Annales Baccalauréat

1. STL Biochimie, France, sept. 2008

EXERCICE 1 9 points

On étudie en laboratoire l'action de la chaleur sur les microorganismes. On sait que celle-ci conduit à leur destruction totale ou partielle, selon son intensité et les conditions de son utilisation. Les microorganismes doivent être exposés selon une durée déterminée, à une température donnée et on considère que le but est atteint si 90 % des microorganismes existants avant l'expérience sont effectivement détruits.

On a relevé la durée en minutes et la température en degrés Celsius nécessaires pour atteindre cet objectif pour un échantillon témoin. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Température : x_i (en °C)	105	108	111	114	117	120
Durée : t_i (en min)	148	55	20	7	3	1

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i(x_i\,;\,t_i)$. On prendra 1 cm pour 1°C en abscisse et 1 cm pour 10 min en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées (105 ; 0).

Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

2. On pose $y_i = \ln(t_i)$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

x_i	105	108	111	114	117	120
$y_i = \ln(t_i)$						

b. Représenter graphiquement le nuage de points $N_i(x_i\ ;y_i)$.

On prendra 1 cm pour 1°C en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées (105 ; 0). Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

c. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer.

d. Déterminer les coordonnées des deux points G_1 et G_2, qui sont respectivement les points moyens du nuage N_1, N_2, N_3 et du nuage N_4, N_5, N_6. Placer les points G_1 et G_2.

e. Tracer la droite (G_1G_2) et déterminer son équation réduite.

3. En utilisant l'ajustement affine de la question 2 :

a. Calculer une valeur approchée de la durée du traitement thermique à 110 °C nécessaire pour détruire 90 % des bactéries *(on arrondira le résultat à la minute près).*

b. Calculer une valeur approchée de la température nécessaire pour détruire 90 % des bactéries par un traitement thermique d'une durée de 90 minutes *(on arrondira le résultat à* 10^{-1} *degré près).*

EXERCICE 2 11 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=-\ln 3+2-2\ln x-2x^2$.

1. a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

2. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\,;+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f.

c. Calculer $f(0{,}5)$ et $f(2)$ *(on donnera les résultats arrondis à* 10^{-2} *près).* Conclure quant à l'existence d'une unique valeur a de l'intervalle]0,5 ; 2[telle que $f(a)=0$.

d. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-1} près de a.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction h, définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{\ln(3x^2)-2x^2}{x}$.

1. a. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$.

b. Montrer que $h(x)$ peut s'écrire sous la forme $h(x)=\ln(3)\times\dfrac{1}{x}+2\dfrac{\ln(x)}{x}-2x$.

En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

c. Étudier $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[h(x)+2x\right]$.

Que peut-on en conclure quant à une asymptote éventuelle en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction h ?

2. a. On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur $]0\,;+\infty[$.

Montrer que $h'(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$ et calculer $h'(a)$. Calculer $h(a)$ en arrondissant le résultat à 10^{-1} près (*on pourra utiliser la valeur trouvée en A. 2. d.*).

b. Dresser le tableau de variations de la fonction h sur $]0\,;+\infty[$ et tracer sa courbe représentative et son asymptote dans un repère orthonormé (unité graphique : 1 cm).

2. SMS, France & La Réunion, sept 2008

EXERCICE 8 points

Le tableau suivant donne, en milliards d'euros, les dépenses de santé en France de 2001 à 2007. Ces dépenses sont déterminées au 31 décembre de chaque année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Dépenses de santé en milliards d'euros : y_i	122	130	137,5	145	150	155	157,5

D'après des données de l'INSEE.

1. a. Calculer le taux d'augmentation des dépenses de santé entre 2001 et 2007 (on donnera un arrondi du résultat, exprimé en pourcentage, à 0,01 % près).

b. Calculer les dépenses en médicaments en 2007 sachant qu'elles représentaient 21 % des dépenses totales de santé au cours de cette même année (on arrondira le résultat au milliard près).

2. Sur l'une des feuilles de papier millimétré fournie, représenter par un nuage de points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ la série statistique correspondant aux données du tableau ci-dessus. On utilisera un repère orthogonal du plan tel que :

2 cm représentent une année sur l'axe des abscisses,

2 cm représentent 10 milliards d'euros sur l'axe des ordonnées (cet axe sera gradué de 100 à 200).

3. a. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage (on arrondira son ordonnée au dixième). Placer le point G sur le graphique.

b. Soit (D) la droite de coefficient directeur 5,9 passant par le point G, déterminer une équation cartésienne de la droite (D). Tracer la droite (D) sur le graphique.

c. Cette droite vous paraît-elle représenter un bon ajustement du nuage de points ? Pourquoi ?

4. On admet que l'ajustement réalisé par la droite (D) est valable jusqu'en 2009.

Déterminer graphiquement :

a. une estimation des dépenses de santé en 2008,

b. l'année au cours de laquelle ces dépenses dépasseront 170 milliards d'euros.

5. Justifier par un calcul les résultats de la question 4.

PROBLÈME 12 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 7] par : $f(t)=0,6e^{-0,8t}+0,84$.

1. a. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(t)$.

b. Étudier le signe de $f(t)$ sur l'intervalle [0 ; 7] et dresser le tableau de variations de f.

c. Recopier et compléter le tableau suivant (on arrondira les résultats à 10^{-2} près).

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(t)$			0,96				0,84	

2. On appelle C la courbe représentant la fonction f dans un repère orthogonal du plan. On prendra 2 cm par unité sur l'axe des abscisses et 10 cm par unité sur l'axe des ordonnées.

On appelle T la droite tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

a. Montrer que le coefficient directeur de la droite T est $-0,48$.

b. Donner une équation cartésienne de la droite T.

c. Calculer les coordonnées du point d'intersection I de la droite T avec l'axe des abscisses.

3. Sur la seconde feuille de papiermillimétré fournie, tracer la courbe C ,la droite T et placer le point I dans le repère précédent.

Partie B

On injecte du glucose à un patient par voie intraveineuse. On choisit comme instant $t = 0$ celui où le glucose commence à être éliminé par l'organisme.

La fonction f de la partie A donne, à l'instant t exprimé en heures, la glycémie exprimée en grammes par litre de sang.

1. Compléter le graphique de la partie A en mettant la légende sur les axes.

2. Calculer la glycémie de ce patient au bout d'une heure et trente minutes (on arrondira le résultat à 10^{-2} près).

3. Determiner graphiquement :

a. le temps au bout duquel la glycémie descend à 1,24 grammes par litre,

b. le temps, mesuré depuis l'instant $t = 0$, au bout duquel la glycémie aura diminué de 0,5 gramme par litre (on arrondira chaque résultat à cinq minutes près et on fera apparaître les traits de construction utiles à ces lectures).

3. SMS, Polynésie, sept 2008

EXERCICE 8 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte. Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Chaque réponse fausse retire 0,5 point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

Aucune justification n'est demandée.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous en inscrivant pour chaque question la lettre a, b ou c correspondant à la réponse que vous pensez être correcte.

Question	1	2	3	4	5A	5B	5C	5D
Réponse								

1. Les solutions de l'inéquation $3x + 2 > 9x - 16$ sont :

   a. tous les nombres supérieurs ou égaux à 3 ;

   b. tous les nombres inférieurs ou égaux à 3 ;

   c. tous les nombres inférieurs ou égaux à –3.

2. Dans une classe de 35 élèves, 32 sont allés à l'étranger, dont 16 en Angleterre, 18 en Espagne et 4 dans ces deux pays. On choisit au hasard un élève de cette classe. La probabilité pour qu'il soit allé seulement en Angleterre est :

   a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{7}{18}$ c. $\frac{4}{9}$

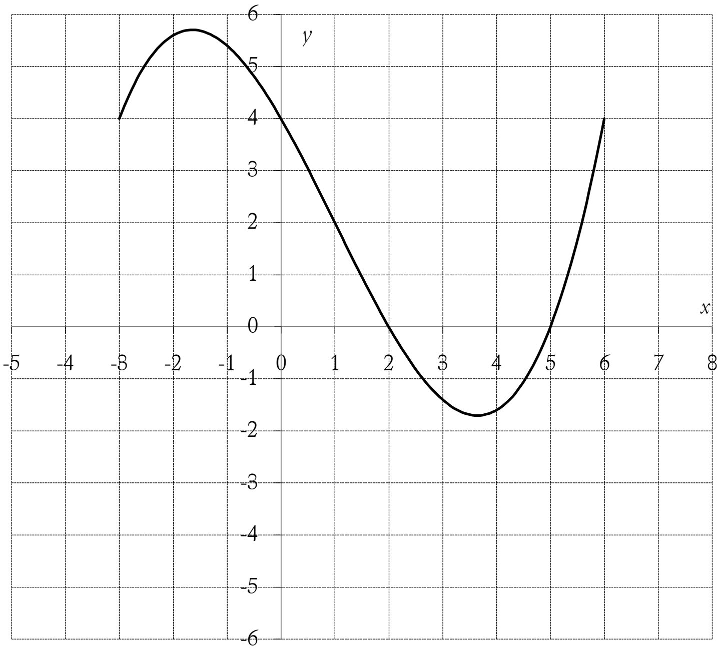
3. Soit f la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 10] par $f(x)=\frac{4}{2x-1}$. La fonction dérivée f' est définie par :

   a. $f'(x)=\frac{3}{2}$ b. $f'(x)=\frac{12x+5}{(2x-1)^2}$ c. $f'(x)=\frac{-8}{(2x-1)^2}$

4. Le nombre $A=\frac{3\times10^6-0,25\times10^5}{0,25}$ s'écrit sous la forme :

a. $2{,}9\times10^{6}$ b. $1{,}19\times10^{7}$ c. $2{,}9^{\ 6}$

5. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 6]$, dont on donne la courbe représentative ci-dessous. Répondre aux questions A, B, C et D



A. Sur l'intervalle [0 ; 2J, la fonction est :

a. négative b. croissante c. décroissante.

B. L'inéquation $f\left(x\right)\le0$ a pour ensemble de solutions :

a. [2 ; 5] b. $[-1{,}6\ ;\ 3{,}6]$ c. $[-3\ ;\ 0]$

C. L'équation $f\left(x\right)=0$ a :

a. une solution b. deux solutions c. trois solutions.

D. Le nombre dérivé $f'\left(0\right)$ est :

a. positif b. négatif c. égal à zéro.

PROBLEME 12 points

Partie A - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 10] par $f\left(x\right)=xe^{-0{,}25x}+2$. On appelle (C) sa courbe représentative.

1. Calculer $f'\left(x\right)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et vérifier que :

$$f'\left(x\right)=e^{-0{,}25x}\left(1-0{,}25x\right).$$

2. Résoudre l'équation $f'\left(x\right)=0$ et étudier le signe de $f'\left(x\right)$ sur l'intervalle [0 ; 10].

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 10] *(les valeurs figurant dans ce tableau seront données sous forme exacte).*

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant *(on donnera des valeurs arrondies à 10^{-3} près)*

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$		2,78		3,42			3,34				2,82

5. Sur une feuille de papier millimétré, construire la courbe (C) dans un repère orthogonal :

• sur l'axe des abscisses, 1 cm représente une unité,

• sur l'axe des ordonnées, 10 cm représentent une unité et on graduera à partir de 2.

Partie B -Application

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Dans un hôpital les dépenses de téléphone par année sont données dans le tableau ci-dessous pour six années consécutives.

