Annales Baccalauréat

1. SMS La Réunion – Septembre 2006 1
2. SMS France – Septembre 2006 2
3. SMS Antilles – Septembre 2006 3
4. SMS Nouvelle Calédonie – Nov 2006 5
5. SMS Métropole – Juin 2006 6
6. SMS La Réunion – Juin 2006 7
7. SMS Polynésie - Juin 2006 9
8. STL Biochimie–Génie biologique Antilles-Guyane, Juin 2006 10
9. STL Biochimie–Génie biologique La Réunion, Juin 2006 11
10. STL Chimie de laboratoire et de procédés industriels, France, Juin 2006 12
11. STL Biochimie–Génie biologique, France, Juin 2006 13
12. STL Biochimie Génie biologique, Polynésie, Juin 2006 15
13. STL, Physique de laboratoire et de procédés industriels, France, Juin 2006 16

1. SMS La Réunion – Septembre 2006

EXERCICE 8 points

Pour étudier les violences envers les femmes en France, l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques) a effectué de mars à juillet 2000 une enquête par téléphone auprès de 6 970 femmes.

Les résultats concernant les violences subies au cours des 12 derniers mois dans l'espace public sont donnés dans le tableau suivant :

Type de violences	20-24 ans	25-34 ans	35-44 ans	45-59 ans	Total
Insultes et menaces verbales	179	294	248	189	910
Agressions physiques	20	31	25	37	113
Être suivie	89	112	85	62	348
Exhibitionnisme	64	64	36	26	190
Avances et agressions sexuelles	47	50	19	11	127
Aucune agression	318	1 383	1 709	1 872	5 282
Total	717	1 934	2 122	2 197	6 970

(source : http ://www.ined.fr/ Enquête Enveff)

1. Calculer le pourcentage, à 0,1 % près, des femmes ayant subi des insultes et menaces verbales parmi les femmes âgées de 20 à 24 ans, puis parmi les femmes âgées de 35 à 59 ans.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés à 0,001 *près.*

2. On choisit au hasard une femme parmi les 6970 femmes interrogées.

On considère les évènements suivants :

A : « la femme est âgée de 20 à 24 ans » ;

B : « la femme a été suivie ou a subi des avances et une agression sexuelle ».

a. Calculer la probabilité des évènements A et B.

b. Définir par une phrase les évènements $A \cup B$ et $\bar{A} \cap B$, puis calculer leur probabilité.

3. On choisit au hasard une femme âgée de 20 à 24 ans parmi les femmes interrogées.

Déterminer la probabilité pour qu'elle ait subi une agression physique.

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur I = [0 ; 7] par $f(t) = 50te^{-0,5t+1}$.

1. Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = (50 - 25t)e^{-0,5t+1}$, pour tout t de [0 ; 7].

2. Étudier le signe de $f'(t)$.

3. Construire le tableau de variations de f sur I.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 10^{-1} près) :

t	0	0,4	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$f(t)$		44,5		82,4		91	73,6		40,6	

5. On munit le plan d'un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 0,2 cm en ordonnées. Construire la courbe représentative de f dans ce repère.

Partie B

Avant de mettre sur le marché une nouvelle crème solaire, un laboratoire teste la qualité d'un composant agissant comme un réservoir d'hydratation pour la peau tout au long de l'exposition au soleil. Pour cela, il a mesuré le taux d'hydratation de la peau t heures après l'application.

La fonction f étudiée dans la partie A correspond au taux mesuré, exprimé en pourcentage, pendant 7 heures.

1. À l'aide de la partie A, indiquer le moment où le taux est maximum.

Dans les questions suivantes, faire apparaître les traits de construction utiles.

2. Déterminer graphiquement le ou les moments où le taux d'hydratation est égal à 20 %.

3. La qualité est jugée satisfaisante pour commercialiser cette crème si le taux d'hydratation dépasse 50 % pendant une durée d'aumoins six heures. À l'issue des résultats de ce test, le laboratoire peut-il commercialiser cette crème ?

2. SMS France – Septembre 2006

EXERCICE (8 points)

Le tableau suivant provient du recueil de données effectué pendant trois ans par sept hôpitaux français. Il s'agit d'admissions consécutives à des accidents de roller.

âge / sexe	9 ans et moins	10 à 14 ans	15 à 19 ans	20 à 34 ans	35 ans et plus	total
hommes	160	694	229	174	73	1 330
femmes	183	312	47	127	76	745
total	343	1 006	276	301	149	2 075

Partie A : On arrondira les résultats à 10^{-1} près.

