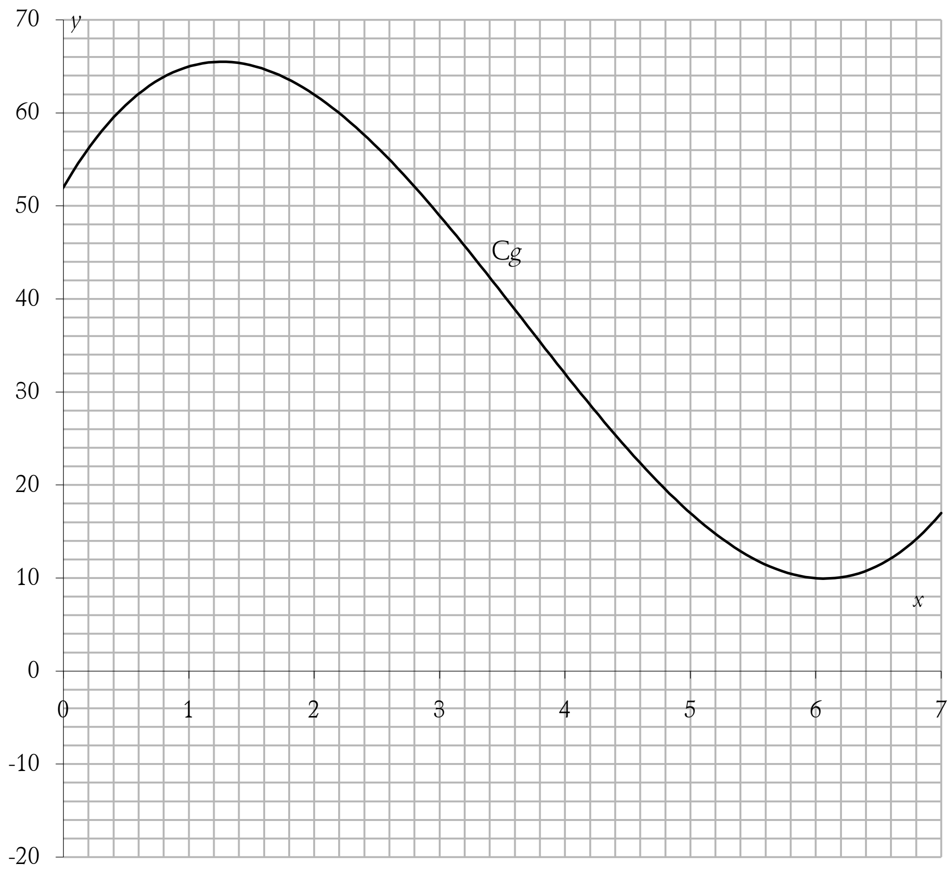
6. Le prix de vente d'une poupée est de 20 euros.

Par lecture graphique, déterminer combien de poupées l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice.

6-7 : CGRH – Nvelle Calédonie 11/08 – 8 points

On donne la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 7] par $f(x) = x^3 - 11x^2 + 39x - 20$.

On donne la fonction *g* définie sur l'intervalle [0 ; 7] par $g(x) = x^3 - 11x^2 + 23x + 52$ (sa courbe représentative C_g est tracée ci-dessous).



Étude de la fonction *f*

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$								

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

3. Montrer à l'aide d'un développement que $f(x)=(x-3)(3x-13)$.

4. En utilisant un tableau de signes, étudier le signe de f' et donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 7].

5. Compléter le graphique par le tracé de la courbe représentative C_f de la fonction f.

Intersection de deux courbes

a. Résoudre par le calcul l'équation $f(x)=g(x)$.

b. Déduire de la question précédente les coordonnées du point d'intersection des deux courbes C_f et C_g.

c. Tracer sur le graphique les éléments permettant de retrouver graphiquement ces coordonnées.