On désigne.par x_i le rang de l'année et par y_i le montant des dépenses de téléphone en milliers d'euros pour l'année de rang x_i.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	2,1	2,75	3,25	3,38	3,5	3,4

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;y_i\right)$ dans le repère précédent.

2. L'observation du graphique précédent nous permet d'admettre qu'une bonne estimation du montant en milliers d'euros des dépenses de téléphone pour l'année de rang x est donnée par la valeur de $f\left(x\right)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

a. Estimer par un calcul le montant des dépenses de téléphone en 2008.

b. Estimer, par une méthode graphique, à partir de quelle année la dépense redeviendra inférieure à 3 000 euros *(on fera figurer les tracés utiles sur le graphique.}*

4. STL Chimie de laboratoire et de procédés industriels, France, juin 2008

Calculatrice et formulaire autorisés 3 heures Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 4 points

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+2z\sqrt{3}+4=0$.

On note z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive et z_2 la solution dont la partie imaginaire est négative.

2. Déterminer le module et un argument de z_1 puis de z_2.

3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$, $z_B=2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$, $z_C=4e^{i\frac{\pi}{3}}$.

a. Écrire les nombres complexes z_A, z_B et z_C sous forme algébrique.

b. Placer les points A, B et C sur une figure,

c. *Dans cette question, toute trace de recherche,même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Quelle est la nature du triangle AOC ¿

EXERCICE 2 5 points

Dans cet exercice ; l'unité de temps est l'heure et l'unité de température est le degré Celsius.

A l'instant t = 0, une tarte sort d'un four, à la température de 220°. Elle est alors placée dans une salle à 20°.

On désigne par $f(t)$ la température de la tarte à l'instant t. On définit ainsi une fonction f dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

On suppose que la vitesse $f'(t)$ de refroidissement de la tarte est proportionnelle à la différence entre la température de la tarte et celle de la salle, c'est-à-dire $f(t)-20$.

On admet donc qu'il existe un nombre reel λ tel que, pour tout nombre réel positif t,

$$f'(t)=\lambda\left[f(t)-20\right].$$

1. On pose : $y(t)=f(t)-20$.

a. Montrer que la fonction y ainsi définie est solution de l'équation différentielle $y'=\lambda y$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

b. Résoudre cette équation différentielle sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

c. En déduire que, pour tout nombre réel positif t, $f(t)=Ce^{\lambda t}+20$, où C est un nombre réel.

d. En utilisant la valeur de $f(0)$, déterminer C.

2. a. Au bout d'un quart d'heure (c'est-à-dire pour t = 14), la température de la tarte est égale à 60°.

Montrer que, pour tout nombre réel positif t, $f(t)=200e^{(-4\ln 5)t}+20$.

b. Déterminer la température de la tarte au bout d'une demi-heure.

PROBLÈME 11 points

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x)=e^{2x}-10e^{x}+16$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x)=\left(e^{x}-2\right)\left(e^{x}-8\right)$.

b. En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

3. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout nombre réel x, $f'(x)=2e^{x}\left(e^{x}-5\right)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	-3	-2	-1	0	1	2	2,2
$f(x)$				7			

5. a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 0.

b. Construire la droiteT puis, sur lemême graphique, la partie de la courbe correspondant aux valeurs de x appartenant à l'intervalle $[-3\ ;\ 2{,}2]$.

c. Compléter le graphique précédent en traçant la droite d'équation y = 16.

On mettra en évidence le point B de C d'abscisse ln 5, ainsi que la tangente à C en ce point.

6. a. Calculer $f(\ln 2)$. Indiquer, sans justification, le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ \ln 2]$.

b. On considère le domaine plan D limité par la courbe C , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = ln2. Calculer l'aire A du domaine D.

c. Donner une valeur approchée de A au centième par défaut.

5. STL Physique de laboratoire et de procédés industriels, France, juin 2008

Calculatrice et formulaires autorisés 3 heures   Durée de l'épreuve : 4 heures Coefficient : 4

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

EXERCICE 1   5 points

On note i le nombre complexe demodule 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$. Le plan est rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité 1 cm).

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes (les solutions seront données sous forme algébrique) :

(1) $z^2-10z+50=0$ (2) $z+2=iz\sqrt{3}-6$

2. a. Soit A le point d'affixe $z_A=5-5i$. Déterminer le module, un argument et la notation exponentielle de z_A.

b. Soit B le point d'affixe z_B, z_B étant le nombre complexe conjugué de z_A. Déterminer la notation exponentielle de z_B, puis celle de $z_B\times z_A$.

En déduire que B est l'image de A par une rotation de centre O dont on précisera l'angle. Construire le triangle OAB dans le repère donné et indiquer sa nature.

3. Soit C le point d'affixe $z_C=-2-2i\sqrt{3}$. Montrer que l'image de C par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ est le point D, d'affixe $z_D=-2\sqrt{3}+2i$.

Calculer la distance OC et construire avec précision le triangle OCD.

4. Soit K le milieu de $[AC]$. Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{DB}$ puis montrer que les droites (DB) et (OK) sont perpendiculaires.

EXERCICE 2   4 points

On considère l'équation différentielle du second ordre : $y''+\frac{9\pi^2}{16}y=0$ (E).

1. Donner la solution générale de (E).

2. Déterminer la solution particulière, notée f, de (E) telle que $f(4)=-\sqrt{3}$ et $f'\left(\frac{4}{3}\right)=-\frac{3\pi}{4}$.

3. Vérifier que f s'écrit sous la forme : $f(x)=2\cos\left(\frac{3\pi}{4}x-\frac{\pi}{6}\right)$.

4. Montrer que f est périodique de période $\frac{8}{3}$.

5. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $\left[0\,;\frac{8}{3}\right]$.

PROBLÈME   11 points

Les trois parties du problème peuvent être résolues indépendamment. Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm. ln désigne la fonction logarithme népérien.

On note E le point de coordonnées (ln2, ln2).

Partie A

Soient a et b deux nombres réels, on désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=ax+b-\frac{4e^x}{e^x+2}$.

1. Calculer la dérivée de g.

2. Déterminer a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie B

On se propose d'étudier la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$.

Soit C la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que pour tout nombre réel x on a : $f(x)=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$.

2. En utilisant l'une des formes de $f(x)$, calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Montrer que les droites D_1 d'équation $y = x - 2$ et D_2 d'équation $y = x + 2$ sont asymptotes à la courbe représentative C de f.

3. Montrer que la dérivée de f est $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$.

4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.

5. Construire la courbe C , sa tangente en E et ses asymptotes.

Partie C

1. Déterminer une primitive de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\dfrac{e^x}{e^x+2}$.

2. En déduire une primitive de f.

3. Déterminer en cm^2, en valeur exacte puis au mm^2 près, l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe C , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.

6. STL Biochimie, France, juin 2008

Durée de l'épreuve : 2 heures Coefficient : 2

EXERCICE 1 10 points

L'invertase est un enzyme de la muqueuse de l'intestin grêle qui catalyse l'hydrolyse du saccharose alimentaire en glucose et fructose. Ceci se fait suivant la réaction :

saccharose + eau $\rightarrow$ glucose + fructose

Une série de cinétiques enzymatiques a été réalisée avec des conditions physico-chimiques identiques (pH, température,...). Pour chaque concentration initiale en saccharose S, on a mesuré la vitesse initiale V, de la réaction.

Rang de la mesure	1	2	3	4	5	6
S_i (mol.dm^{-3})	1×10^{-2}	2×10^{-2}	3×10^{-2}	4×10^{-2}	10×10^{-2}	15×10^{-2}
V_i (mol.min^{-1})	0,36	0,6	0,8	0,92	1,28	1,41

On pose : $X_i=\dfrac{1}{S_i}$ et $Y_i=\dfrac{1}{V_i}$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies à l'unité de X_i et les valeurs approchées à 10^{-2} près de Y_i.

Rang de la mesure	1	2	3	4	5	6
X_i			33			7

Y_i	2,78			1,09		

Représenter le nuage de points M_i de cordonnées $\left(X_i\,;Y_i\right)$ dans un repère orthogonal (1 cm pour 10 en abscisse, 1 cm pour 0,25 en ordonnée).

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer G dans le repère précédent.

3. On choisit comme droite d'ajustement affine la droite (d) passant par G et de coefficient directeur $2{,}23\times10^{-2}$.

a. Déterminer à 10^{-2} près l'ordonnée à l'origine de la droite (d).

b. Tracer la droite (d).

4. On cherche à estimer la vitesse initiale V de réaction pour une concentration initiale en saccharose S telle que $S=20\times10^{-2}$ mol.dm^{-3}.

a. Calculer $\dfrac{1}{S}$.

b. En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près de V.

5. Les biologistes montrent que la relation entre la vitesse initiale V de la réaction et la concentration initiale S en saccharose s écrit $\dfrac{1}{V}=\dfrac{K}{V_{\max}}\times\dfrac{1}{S}+\dfrac{1}{V_{\max}}$, relation dans laquelle K est une constante et $V_{\max}$ la vitesse maximale de la réaction.

a. Déduire de ce qui précède une valeur approchée à 10^{-2} près de $V_{\max}$.

b. En déduire une valeur approchée de K.

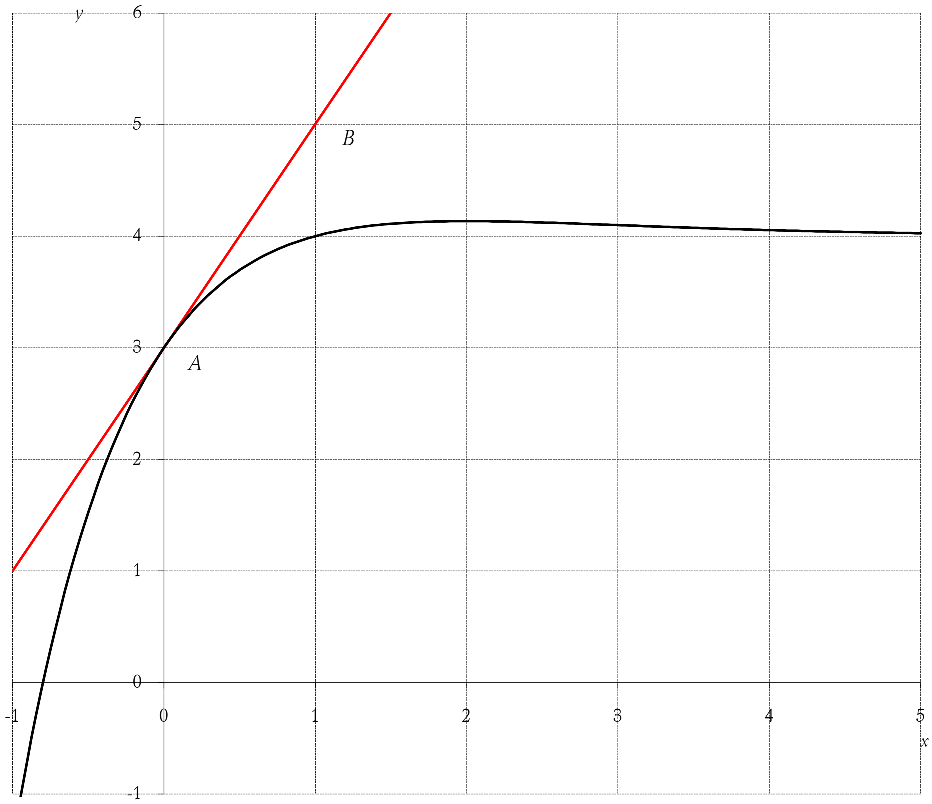
EXERCICE 2 **10 points**

On considère les fonctions f, g, h et i définies sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=4-\frac{1}{x+2},\ g(x)=(x-1)e^{-x}+4,\ h(x)=3+\ln(x+1),\ i(x)=-e^{-x}+4.$$

On note f', g', h' et i' les fonctions dérivées des fonctions f, g, h et i.

Partie A



La courbe (C) ci-dessus possède les propriétés suivantes :

- Le point A de coordonnées (0 ; 3) appartient à (C) ;
- La droite d'équation $y = 4$ est asymptote à (C) ;
- La droite (AB) où B est le point de coordonnées (1 ; 5) est tangente à (C) en A.

Le but de cette première partie est de déterminer laquelle des fonctions f, g, h ou i admet pour représentation graphique la courbe (C). Pour cela, nous allons étudier des propriétés de ces fonctions et éliminer celles qui ne conviennent pas.

Fonction	Valeur de la fonction en 0	Limite de la fonction en $+\infty$	Valeur de la fonction dérivée en 0
f			*
g		*	
h			*
i		*	

1. Recopier et remplir le tableau ci-dessus. On justifiera les résultats donnés dans les cases (*).
2. À la lecture de ce tableau, déterminer la fonction représentée par ta courbe (C).

Partie B

1. Étudier le signe de la dérivée de la fonction trouvée.
2. Dresser son tableau de variations.

7. SMS La Réunion – Juin 2008

EXERCICE **8 points**

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. Une bonne réponse rapporte un point. Toutes les questions sont indépendantes.

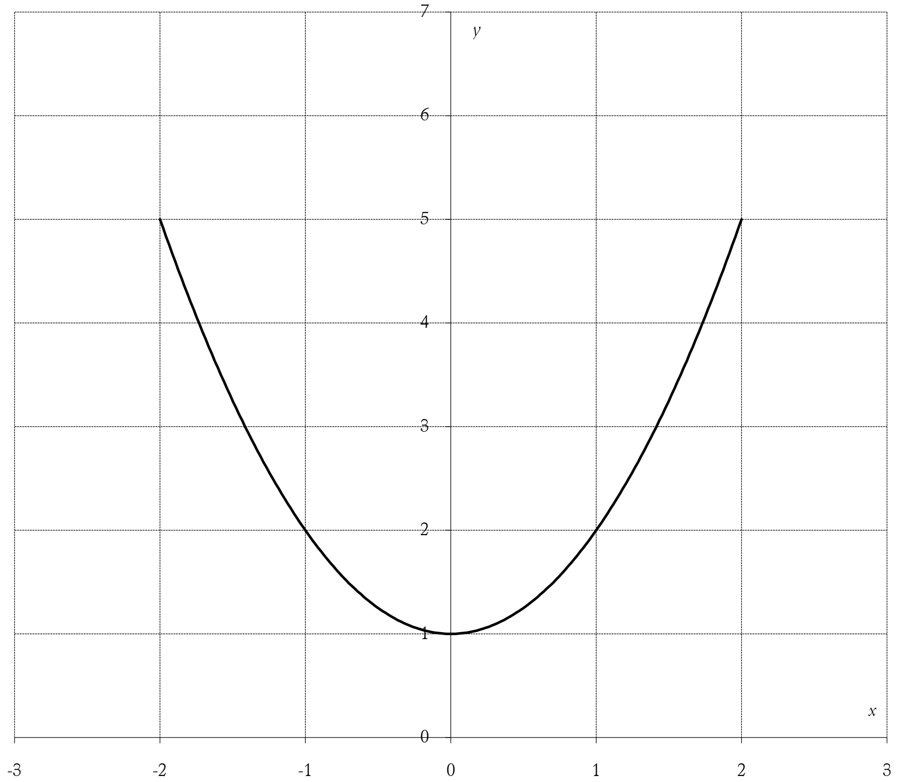
Recopier et compléter sur la copie le tableau ci-dessous en indiquant la réponse jugée correcte (a, b ou c), sans justification.

Question	1	2	3 a	3 b	4	5	6	7
Réponse choisie								

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur [0 ; 10], d'expression : $f(x)=3x^2-5x$.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 0 est égal à :

a. -5 b. 3 c. 0



2. On donne la courbe d'une certaine fonction g, définie et dérivable sur $[-2 ; 2]$.

Soit g' la fonction dérivée de g. Par lecture graphique $g'(0)$ est égal à :

a. 3 b. 0 c. -3

3. Dans un lycée, on s'intéresse à l'ensemble des 1 000 fiches des élèves de l'établissement.

30 % de ces fiches sont celles des élèves de la filière SMS. Un tiers des fiches des élèves de la filière SMS sont celles d'élèves en terminale.

a. Le nombre d'élèves en terminale SMS est de :

a. 300 b. 100 c. 900

b. On choisit au hasard une fiche d'un élève de SMS, chaque fiche ayant la même probabilité d'être choisie. La probabilité que cette fiche soit celle d'un élève en terminale est :

a. $\dfrac{1}{1000}$ b. $\dfrac{1}{300}$ c. $\dfrac{1}{3}$

4. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 5$.

Le terme d'indice 13 est égal à :

a. 6,5 b. 13 c. 11,5

5. On considère la série statistique suivante :

Valeurs x_i	0	1	2	3	4	5
Effectifs n_i	2	4	1	2	1	2

La moyenne arithmétique de cette série est :

a. $\frac{5}{2}$ b. $\frac{13}{6}$ c. 1,25

6. (C) est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On suppose que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=4$. La courbe (C) admet donc :

a. une asymptote verticale d'équation : $x = 4$; b. une asymptote horizontale d'équation : $y = 4$;
c. une tangente d'équation : $y = 4x + 4$.

7. Soit *f* la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ d'expression : $f(x)=-e^{-2x}$.

La dérivée *f'* de la fonction *f* est définie par :

a. $f'(x)=2e^{-2x}$ b. $f'(x)=-e^{-2x}$ c. $f'(x)=2e^{2x}$.

PROBLÈME 12 points

Partie A

Soit *f* la fonction définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 20], d'expression : $f(x)=0,2x+0,5\ln(2x+1)$.

1. Soit *f'* la fonction dérivée de *f* sur [0 ; 20]. Vérifier que : $f'(x)=\frac{0,4x+1,2}{2x+1}$.

2. a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 20].

b. En déduire le tableau de variations de *f* sur [0 ; 20].

3. Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant les valeurs de $f(x)$ arrondies à 0,01.

x	0	1	2	4	7	10	13	16	20
$f(x)$			1,20			3,52		4,95	

On appelle C la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal d'unités : 1 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.

4. Déterminer une équation de la tangente T au point d'abscisse 0 à la courbe C.

5. Tracer la tangente T et la courbe C.

Partie B

On définit l'indice de masse corporelle (IMC) comme le quotient du poids d'un individu par le carré de sa taille. Selon l'Organisation Mondiale de la Santé, un individu est dit en surpoids si son IMC est supérieur ou égal à 25 et il est dit obèse si son IMG est supérieur ou égal à 30.

Pour un nombre x de personnes de la population française en surpoids, une étude a montré que l'on peut admettre que le nombre d'obèses est donné par : $f(x)=0,2x+0,5\ln(2x+1)$ (x et $f(x)$ étant exprimés en millions de personnes).

1. Calculer le nombre de personnes obèses quand le nombre de personnes en surpoids est de 8,5 millions de personnes.

2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, déterminer :

a. Le nombre de personnes obèses pour douze millions de personnes en surpoids.

b. Le nombre de personnes en surpoids lorsque le nombre d'obèses est de deux millions.

8. SMS Polynésie – Juin 2008

EXERCICE 8 points

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Avant l'entrée des enfants à l'école primaire, les médecins et infirmiers du Ministère de l'Éducation Nationale effectuent un bilan de santé. Ces professionnels de santé ont été chargés de réaliser une enquête auprès d'un échantillon national de 30 000 élèves examinés en 2000-2001.

On étudie ici les résultats d'un groupe de 555 élèves de Champagne-Ardenne au sujet de leur poids.

Pour ce groupe : 275 enfants sont des filles ;

12 % des filles sont concernées par un surpoids modéré ;

252 garçons ont un poids normal et parmi les garçons 7,5 % ont un surpoids modéré ;

18 enfants sont obèses.

1. a. Montrer par un calcul que 21 garçons et 33 filles du groupe ont un surpoids modéré.

b. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Élèves	Filles	Garçons	Total
Poids normal			
Surpoids modéré	33	21	
Obèse			
Total			555

(Source : flash STAT 2003)

2. *Dans cette question les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à* 10^{-2} *près.*

On choisit au hasard l'un des 555 élèves du groupe.

a. On note A l'évènement suivant : « L'enfant choisi présente un surpoids modéré » et B l'évènement : « L'enfant choisi est obèse ». Calculer la probabilité des évènements A et B.

b. Traduire par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer sa probabilité.

c. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A \cup B}$ et calculer sa probabilité.

3. On choisit au hasard une fille parmi les 555 enfants du groupe. Calculer la probabilité que cette fille soit obèse.

4. L'enquête réalisée auprès de l'échantillon national de 30 000 élèves indique que 86 % des enfants ont un poids normal. Qu'en est-il du groupe étudié en Champagne-Ardenne ?

PROBLÈME 12 points

Partie A - Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 9] par : $f(t)=6te^{-\frac{t}{3}}$ et on appelle C sa courbe représentative.

1. Calculer les valeurs exactes de $f(0)$, $f(3)$, $f(9)$.

2. Calculer $f'(t)$ où $f'(t)$ désigne la fonction dérivée de la fonction f et vérifier que : $f'(t)=2e^{-\frac{t}{3}}(3-t)$.

3. Résoudre l'équation $f'(t)=0$ et étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 9].

4. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 9].

5. Déterminer le coefficient directeur de la. tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

6. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,1 près).

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9

$f(t)$		2,5		5,5	6,2			5,7		4,1		2,7

7. Sur une feuille de papier millimétré, construire la tangente T à la courbe C dans un repère orthonormal en prenant 2 cm pour une unité sur chaque axe.

Partie B - Application

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Les pénicillines naturelles sont des antibiotiques extraits de cultures de la moisissure *Penicillium*. La pénicilline V, administrée par voie orale est une des molécules naturelles le plus souvent prescrite.

Un patient a absorbé par voie orale de la pénicilline V. On admet que la concentration de pénicilline V dans son sang (en milligrammes par litre) en fonction du temps t (en heures) après le début du traitement est donnée par :

$$f(t) = 6te^{-\frac{t}{3}}.$$

1. Calculer la concentration de pénicilline V présente dans le sang au bout de 2 h 30 minutes après la prise du traitement (*donner ce résultat sous forme décimale arrondie à* 0,1 *près*).

2. Au bout de combien de temps la concentration de pénicilline V est-elle maximale ? Quelle est alors cette concentration à 0,1 près ?

3. Déterminer graphiquement durant combien de temps la concentration de pénicilline V reste supérieure ou égale à 5milligrammes par litre (*indiquer sur le dessin de la partie A les traits de construction utiles*). Exprimer le résultat en heures et minutes.

9. SMS France – juin 2008

EXERCICE 8 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM). *Pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse inexacte retire* 0,5 *point et l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point. Si le total des points obtenus dans cette partie est négatif la note est ramenée à* 0. On inscrira sur la copie le numéro et la lettre de la réponse choisie.