6-8 : Mercatique – France 09/08 – 6 points

On rappelle que si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I, et si v ne s'annule pas sur I, alors la fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et sa fonction dérivée est donnée par la formule : $\frac{u'v-uv'}{v^2}$.

On se propose d'étudier la capacité pulmonaire moyenne de l'être humain de 10 à 90 ans.

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle [10 ; 90] par $f(x)=\dfrac{110\ln(x)-220}{x}$.

On admet que, pour un être humain d'âge x, en années, appartenant à l'intervalle [10 ; 90], sa capacité pulmonaire moyenne, en litres, peut être modélisée par $f(x)$. Une représentation graphique de la fonction f est donnée ci-dessous.

1. Répondre avec la précision permise par la représentation graphique.

a. À quel âge la capacité pulmonaire moyenne est-elle maximale ? Quelle est cette capacité maximale ?

b. À quels âges la capacité pulmonaire moyenne est-elle supérieure ou égale à 5 litres?

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle [10 ; 90], $f'(x) = \dfrac{110(3-\ln(x))}{x^2}$.

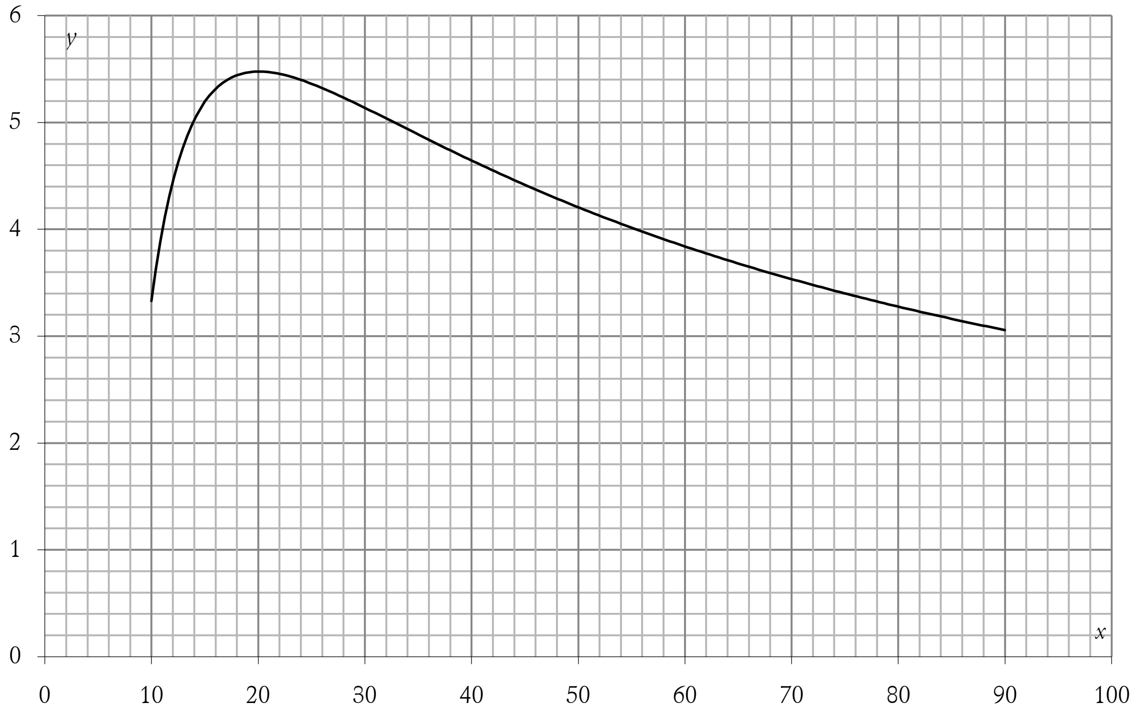
b. Résoudre sur l'intervalle [10 ; 90] l'équation $3-\ln(x)=0$. Donner une valeur arrondie de la solution au dixième.

c. On considère sur l'intervalle [10 ; 90] l'inéquation $3-\ln(x)>0$.