1. Un article coûte 25 €, une remise de 45 % est effectuée. Son nouveau prix est obtenu en effectuant :

a. $25\times 0,55$ b. $25\times\frac{45}{100}$ c. $25\times 1,45$

2. Le prix d'un article augmente de 16 % puis baisse de 16 %. Après ces deux évolutions successives :

a. il a augmenté b. il est revenu au prix de départ c. il a baissé

Pour les questions 3. et 4. on considère deux événements A et B d'un univers Ω. On note $\overline{A}$ l'événement contraire de l'événement A. On donne : $p(A) = 0,32$; $p(B) = 0,24$; $p(A\cap B) = 0,13$.

3. La probabilité de l'événement $A\cup B$ est :

a. $p(A\cup B)=0,56$ b. $p(A\cup B)=0,43$ c. $p(A\cup B)=0,69$

4. La probabilité de l'événement $\overline{A}$ est :

a. $p(\overline{A})=0,68$ b. $p(\overline{A})=1,24$ c. $p(\overline{A})=0,24$

Partie B

Dans une classe de Terminale Sciences Médico-Sociales de 30 élèves, on sait que :

• 80 % des élèves sont des filles,
• 25 élèves désirent devenir infirmiers ou infirmières,
• 3 filles veulent devenir secrétaires médicales, aucun garçon ne le veut,
• tous les garçons de la classe veulent devenir infirmiers, excepté l'un d'entre eux.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Sexe / Métier	Garçon	Fille	Total
Infirmier(e)			
Secrétaire médicale			
Autre			
Total			

2. On interroge au hasard un élève de cette classe. On considère les événements : A : « l'élève interrogé veut devenir infirmier ou infirmière », B : « l'élève interrogée est une fille ».

a. Calculer la probabilité de l'événement A et celle de l'événement B.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer sa probabilité.

c. Calculer $p(A \cup B)$.

3. On interroge au hasard une fille de cette classe. On considère l'événement :

C : « la fille interrogée veut devenir secrétaire médicale ». Calculer la probabilité de l'événement C.

PROBLÈME 12 points

Dans un laboratoire on injecte dans le sang d'un patient une certaine substance. On en mesure la concentration, en gramme par litre (g.L^{-1}), en fonction du temps x exprimé en heures. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Temps écoulé : x_i (en h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Concentration : y_i (g.L^{-1})	3,8	4,5	4,2	3,6	3,1	3	2,9	2,9	2,8

Partie A : ajustement affine

1. Construire, sur la feuille de papier millimétré fournie, le nuage de points représentant cette série. On prendra comme unités graphiques :

- 2 cm pour une heure sur l'axe des abscisses
- 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées, en commençant la graduation à 2.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage (on arrondira les résultats à 10^{-1} près). Placer le point G sur le graphique.

3. On considère la droite D passant par le point G et dont le coefficient directeur vaut –0,2.

a. Donner une équation cartésienne de la droite D. Tracer la droite D sur le graphique.

b. On suppose que la droite D réalise un ajustement affine du nuage de points. En utilisant la droite D, donner une estimation de la concentration de cette substance au bout de 9 heures puis au bout de 10 heures (on arrondira les résultats à 10^{-1} près).

Partie B : ajustement exponentiel

Étant donnée la forme du nuage, les biologistes de ce laboratoire en cherchent un autre ajustement. Ils considèrent la fonction f définie par $f(x)=2,75+2xe^{1-x}$ sur l'intervalle [0 ; 10], où x représente le temps écoulé en heures.

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f(x)$ puis vérifier que $f'(x)=(2-2x)e^{1-x}$.

2. À l'aide d'un tableau, donner le signe de la fonction f' sur l'intervalle [0 ; 10] .

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 10].

4. Si l'on utilisait la fonction f quelle serait l'estimation de la concentration de cette substance au bout de 9 heures puis au bout de 10 heures ? (on arrondira les résultats à 10^{-1} près).

5. Afin de choisir le meilleur ajustement, les biologistes décident de construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 8].

a. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci- dessous (on arrondira ces valeurs à 10^{-2} près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$		4,75							

b. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère précédent, sur l'intervalle [0 ; 8].

6. Quel est l'ajustement qui paraît le mieux adapté ?

10. STL Biochimie, Génie biologique, Polynésie – Juin 2008

EXERCICE 1 8 points

Les 32 élèves d'une classe de lycée doivent traiter un exercice de probabilités. Pour organiser les données, ils disposent de deux méthodes : un tableau ou un schéma.

Trois quarts d'entre eux utilisent un tableau et parmi ceux-ci 12,5 % ont fait une erreur. Tous les autres ont fait un schéma et 1 seul d'entre eux a fait une erreur.

1. Reproduire en le compléter le tableau ci-dessous afin de faire la synthèse de ces données :

bilan / choix	tableau	schéma	total
avec erreur		1	
sans erreur			
total			32

2. On choisit dans cette classe un élève au hasard.

On note T l'événement : « l'élève a utilisé un tableau » et on note E l'évènement : « l'élève a fait une erreur » ; $\overline{\mathrm{T}}$ et $\overline{\mathrm{E}}$ désignent les évènements contraires respectifs de T et E.

a. Exprimer $\overline{\mathrm{T}}$ à l'aide d'une phrase affirmative (sans négation).

b. Exprimer par une phrase les évènements suivants : $\mathrm{T}\cap\mathrm{E}$, $\mathrm{T}\cup\mathrm{E}$, $\mathrm{T}\cap\overline{\mathrm{E}}$, $\overline{\mathrm{T}}\cap\overline{\mathrm{E}}$.

c. Calculer la probabilité des quatre évènements de la question 2. b. (on donnera les résultats sous forme d'une fraction irréductible).

3. Quel est, dans cette classe, le pourcentage d'élèves ayant réussi l'exercice sans erreur ?

EXERCICE 2 12 points

Partie A

Ci-dessous, on a représenté, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie sur D = $[0\,;\,+\infty[$.

Cette courbe passe par le point $A(0\,;\,-2)$. On note B le point de coordonnées (3 ; −0,5).

Les questions 1 à 3 doivent être traitées par lecture graphique.

1. Donner la valeur de $f(0)$.

2. Donner un encadrement d'une solution de l'équation $f(x)=0$ d'amplitude 0,25 (*on ne demande pas de justifier l'encadrement*).

3. Resoudre l'inéquation $f(x)\leq -1$. Laisser les traits de construction.

4. Déterminer une équation de la droite (AB).

5. On admet que la droite (AB) est tangente à C en A. Que vaut $f'(0)$ ¿

Partie B

Dans toute la suite de l'èxercice on considère la fonction f définie sur l'intervalle D = [0 ; $+\infty$ [par :

$$f(x)=x-3+\frac{2}{e^x+1}.$$

1. Calculer $f(0)$.

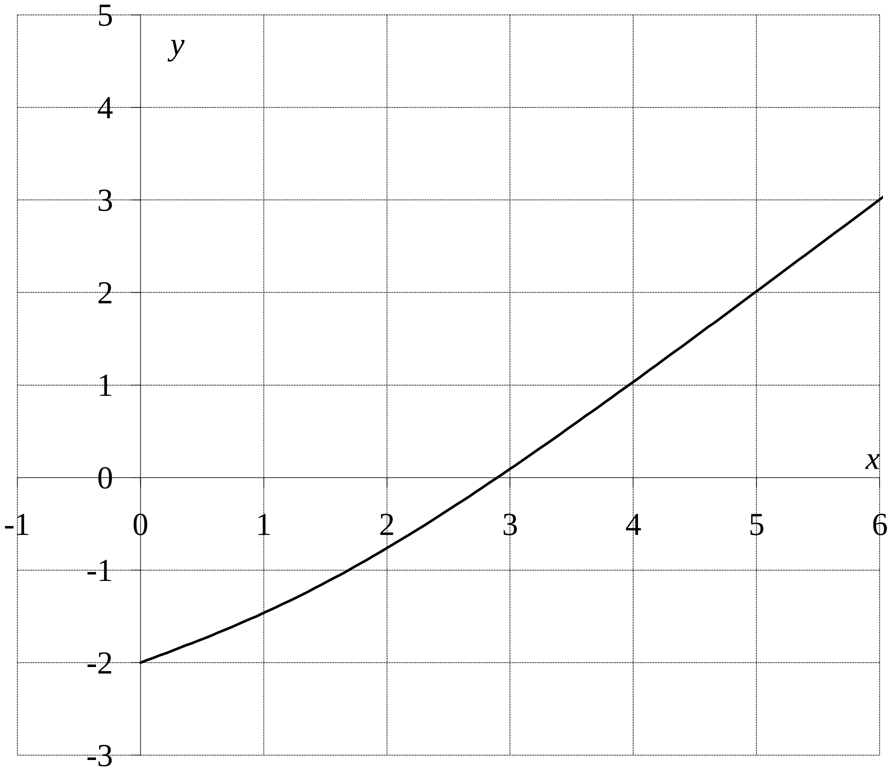
2. a. Calculer $f'(x)$.

b. En déduire $f'(0)$. Donner l'équation réduite de la tangente T à la courbe représentative de la fonction f dans un répère orthonormal au point A d'abscisse 0.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle D, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Justifier que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans D.

5. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.



11. SMS Nouvelle-Calédonie – Décembre 2007

EXERCICE 10 points

En 1990 a eu lieu la Conférence mondiale sur l'éducation pour tous ; les participants se sont engagés à dispenser une éducation primaire à tous les enfants.

Afin d'évaluer l'évolution de la situation, l'Institut de statistique de l'Unesco a présenté en mars 2005 les résultats du « Rapport mondial de suivi de l'éducation pour tous 2005 ». Les tableaux ci-dessous sont extraits de ce rapport.

Première partie

Le tableau suivant présente le nombre d'enfants non scolarisés, par zone géographique, en 2001, en millions à 10^{-1} près.

	Filles	Garçons	Total
Afrique subsaharienne	22	18,3	40,3
États arabes	4,5	3	7,5
Asie centrale	0,2	0,2	0,4
Asie de l'Est et Pacifique	5,8	6,2	12
Asie du Sud et de l'Ouest	22,3	13,5	35,8
Amérique latine et Caraïbes	1,2	1,3	2,5
Amérique du Nord et Europe occidentale	1,1	1,3	2,4
Europe centrale et orientale	1,4	1,2	2,6
Monde	58,5	45	103,5

Dans ces questions, arrondir les résultats à 1 % près.

1. Calculer le pourcentage de filles parmi les enfants non scolarisés dans le monde en 2001.

2. Calculer le pourcentage d'enfants vivant en Afrique subsaharienne parmi les enfants non scolarisés dans le monde en 2001.

3. Sachant qu'il y avait dans le monde 106,9 millions d'enfants non scolarisés en 1998, déterminer le pourcentage de diminution du nombre d'enfants non scolarisés entre 1998 et 2001.

Deuxième partie

Le tableau suivant présente le nombre d'enfants non scolarisés par région, en 2001, en millions, à 10^{-1} près.

	Filles	Garçons	Total
Pays en développement	56,4	42,7	99,1
Pays développés	1,4	1,6	3
Pays en transition	0,7	0,7	1,4
Monde	58,5	45	103,5

Dans les questions suivantes, arrondir les résultats à 0,001 *près.*

1. On choisit au hasard dans lemonde un enfant non scolarisé en 2001.On considère les évènements suivants :

A : « l'enfant est une fille »,

B : « l'enfant vit dans un pays en développement ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.

b. Définir par une phrase l'évènement $\overline{B}$, puis calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

2. On choisit au hasard une fille non scolarisée en 2001. Calculer la probabilité pour qu'elle vive dans un pays développé.

PROBLÈME 10 points

Partie A : étude d'une fonction

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 7] par : $f(t) = 0{,}01te^{5-0{,}6t}$.

1. Montrer que la dérivée f' de la fonction *f* est définie par l'égalité : $f'(t) = (0{,}01 - 0{,}006t)e^{0{,}5-0{,}6t}$.

2. Étudier le signe de $f'(t)$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 7].

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront arrondis à 10^{-2} près).

t	0	0,5	1	$\frac{5}{3}$	2	3	4	5	6	7
$f(t)$	0		0,81	0,91			0,54			0,16

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal, en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses, 10 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B Application

Une personne a absorbé de l'alcool au cours d'un repas. On admet que son alcoolémie (teneur en alcool du sang en g.L^{-1}) en fonction du temps t (en heures) est donnée par : $f(t) = 0{,}01te^{5-0{,}6t}$ lorsque t varie de 0 à 7 heures.

1. a. À quel moment son alcoolémie est-elle maximale ? Exprimer le résultat en heures et minutes.

b. Quelle est alors cette alcoolémie ?

2. *Répondre graphiquement aux questions suivantes en laissant apparentes les constructions utiles.*

a. Quelle est son alcoolémie au bout de 3 h 30 ?

b. Pendant combien de temps son alcoolémie est-elle supérieure ou égale à 0,5 g.L^{-1} ? Exprimer le résultat en heures et minutes.

12. STL Biochimie, Génie biologique, Polynésie – Septembre 2007

EXERCICE 1 9 points

Un corps C à la température y est placé dans une enceinte dont la température est supposée constante égale à 20 °C. La température y du corps C est relevée en fonction du temps t mesuré en minutes.

On a obtenu les résultats suivants :

Temps t_i (en min)	0	10	15	20	30	40
Température y_i (en °C)	70	50	43,5	38	31,1	27

1. Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z au centième le plus proche.

t_i (en min)	0	10	15	20	25	30
Température y_i (en °C)	70	50	43,5	38	34	31,1
$z_i = \ln(y_i - 20)$						2,41

2. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points formé par les points $M(t_i\,;z_i)$. (On prendra comme unités graphiques :

1 cm pour 5 minutes en abscisse

1 cm pour une unité en ordonnée.)

3. Pour déterminer un ajustement affine de z en t, on considère la droite D passant par le premier point et le dernier point du nuage.

a. Tracer la droite D.

b. Déterminer une équation de la droite D.

4. Sachant que $z = \ln(y - 20)$, écrire y en fonction de z.

5. En utilisant l'ajustement affine déterminé en 3., calculer au bout de combien de temps le corps C a une température inférieure ou égale à 21° C.

EXERCICE 2 11 points

Un médicament dosé à 5 mg de principe actif est absorbé par voie orale. Le principe actif passe dans le sang puis est éliminé. On appelle $Q(t)$ la quantité de principe actif présente dans le sang exprimée en mg à l'instant t ($t \geq 0$ est exprimé en heure).

Une étude a permis de determiner que : pour $t \geq 0$, $Q(t) = 5\left(e^{-0,5t} - e^{-t}\right)$.

1. Déterminer la limite de $Q(t)$ quand t tend vers $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de Q ?

2. Montrer que pour $t \geq 0$, $Q'(t) = 5e^{-0,5t}\left(-0,5 + e^{-0,5t}\right)$.

3. Étudier le signe de $Q'(t)$ pour $t \geq 0$. En déduire le tableau de variations de Q.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant : (on donnera des valeurs approchées arrondies au centième.)

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	6	8
$Q(t)$									

5. Tracer la courbe représentative de Q dans un repère orthogonal (Unités graphiques : 2 cm pour une heure en abscisse et 10 cm pour 1 mg en ordonnée.)

6. Le médicament est efficace lorsque la quantité de principe actif présente dans le sang est supérieure ou égale à 0,8 mg.

À l'aide du graphique obtenu à la question 5, déterminer la durée pendant laquelle le médicament est efficace.

13. SMS Polynésie – Septembre 2007

EXERCICE 8 points

Le conseil général de la Loire donne la répartition suivante en ce qui concerne les 1045 signalements de cas d'Enfance en Danger dans ce département pour l'année 2004.

	Catégories	
Territoires	*A risque*	*Maltraitance*
Forez	164	24
Gier-Ondaine	255	38
Roanne	154	13
Saint Etienne	338	59

Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. On choisit un des signalements au hasard. On définit les événements suivants :

 F : « le signalement provient du territoire du Forez »,
 G : « le signalement provient du territoire de Gier-Ondaine »,
 R : « le signalement provient du territoire de Roanne »,
 S : « le signalement provient du territoire du Saint Etienne »,
 A : « le signalement est dans la catégorie *A risque* »,
 M : « le signalement est dans la catégorie *Maltraitaance* ».

a. Quelle est la probabilité de l'événement S, c'est-à-dire que le signalement choisi provienne du territoire de St Etienne ? Quelle est la probabilité de l'événement A ?

b. Définir par une phrase l'événement $F \cap M$. Calculer sa probabilité.

Définir par une phrase l'événement $F \cup M$. Calculer sa probabilité.

2. On choisit au hasard un signalement dans la catégorie *Maltraitance*. Quelle est la probabilité qu'il provienne de du territoire de Roanne ?

3. On choisit au hasard un signalement qui provient du territoire Gier-Ondaine. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un signalement de la catégorie *A risque* ?

4. En 2000, dans ce même département, le nombre de signalements de l'Enfance en Danger était de 1402. Quel est le pourcentage de variation du nombre de signalements dans la Loire entre 2000 et 2004 ?

PROBLÈME 12 points

Partie A

Cette partie concerne l'étude et la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0;8]$ par

$$f(t) = 2te^{-t}.$$

1. Calculer $f'(t)$, où f' désigne la fonction dérivée de f, et vérifier que $f'(t) = 2(1-t)e^{-t}$.

2. a. Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0;8]$.

b. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0;8]$. Les valeurs figurant dans ce tableau seront données sous forme exacte.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront arrondis à 10^{-2} près).

t	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)$		0,61		0,54			0,07			0,01

4. Sur le papier millimétré fourni, tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

Dans cette partie on utilise les résultats de la partie A pour étudier la réponse d'un muscle à un stimulus électrique. On rédigera les réponses aux questions avec précision.

A l'instant $t=0$, un muscle reçoit une impulsion électrique qui provoque une contraction musculaire. On note $f(t)$ l'intensité de la force (exprimée en newton) développée par le muscle à l'instant t (exprimé en centièmes de seconde).

1. Déterminer l'instant auquel l'intensité de la force développée est maximale. Combien vaut cette intensité maximale ?

2. *Les tracés utiles à cette question devront apparaître sur le graphique.*

a. Déterminer l'intervalle de temps durant lequel l'intensité de la force développée est supérieure ou égale à la moitié de l'intensité maximale.

b. A partir de quel instant le muscle développe-t-il une force dont l'intensité est redevenue inférieure ou égale à 0,1 newton ?

14. SMS La Réunion – Septembre 2007

EXERCICE 8 points

Toutes les questions suivantes sont indépendantes. Dans chaque question il y a une bonne réponse et une seule parmi les quatre réponses proposées. La recopier sans justification. Une réponse exacte donne 1 point, une réponse inexacte enlève 0,25 point, l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

1. La population d'une ville est de 30 000 habitants. Si elle augment de 15 % par an, quel sera le nombre d'habitants de cette ville dans deux ans ?

30 675	35 175	39 000	39 675

2. Une enquête menée auprès de 250 personnes a donné les résultats suivants :

	soins au dispensaire			soins à domicile			total
Temps des soins	10 min	20 min	60 min	10 min	20 min	60 min	
Femmes(30 ans et plus)	13	14	3	31	15	7	83
Femmes (moins de 30 ans)	10	8	2	14	7	8	49
Hommes (30 ans et plus)	24	12	2	24	13	9	84
Hommes (moins de 30 ans)	3	4	5	12	8	2	34
Total	50	38	12	81	43	26	250

Tous les pourcentages donnés ci-dessous sont arrondis à 1 %

a. Quel est le pourcentage des hommes ?

47 %	34 %	14 %	79 %

b. Quel est le pourcentage des personnes qui reçoivent des soins de plus de 15 minutes ?

25 %	40 %	48 %	53 %

c. Parmi les femmes quel est le pourcentage de celles qui se font soigner à domicile ?

58 %	62 %	65 %	70 %

d. Parmi les personnes qui se font soigner à domicile quel est le pourcentage des hommes ?

15 %	31 %	45 %	79 %

3. Un dé pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 est tel que la probabilité d'apparition de chacune des faces numérotées de 1 à 5 est de $\frac{1}{8}$. Quelle est la probabilité d'apparition de la face 6 ?

$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{6}{8}$

4. Soient A et B deux événements tels que : $p\left(\overline{A}\right)=0,8$ et $p\left(B\right)=0,6$ avec $p\left(A\cup B\right)=0,5$. Quelle est la probabilité $p\left(A\cap B\right)$?

0,1	0,3	0,7	0,9

5. On considère la fonction définie sur $[5;15]$ par $f(x)=2x+3-\ln(x-1)$ et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

Quel est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 6 ?

$\frac{9}{5}$	$17-\ln 6$	$2-\frac{1}{6}$	$2+\frac{1}{5}$

PROBLÈME 12 points

Partie A

a. Résoudre l'équation différentielle $y'+0,2y=0$.

b. Trouver la solution de cette équation telle que $y(0)=60$.

Partie B

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $[0;7]$ par $f(x)=20+60e^{-0,2t}$.

1. a. Calculer $f'(t)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction *f*.

b. Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0;7]$.

c. En déduire le tableau de variations de la fonction *f*. Indiquer les valeurs exactes des nombres portés dans ce tableau.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 0,1 près :

t	0	0,5	1,5	2	3	4	5	7
$f(t)$								

3. Tracer la courbe représentative C de la fonction *f* dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

– 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,

– 1 cm pour 5 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie C : Application

On s'intéresse à la variation de température d'un liquide en fonction du temps. Le temps est exprimé en minutes et la température en degrés Celsius.

À l'instant $t=0$ ce liquide dont la température est de 80 °C est placé dans une salle à 20 °C. Deux minutes plus tard la température du liquide est 60 °C environ. On estime que la température du liquide à l'intant t est égale à $f(t)$ où *f* est la fonction définie à la partie B.

1. Utiliser la partie B pour déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles :

a. la température du liquide au bout d'une minute, puis au bout de trois minutes et trente secondes ;

b. au bout de combien de temps la température du liquide aura diminué de moitié.

2. a. Déterminer par le calcul la température du liquide au bout de 2 min 30 sec. Cette valeur sera arrondie au degré.

b. Résoudre l'équation $f(t)=40$. On donnera la valeur de la solution arrondie à la seconde.