Montrer que l'ensemble des solutions de cette inéquation est $[10\ ;\ e^3[$.

En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [10 ; 90].

d. Indiquer comment retrouver les résultats de la question 1.



6-9 : CGRH – France 09/08 – 6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées, ***une seule réponse est correcte.*** *Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque réponse incorrecte retire 0, 25 point, une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est 0.

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur [–10 ; 14].

x	–10		–3		5		10
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	2	↗	5	↘	–4	↗	–1

1. On a :

A. f positive sur [5 ; 14] B. f positive sur [–10 ; –3] C. f négative sur [–10 ; 5]

2. On considère l'équation $f(x) = 0$. Sur l'intervalle [–10 ; 14]

A. elle n'admet aucune solution B. elle admet une unique solution C. on ne peut pas répondre

3. On cherche à comparer $f(-1)$ et $f(1)$:

A. $f(-1) > f(1)$ B. $f(-1) < f(1)$ C. on ne peut pas répondre

4. La courbe représentative de la fonction f admet au point d'abscisse –3

A. une tangente horizontale B. une tangente dont le coefficient directeur est positif C. une tangente dont le coefficient directeur est négatif

5. Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse –10 est :

A. $y = -10x + 2$ B. $y = x + 2$ C. $y = x + 12$

6. Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 5 est :

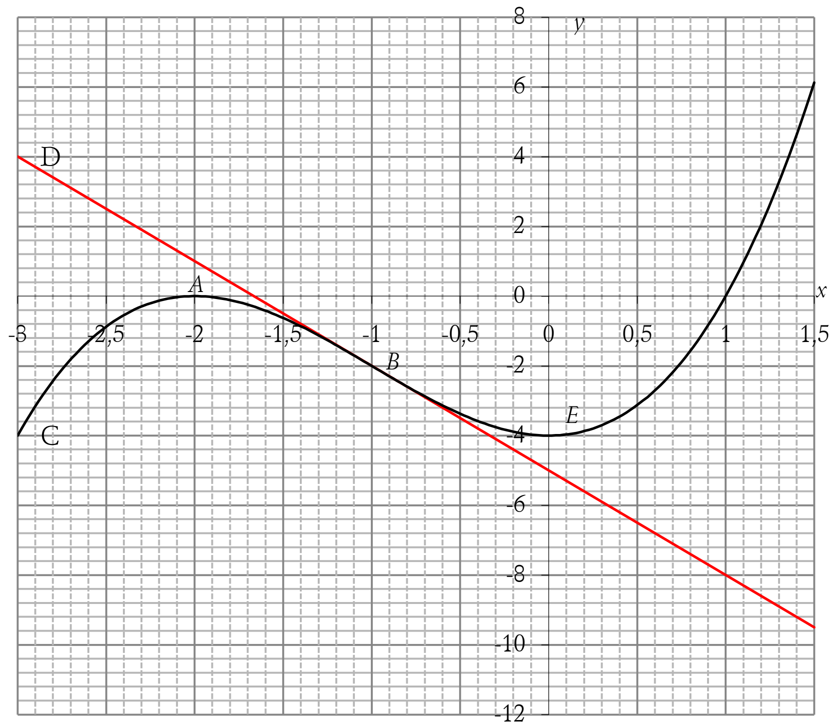
A. $y = -4$ B. $x = -4$ C. $y = 0$

6-10 : CGRH – Polynésie 09/08 – 5 points

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte vaut 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points et négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

On donne C la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-3\,;\frac{3}{2}\right]$.



C admet une tangente horizontale aux points $A(-2 ; 0)$ et $E(0 ; -4)$.

D est la tangente à C au point $B(-1 ; -2)$.

D passe par le point de coordonnées $(0 ; -5)$.