15. STL Chimie de laboratoire, France – Juin 2007

Durée de l'épreuve : 3 heures, Coefficient : 4

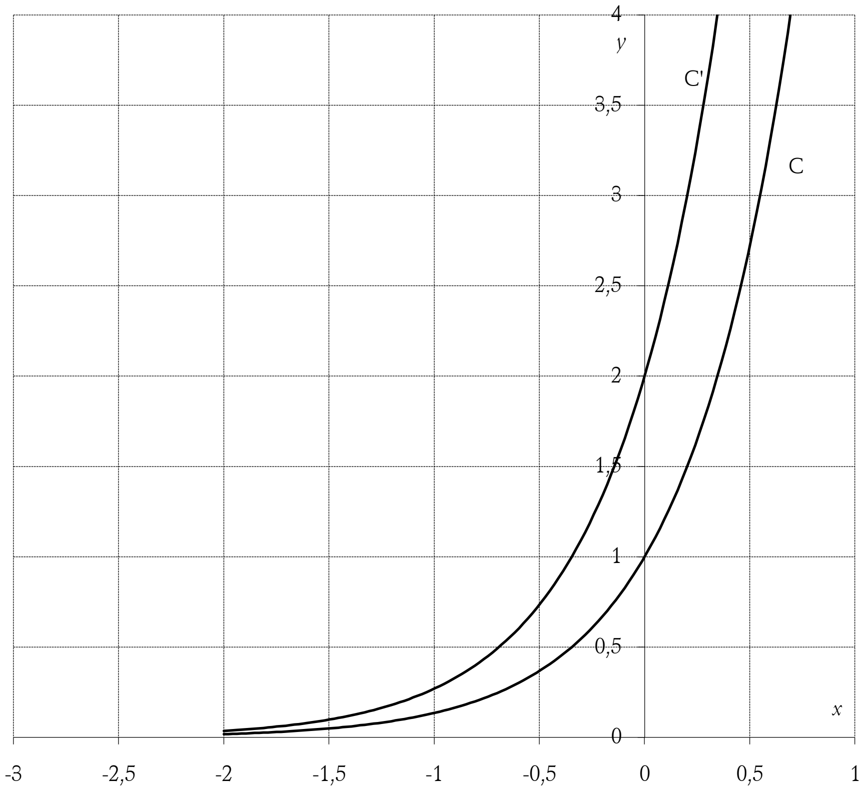
EXERCICE 1 4 points

1. Résoudre l'équation différentielle : (E) $y'-2y=0$.

On note f la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E), vérifiant $f(0) = 1$ et g la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E), vérifiant $g(0) = 2$.

a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x)=e^{2x}$.

b. Exprimer $g(x)$ en fonction de x.



2. Sur la figure ci-dessus figurent les courbes représentatives C et C' des fonctions f et g dans un repère orthonormal.

Soit Δ la droite d'équation $y = 2$. Cette droite coupe respectivement les courbes C et C' aux points A et B.

a. Tracer la droite Δ et placer les points A et B.

b. Déterminer le coefficient directeur de la droite T tangente en A à la courbe C et celui de la droite T' tangente en B à la courbe C'.

c. Quelle remarque peut-on faire sur les deux tangentes T et T' ?

EXERCICE 2 6 points

Une urne contient quatre boules, indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 4.

Une expérience aléatoire se déroule de la manière suivante :

On tire au hasard une première boule de l'urne et on note son numéro. Après avoir remis cette boule dans l'urne, on en tire au hasard une seconde dont on note aussi le numéro.

À l'issue de cette expérience, on obtient un couple de nombres (on rappelle que, par exemple, le couple (2 ; 3) est différent du couple (3 ; 2)).

1. À l'aide d'un arbre ou d'un tableau, établir la liste des 16 couples possibles.

2. Dans cette question, on donnera les probabilités sous la forme de fractions de dénominateur 16.

a. On note A l'évènement « obtenir un couple de nombres pairs ».
Montrer que la probabilité de l'évènement A est 16.
b. On note B l'évènement « obtenir un couple de nombres impairs ».
Calculer la probabilité de l'événement B.
c. On note C l'évènement « obtenir un couple de nombres de parité différente ».
Calculer la probabilité de l'évènement C.
3. On organise un jeu.
Un joueur mise 2 euros et réalise ensuite l'expérience aléatoire décrite ci-dessus.

- Si l'évènement A est réalisé, le joueur reçoit 8 euros de l'organisateur du jeu ;
- Si l'évènement B est réalisé, le joueur reçoit 4 euros de l'organisateur du jeu ;
- Si l'évènement C est réalisé, le joueur donne 4 euros à l'organisateur du jeu.

On désigne par X la variable aléatoire égale au gain algébrique (positif ou négatif) du joueur.
Par exemple, s'il obtient le couple (2 ; 2), son gain est 6 euros.
a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
b. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.
d. On dit qu'un jeu est équitable lorsque l'espérance de gain est nulle. Quelle aurait du être la mise du joueur pour que le jeu soit équitable ?

PROBLÈME 10 points

Partie I : étude de la fonction *f*

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\left(2x^2-5x+2\right)e^x$.

On note C la courbe représentant la fonction *f* dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).
1. a. Déterminer la limite de la fonction *f* en $+\infty$.
b. Déterminer la limite de la fonction *f* en $-+\infty$ (on donne $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x=0$).
En déduire l'existence d'une asymptote dont on précisera l'équation.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction *f*.
a. Montrer que, pour tout nombre réel *x*, $f'(x)=\left(2x^2-x-3\right)e^x$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
c. Donner le tableau des variations de la fonction *f* (préciser la valeur exacte de chaque extremum).
3. a. Montrer que l'équation $f(x)=2$ possède une unique solution α dans l'intervalle [2 ; 3].
b. Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} du nombre α.
4. Tracer la courbe C et placer son point *A* d'abscisse α.

Partie II : calcul d'une intégrale

1. On désigne par *F* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=\left(2x^2-9x+11\right)e^x$.
Montrer que la fonction *F* est une primitive de la fonction *f* sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer l'intégrale $I=\int_{0,5}^{2} f(x)dx$.

3. Donner une interprétation graphique de cette intégrale.

16. STL Physique de laboratoire, France – Juin 2007

EXERCICE 1 6 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique : 1 cm).

Partie A

Soit $P(z)=z^3+4z^2\sqrt{3}+24z+24\sqrt{3}$ où z est une variable complexe.

1. Vérifier que $P(z)=\left(z+2\sqrt{3}\right)\left(z^2+2z\sqrt{3}+12\right)$.

2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+2z\sqrt{3}+12=0$.

3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

Partie B

1. Placer les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-2\sqrt{3}$, $z_B=-\sqrt{3}+3i$, $z_C=-\sqrt{3}-3i$.

2. a. Déterminer le module et un argument de z_A, z_B et z_C.

b. Donner l'écriture exponentielle de z_A, z_B et z_C.

3. R est la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

a. Donner l'écriture complexe de R.

b. Montrer que l'image de A par R est B.

c. Calculer, sous forme algébrique, l'affixe de D, image de B par R.

4. Soit (C) le cercle de diamètre $[CD]$.

a. Justifier que O est le centre de (C) .

b. Montrer que les points A et B appartiennent à (C) .

c. En déduire la nature des triangles CAD et CBD.

EXERCICE 2 4 points

La tension u aux bornes d'un circuit électrique vérifie l'équation différentielle (E) : $u''+3600\pi^2u=0$ dans laquelle u'' désigne la dérivée seconde de la tension par rapport au temps t.

1. Résoudre l'équation différentielle (E).

2. Déterminer la solution particulière f de (E) telle que : $f\left(\frac{1}{180}\right)=0$ et $f'(0)=-\frac{\pi}{2}$

3. a. Vérifier que, pour tout réel t, on a : $f(t)=\frac{1}{60}\cos\left(60\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$.

b. Calculer la valeurmoyenne de la fonction f sur $\cdot\left[0;\frac{1}{90}\right]$.

PROBLÈME 10 points

Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x)=x^2-8\ln x+8$.

1. a. Calculer $g'(x)$.

b. Étudier le signe de $g'(x)$.

c. Dresser le tableau de variations de g (l'étude des limites de g n'est pas demandée).

2. Donner une valeur approchée de $g(2)$ à 10^{-2} près, en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0\,;\,+\infty[$.

Partie B : étude et représentation graphique d'une fonction

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$, unité graphique 1 cm. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2-3x+8\ln x}{x}$ et C sa représentation graphique dans $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que pour tout réel x de $]0\,;\,+\infty[$ on a : $f(x)=x-3+\dfrac{8\ln x}{x}$.

2. a. Déterminer les limites en 0 et en $+\infty$ de $f(x)$.

b. En déduire l'existence d'une asymptote a la courbe C , et en donner une équation.

3. a. Déterminer la dérivée f' de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

b. Vérifier que pour tout réel x de $]0\,;\,+\infty[$ on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ et en déduire le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variations de f.

4. Soit D la droite d'équation $y = x - 3$.

a. Montrer que D est asymptote à C en $+\infty$.

b. Calculer les coordonnées du point d'intersection A de C et de D.

c. Étudier la position relative de C et de D.

5. Tracer dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ la courbe C et la droite D.

Partie C : calcul d'une aire

1. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

a. Vérifier qu'une primitive de h sur $]0\,;\,+\infty[$ est la fonction H définie par $H(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$.

b. En déduire une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

2. a. Hachurer la partie du plan limitée par la courbe C et la droite D, et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 5$.

b. Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan hachurée ; on donnera la valeur exacte et une valeur approchée a 10^{-2} près.

17. STL Biologie, Génie biologique, La Réunion – Juin 2007

EXERCICE 1 10 points

Partie A

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe. Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10 % des élèves contractent la maladie. De plus 3 % des élèves vaccinés ont la grippe.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant, sans justifier les réponses :

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			

Total			1 280

Pour les trois questions suivantes, tous les résultats seront arrondis à 0,001 près.

2. On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant lamême probabilité d'être choisis. On considère les évènements suivants :

A : « L'élève a été vacciné » ;

B : « L'élève a eu la grippe » ;

C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».

a. Calculer la probabilité des évènements A, B et C.

b. Calculer la probabilité de l'évènement A $\cup$ B.

3. On choisit au hasard un des élèves vaccinés. Calculer la probabilité de l'événement : « L'élève a eu la grippe ».

4. On choisit au hasard un des élèves non vaccinés. Calculer la probabilité de l'évènement : « L'élève a eu la grippe ».

5. Expliquer pourquoi on peut en déduire que ce vaccin a été efficace pour les élèves de ce lycée.

Partie B

Dès l'apparition des premiers symptômes de l'épidémie, l'infirmière du lycée relève pendant 8 jours le nombre d'élèves malades. Le tableau ci-dessous indique les résultats observés.

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves grippés	2	5	9	14	17	23	27	31

1. Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé cette série statistique. On prendra les unités suivantes :

– en abscisse : 2 cm pour 1 jour ;

– en ordonnée : 1 cm pour 2 élèves.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

3. On appelle G_1 le point moyen des quatre premiers points de ce nuage et G_2 le point moyen des quatre derniers points.

a. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.

b. Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique puis tracer la droite (G_1G_2).

c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = mx + p$. On donnera les valeurs exactes de m et de p.

4. En utilisant l'équation de la droite (G_1G_2), estimer à partir de combien de jours au moins 5 % des élèves du lycée seront atteints par la grippe.

EXERCICE 2 10 points

Partie A

On s'intéresse, lors d'une expérience, à la croissance d'une population de bactéries dont le nombre triple toutes les heures. À l'instant $t = 0$, la population est de 10 germes.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Temps (h)	0	1	2	6	9
Nombre de germes	10				

2. On appelle : u_0 le nombre de germes à l'instant $t = 0$, u_1 le nombre de germes à l'instant $t = 1$, u_n le nombre de germes à l'instant $t = n$.

a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

b. En déduire la nature de la suite de terme général (u_n) et donner ses caractéristiques.

c. Écrire u_n en fonction de n.

d. Calculer à partir de quelle heure la population de bactéries atteindra au moins un million de germes.

Partie B

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t)=10e^{t\ln 3}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

2. a. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

b. Étudier le signe de $f'(t)$ puis en déduire le tableau des variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

t	0	1	2	3	4	5
$f(t)$						

b. Tracer dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative de la fonction f. On prendra pour unités graphiques :

- 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 100 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie C

Dans l'étude faite précédemment, la variation de la population bactérienne est modélisée par la solution g définie sur $[0\,;\,+\infty[$ de l'équation différentielle $y'=(\ln 3)y$ qui vérifie la condition initiale $g(0) = 10$.

a. Vérifier que la fonction f étudiée dans la partie B est égale à g.

b. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, l'intervalle de temps pendant lequel la densité bactérienne est inférieure ou égale à 500.

18. STL Biologie, Génie biologique, France – Juin 2007

EXERCICE 1 9 points

La partie A et la partie B peuvent être traitées de façon indépendante.

On étudie la vitesse de disparition d'un réactif et on constate qu'elle est proportionnelle à la concentration.

On note $f(t)$ la concentration (exprimée en mol.L^{-1}) à l'instant t (t exprimé en minutes), où $t\in[0\,;+\infty[$.

Partie A

1. On admet que la concentration vérifie l'équation différentielle : $y'=-0{,}002y$. Déterminer toutes les solutions de cette équation différentielle.

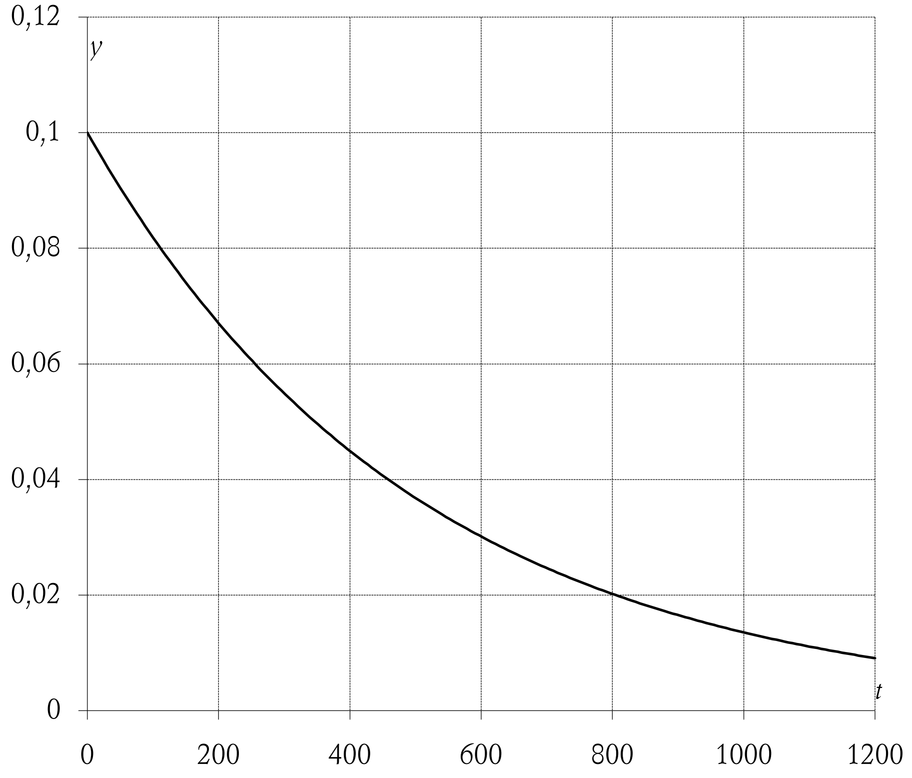
2. Sachant que la concentration initiale est de 0,1 mol.L^{-1}, déterminer la solution f vérifiant cette condition.

3. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f.

À l'aide d'une lecture graphique déterminer :

a. la durée en heures et minutes au bout de laquelle la concentration est égale à la moitié de la concentration initiale ;

b. la concentration au bout de 12 h. On fera apparaître les constructions utiles.



Partie B

On suit l'évolution de la réaction en dosant le produit formé $g(t)$ en fonction du temps t (enminutes).

On appellera C la courbe représentative de g dans un repère. On admet que : $g(t)=0{,}1-0{,}1e^{-0{,}002t}$ où $t\in[0\,;+\infty[$.

1. a. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.

b. En déduire l'existence d'une asymptote à C (que l'on précisera).

2. Calculer la dérivée g' de la fonction g.

3. Étudier le signe de $g'(t)$ sur [0 ; $+\infty$ [et en déduire le tableau de variations de g.

4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

EXERCICE 2 11 points

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

En octobre 2006, une tempête a balayé le Sud-Ouest de la France provoquant de nombreuses coupures d'électricité.

Partie A

Un lycée a un effectif de 1 400 élèves ; 70 d'entre eux habitent en zone rurale et les autres en zone urbaine.

Suite à la tempête, 5 % des élèves habitant en ville et 75 % de ceux qui habitent à la campagne ont été privés d'électricité.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Avec électricité	Sans électricité	Total
Elèves en zone rurale			

Elèves en zone urbaine			
Total			1 400

2. On croise au hasard un élève de ce lycée. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « L'élève habite en zone urbaine » ;

B : « L'élève est sans électricité ».

3. On croise au hasard un élève qui n'a pas d'électricité. Quelle est la probabilité qu'il habite en zone rurale ? (On donnera une valeur approchée arrondie au centième).

Partie B

Si nécessaire, les résultats obtenus dans cette partie seront arrondis au centième.

La tempête a privé d'électricité 20 000 foyers dans tout le département. Des moyens importants ont été mis en oeuvre pour rétablir rapidement le courant. Des études statistiques portant sur le nombre d'abonnés restant privés d'électricité ont donné les résultats suivants.

Temps t_i écoulé en heures	0	4	8	12	16	20	24
Nombre N_i d'abonnés sans électricité	20 000	13 028	5 234	3 714	2 981	1 212	783

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

t_i	0	4	8	12	16	20	24
$y_i = \ln(N_i)$							

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(t_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal. On prendra pour unités : 1 cm pour 2 en abscisse, 1 cm pour 1 en ordonnée.

3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.

4. Soit D la droite passant par G et de coefficient directeur $-0{,}13$. Déterminer une équation de D. Tracer D sur le graphique.

5. On utilise la droite D comme droite d'ajustement. Calculer le temps nécessaire pour que 99 % des abonnés concernés retrouvent l'électricité.

19. STL Biologie, Génie biologique, Polynésie – Juin 2007

EXERCICE 1 8 points

On lâche une balle à une hauteur de 1 mètre. Celle-ci effectue alors plusieurs rebonds sur le sol avant de s'immobiliser. On note la hauteur (exprimée en centimètres) par rapport au sol de chaque rebond.

Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus :

Numéro du rebond : n_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Hauteur du rebond : h_i	55	30	17	9	5	3	1,5	0,8

1. Tracer le nuage de points $M_i(n_i\,;h_i)$. Un ajustement affine paraît-il justifié ?

Dans la suite de l'exercice, toutes les valeurs numériques seront arrondies au dizième.

2. Recopier et compléter le tableau suivant.

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i = \ln(h_i)$	4,0							

3. Tracer dans un repère orthonormé (unité graphique : 2 cm) le nuage de points $P_i(n_i\,;y_i)$. Un ajustement affine paraît-il justifié ?

4. Recherche d'un ajustement affine.

a. On note G_1 le point moyen du sous-nuage formé par les points P_1, P_2, P_3 et P_4 et G_2 le point moyen du sous-nuage formé par les points P_5, P_6, P_7 et P_8. Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2.

b. Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et construire la droite (G_1G_2).

c. Lire graphiquement sur le graphique l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur de (G_1G_2) (mettre en évidence sur le graphique les éléments qui ont permis cette lecture).

5. En utilisant le résultat de la question 4. c., exprimer, en fonction de son numéro n, la hauteur estimée du n-ième rebond.

6. À partir de quel rebond, la hauteur estimée de celui-ci est-elle inférieure à un millimètre ?

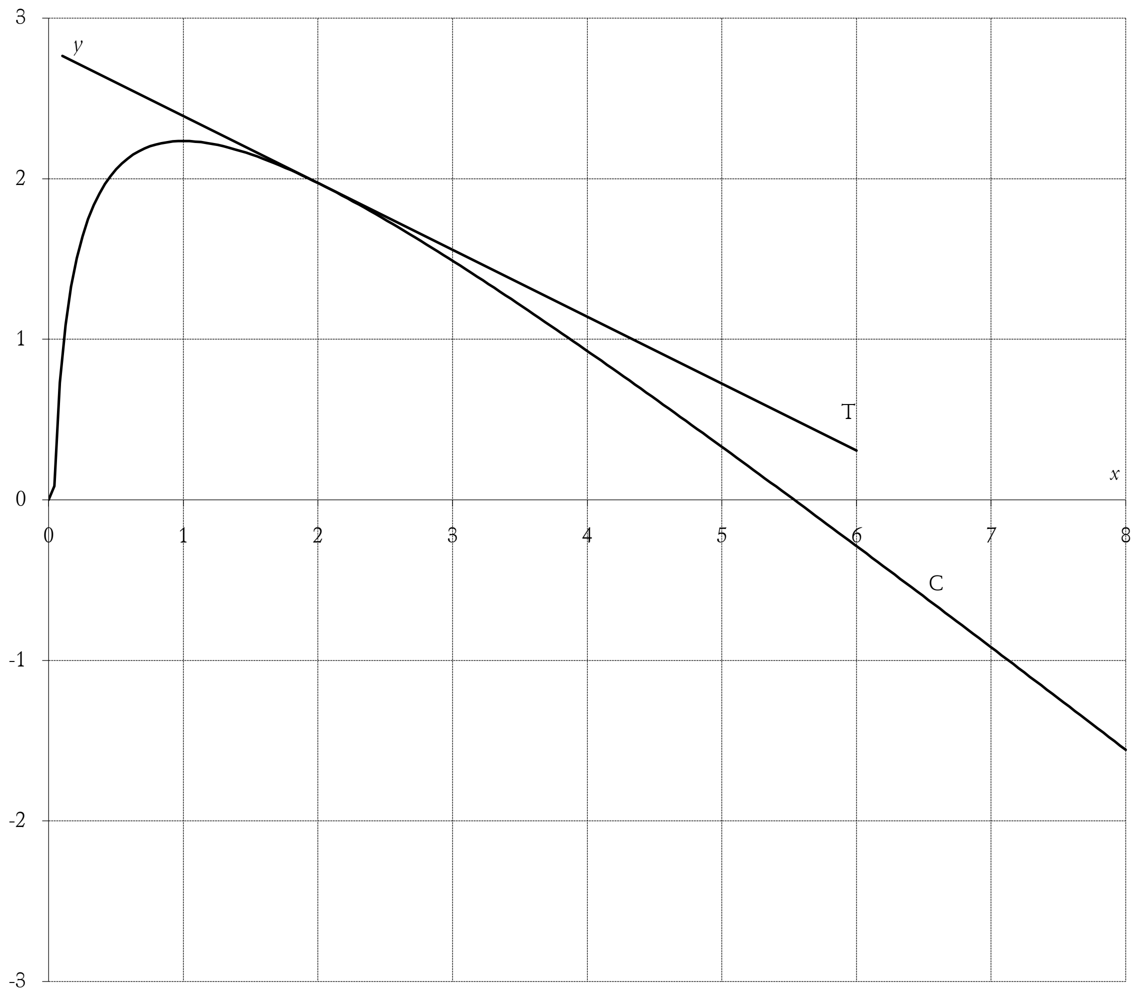
EXERCICE 2 12 points

Partie 1 : lecture graphique

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et sa tangente au point d'abscisse 2.