1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $\left[-3 ; \frac{3}{2}\right]$ de l'équation $f(x) = 0$ est

A. 1 B. 2 C. 3

2. Les solutions sur l'intervalle $\left[-3 ; \frac{3}{2}\right]$ de l'équation $f'(x) = 0$ sont :

A. –2 et 1 B. –2 et 0 C. –3 et 0

3. Le nombre dérivé $f'(-1)$ est égal à :

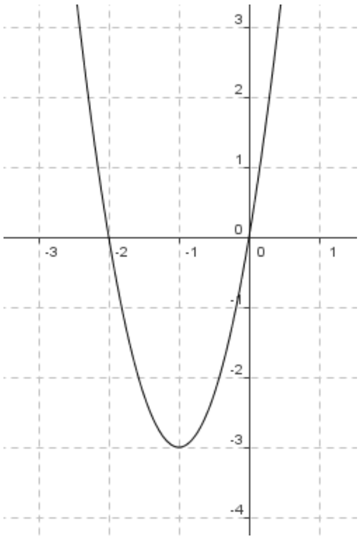
A. 1,5 B. –2 C. –3

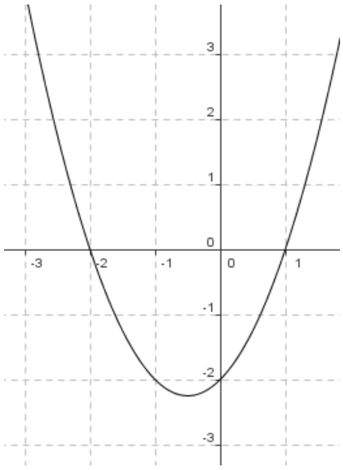
4. Une équation de la droite D est :

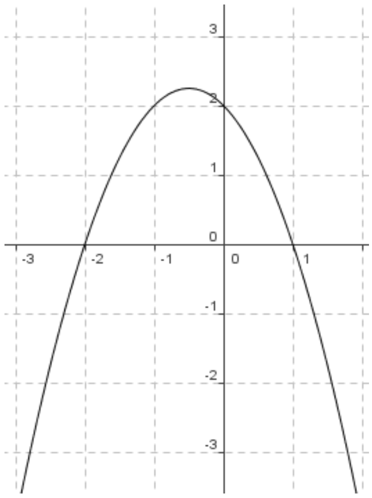
A. $y = -3x$ B. $y = -3x - 5$ C. $y = -2x - 5$

5. La représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f est :

A. B. C.







6-11 : CGRH – France 09/07 – 7 points

Une entreprise produit des appareils électroménagers. Le coût horaire de production de x appareils est donné en euros par :

$$C(x) = x^2 + 50x + 100 \text{ pour } 5 \leq x \leq 40.$$

1. L'entreprise vend chaque appareil 100 euros.

a. Expliquer pourquoi le bénéfice horaire réalisé par la fabrication et la vente de x objets est égal à :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 100 \text{ pour } 5 \leq x \leq 40.$$

b. B' étant la fonction dérivée de B sur [5 ; 40], calculer $B'(x)$ et étudier son signe.

c. Dresser le tableau de variations de B.

d. Quel est le nombre d'appareils à produire pour que le bénéfice horaire de l'entreprise soit maximal ?

2. Le coût moyen de production d'un objet est égal à $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ pour $5 \leq x \leq 40$.

a. Montrer que $f(x) = x + 50 + \dfrac{100}{x}$ pour $5 \leq x \leq 40$.

b. f' étant la dérivée de la fonction f sur [5 ; 40], montrer que : $f'(x) = \dfrac{(x-10)(x+10)}{x^2}$ pour $5 \leq x \leq 40$.

c. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

d. Pour quelle valeur de x le coût moyen est-il minimal ? Préciser alors sa valeur.

e. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira au centime d'euro) :

x	5	10	20	30	40
$f(x)$					

f. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

Unités graphiques : 1 cm pour cinq appareils en abscisse, 1 cm pour 10 euros en ordonnée.