Déterminer, à l'aide de lectures graphiques, en justifiant par une phrase chaque réponse :

1. $f(3)$ et $f(4,5)$;
2. le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ puis une valeur approchée de chacune d'elles ;
3. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 1$;
4. $f'(2)$, nombre dérivé de f en 2 ;
5. le nombre de solution(s) de l'équation $f'(x)=0$ puis une valeur approchée de chacune d'elle(s) ;
6. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x)>0$;
7. une estimation de $f(5)$.



Partie 2 : étude d'une fonction

On admet que la fonction f représentée dans la partie 1 est définie par $f(x)=\ln x-\ln(x+2)-\dfrac{2}{3}x+4$.

1. Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$. Que peut-on en déduire ?

2. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3. p est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x)=x^2+2x-3$. Étudier le signe de $p(x)$.

4. Calculer $f'(x)$ puis montrer que $f'(x)=\dfrac{-2p(x)}{3x(x+2)}$.

5. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$. En déduire le sens de variation de f.

20. SMS France – Juin 2007

EXERCICE 8 points

Une enquête a été menée sur le mode de vie de 700 femmes de plus de 40 ans toutes atteintes d'un cancer lié au tabac. On a obtenu les renseignements suivants :

– 47 de ces femmes n'ont jamais fumé ;

– 6 de ces femmes consomment beaucoup d'aliments riches en béta-carotène ;

– Parmi les femmes consommant beaucoup de béta-carotène, 7 n'ont jamais fumé.

1. C'est au cours d'une enquête sur le mode de vie et l'état de santé d'une population de 60 000 femmes de plus de 40 ans, que l'on a trouvé que 700 de ces femmes étaient atteintes d'un cancer lié au tabac. Déterminer pour cette population le pourcentage de femmes ayant développé un cancer lié au tabac.

Arrondir à 0,01 % près.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Femmes consommant beaucoup de béta-carotène	Femmes consommant peu de béta-carotène	Total
Femmes n'ayant jamais fumé			
Fumeuses ou anciennes fumeuses			
Total			700

3. On choisit au hasard une femme parmi celles qui ont développé un cancer lié au tabac. On note A l'évènement : « la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en béta-carotène » et B l'évènement : « la femme choisie est une fumeuse ou une ancienne fumeuse ».

Si nécessaire arrondir les résultats à 0,001 près.

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer la probabilité de cet évènement.

c. Définir par une phrase l'événement $A \cup B$, puis calculer la probabilité de cet évènement.

4. On choisit au hasard une femme parmi les fumeuses ou les anciennes fumeuses. Calculer la probabilité que cette femme consomme beaucoup de béta-carotène.

Arrondir le résultat à 0,001 près.

PROBLÈME 12 points

Partie A

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 12] par : $f(t) = 2 + 15te^{-0,8t}$.

On note C la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

– 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses

– 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

On note f' la fonction dérivée de la fonction *f*.

1. a. Calculer $f'(t)$ et montrer que : $f'(t) = (15 - 12t)e^{-0,8t}$.

b. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 12].

c. Dresser le tableau de variations de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 12]. Indiquer les valeurs exactes des nombres portés dans ce tableau : *f*(0), *f*(12) et le maximum de *f*.

2. Soit *A* le point d'abscisse 0 de la courbe C et T la tangente en *A* à la courbe C. Déterminer une équation de la tangente (*T*).

3. a. Reproduire et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 0,1 près).

t	0	0,5	1	1,5	2	3	5	7	9	12
$f(t)$			8,7			6,1	3,4		2,1	

b. Tracer la tangente T et la courbe C sur la feuille de papier millimétré fournie.

Partie B

Un sportif a absorbé un produit dopant.

On admet que $f(t)$ représente le taux de produit dopant, en mg/L, présent dans le sang de ce sportif en fonction du temps t, en heures, écoulé depuis l'absorption durant les douze heures qui suivent cette absorption.

1. Déterminer par le calcul le taux de produit dopant présent dans le sang du sportif au bout de 2 heures et 30 minutes. Arrondir à 0,1 près.

2. Au bout de combien de temps le taux de produit dopant dans le sang du sportif est-il maximal ? Exprimer le résultat en heures et minutes.

3. Les règlements sportifs interdisent l'usage de ce produit dopant. Le tauxmaximum autorisé est de 3mg/L. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le taux de produit dopant dans le sang de ce sportif redescend en dessous de 3mg/L.

Laisser apparents les traits de construction utiles.

21. SMS La Réunion – Juin 2007

EXERCICE 8 points

La Direction de la Sécurité Routière relève, tous les deux ans, le nombre de personnes tuées dans les accidents de la route. Le tableau ci-dessous indique, à partir de 1983, le rang x de l'année ainsi que le nombre y de personnes décédées dans un accident de la route au cours de cette année.

Année	1983	1985	1987	1989	1991	1993
x	0	1	2	3	4	5
y	11 946	1 0454	9 855	10 528	9 617	9 052
Année	1995	1997	1999	2001	2003	2005
x	6	7	8	9	10	11
y	8 413	7 989	8 029	7 720	5 731	5 318

1. Dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$, représenter, sur une feuille de papiermillimétré, le nuage des points de coordonnées (x ; y) associé aux données du tableau.

On prendra pour unités graphiques :

– 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et

– 1 cm pour 1 000 unités sur l'axe des ordonnées.

2. a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des six premiers points et celles du point moyen G_2 des six derniers points.

b. Placer ces points sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).

c. Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est $y = -507x + 11\,509{,}5$.

3. On considère que la droite (G_1G_2) permet de fournir une bonne approximation du nombre de décès dans les accidents de la route jusqu'en 2010.

a. Utiliser le graphique afin d'estimer le nombre de décès causés par un accident de la route en 2009.On fera apparaître les traits de construction.

b. Déterminer par le calcul en quelle année on peut espérer que le nombre de tués par accident de la route soit inférieur à 4 500.

PROBLÈME 12 points

Partie A

1. Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' = -0,5y$ où y est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ de la variable t.

2. Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant $y(0) = 0,8$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 5]$ par : $f(t) = 0,8e^{-0,5t}$.

On note C la courbe représentative de cette fonction dans un repère orthogonal du plan. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur I.

1. a. Vérifier que $f'(t) = -0,4e^{-0,5t}$. Étudier le signe de $f'(t)$.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur son intervalle de définition.

2. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats au centième.

t	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(t)$	0,62							3,51		

Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

En prenant pour unités graphiques :

- 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
- 10 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées,

tracer sur une feuille de papier millimétré la tangente T puis la courbe C.

Résoudre par le calcul l'inéquation $f(t) > 0,2$ en donnant les résultats arrondis au centième.

Partie C

Un patient a reçu par injection une substance médicamenteuse. Son sang présente alors une concentration de 0,8 g/L du produit injecté. On note $f(t)$ la valeur de la concentration du produit dans le sang, en fonction du temps écoulé t exprimé en heures.

On admet que $f(t) = 0,8e^{-0,5t}$.

1. De l'étude menée dans la partie B, déduire le temps, exprimé en heures et en minutes, pendant lequel la concentration du produit dans le sang du patient reste supérieure à 0,2 g/L.

2. Quel est le pourcentage qui exprime la baisse de la concentration du produit dans le sang du patient entre la 1ère heure et la 4ème heure (c'est-à-dire entre les instants $t = 1$ et $t = 4$) ?

22. SMS Polynésie – Juin 2007

EXERCICE 9 points

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées ; une seule de ces quatre affirmations est exacte.

Barème : *chaque réponse exacte rapporte 1,5 point ; chaque réponse inexacte retire 0,5 point ; l'absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice sera zéro.*

Aucune justification n'est demandée.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous en inscrivant très lisiblement les réponses choisies (a, b, c ou d).

Question	1	2	3	4	5	6
Réponse choisie						

1. Le nombre d'allocataires du RMI âgés de plus de 50 ans est passé de 150 000 en 1995 à 262 500 en 2005. Entre 1995 et 2005, ce nombre a augmenté d'environ :

a. 42,9 %	b. 112,5 %	c. 75 %	d. 57,1 %

2. La droite qui passe par les points $A(2\ ;\ 7)$ et $B(0\ ;\ -3)$ a pour équation :

a. $y = 5x - 3$	b. $y = -5x - 3$	c. $y = 3{,}5x - 3$	d. $y = 0{,}2x - 3$

3. La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. 1	b. -1	c. 0	d. 2

4. La dérivée de la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x)=x\ln x$ est telle que :

a. $g'(x)=\dfrac{1}{x}$	b. $g'(x)=\ln x-1$	c. $g'(x)=\ln x+1$	d. $g'(x)=1+\dfrac{1}{x}$

5. Dans une cage, il y a cinq lapins, deux blancs et trois noirs, et quatre cochons dinde, deux blancs et deux marrons. La probabilité qu'un animal choisi au hasard dans la cage soit blanc est :

a. $\dfrac{2}{9}$	b. $\dfrac{1}{3}$	c. $\dfrac{2}{5}+\dfrac{2}{4}$	d. $\dfrac{4}{9}$

6. Dans un club, on a recueilli les lieux de séjour des 120 membres pour les dernières vacances.
Chacun avait choisi un séjour à lamer ou bien à la campagne. Les résultats de l'enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

	Mer	Campagne
Femmes	60	20
Hommes	10	30

On choisit une personne au hasard dans ce club. La probabilité que ce soit un homme ou une personne ayant passé ses dernières vacances à lamer est :

a. $\dfrac{1}{12}$	b. $\dfrac{11}{12}$	c. $\dfrac{5}{6}$	d. $\dfrac{3}{4}$

PROBLÈME (11 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 12]$ par : $f(t)=0{,}4te^{1-0{,}5t}$.

1. a. On pose $u(t)=0{,}4t$ et $v(t)=e^{1-0{,}5t}$. On note u', v' et f' les dérivées respectives des fonctions u, v et f.

Calculer $u'(t)$ et $v'(t)$. En déduire $f'(t)$.

b. Vérifier que $f'(t)=0{,}4(1-0{,}5t)e^{1-0{,}5t}$.

c. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 12].

d. Dresser le tableau de variations de *f* sur l'intervalle [0 ; 12].

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

t	0	0,25	0,5	1	2	3	4	6	9	12
$f(t)$		0,24				0,73				0,03

3. Tracer la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses,
   - 20 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On a mesuré la concentration d'un médicament dans le plasma sanguin d'un patient pendant les douze heures qui ont suivi son administration orale. Cette concentration plasmatique (en mg.L^{-1}) au temps *t* (en heures) est $f(t)$ où *f* est la fonction étudiée dans la partie A.

1. Calculer la concentration plasmatique 1 h 30 min après l'administration du médicament (le résultat sera arrondi à 0,01 près).

Les questions suivantes seront traitées à l'aide du graphique et l'on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique.

2. Pour quelles valeurs de *t* la concentration plasmatique est-elle de 0,7mg.L^{-1} ?

3. Pendant combien de temps la concentration plasmatique reste-t-elle supérieure à 0,3 mg.L^{-1} ? Exprimer le résultat en heures etminutes.