1. Parmi les personnes hospitalisées suite à un accident de roller, déterminer le pourcentage d'hommes.

2. Parmi les hommes hospitalisés suite à un accident de roller, déterminer le pourcentage de personnes âgées de moins de 20 ans ?

Partie B : On décide de contacter au hasard une personne ayant été hospitalisée.

On définit les évènements suivants :

A : « la personne contactée est une femme » ;

B : « la personne contactée a 15 ans et plus » ;

C : « la personne contactée a entre 10 et 14 ans ».

Les réponses aux questions suivantes seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-1}près.

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements A, B et C.

2. Soit D l'évènement : « la personne contactée est un homme de 15 ans et plus ».

a. Exprimer D à l'aide de A et B.

b. Calculer la probabilité de l'évènement D.

3. Décrire par une phrase l'évènement et donner sa probabilité.

4. On décide de n'interroger que des hommes qui ont été hospitalisés.On contacte un homme au hasard. Quelle est alors la probabilité qu'il soit âgé de 20 ans et plus ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 5] par $f(x) = xe^{-x}$.

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f. Vérifier que cette dérivée peut s'écrire $f'(x) = (5-5x)e^{-x}$.

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I (utiliser au besoin un tableau de signes).

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié (on arrondira les résultats à 0,01 près) :

x	0	0,25	0,75	1	1,5	2	3	5
$f(x)$			1,77					0,17

5. SoitC la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan. Tracer C sur une feuille de papier millimétré en prenant pour unités :

– 4 cmpour 1 unité sur l'axe des abscisses ;

– 10 cmpour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

Lors d'une ingestion d'alcool, à jeun, le taux d'alcool présent dans le sang, en grammes par litre, en fonction du temps x, exprimé en heures, est donnée par $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la Partie A.

1. Quel est le taux d'alcool présent dans le sang au bout d'une demi-heure ?

2. Au bout de combien de temps ce taux est-il maximal ? ?Quelle est la valeur de ce maximum ?

3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0,4$ (on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique).

4. Sachant que pour conduire une voiture le taux d'alcool doit être inférieur à 0,5 grammes par litre, au bout de combien de temps après une telle ingestion d'alcool peut-on reprendre le volant ?

3. SMS Antilles – Septembre 2006

EXERCICE (9 points)

Le Ministère de la Santé et de la Protection Sociale publie, chaque année, des statistiques concernant le personnel de santé.

Dans la suite de l'exercice, le mot infirmier recouvre aussi bien les hommes que les femmes exerçant cette profession.

Voici les informations obtenues en 2004 pour les infirmiers du département du Cantal :

– 1 212 infirmiers exercent dans ce département.

– Ils sont répartis en trois catégories : les « infirmiers libéraux », les « salariés hospitaliers »et les « autres salariés ».

– 75 % des infirmiers sont des salariés hospitaliers et 180 sont des infirmiers libéraux.
– Parmi les infirmiers libéraux, 90 % sont des femmes.
– Il y a 1 030 femmes au total. Parmi elles, 10 % font partie des « autres salariés ».

1. Reproduire le tableau ci-dessous et le compléter :

	Hommes	Femmes	Total
Infirmiers libéraux			
Salariés hospitaliers			
Autres salariés			
Total			1 212

Source : DRESS -Ministère de la Santé et de la Protection Sociale

Dans les questions suivantes les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

2. On choisit au hasard un individu parmi les 1 212 infirmiers du département. On considère les évènements suivants :

A : « L'individu est une femme » ;
B : « L'individu est un infirmier libéral » ;
C : « L'individu est une femme salariée ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.

b. Décrire par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$, puis calculer leur probabilité.

c. Exprimer C en fonction de A et B, puis calculer sa probabilité.

3. On choisit au hasard un individu parmi les infirmiers hommes. Quelle est la probabilité qu'il soit un infirmier libéral ?

PROBLÈME (11 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur [0,1 ; 4] par $f(x) = -\left(\dfrac{x^2}{2}\right) + 5 + x + 2\ln x$

1. Calculer $f'(x)$.

2. Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $\left[\dfrac{(-x+2)(x+1)}{x}\right]$.

3. Utiliser la question 2 pour étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0,1 ; 4].

4. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0,1 ; 4] (les valeurs de $f(x)$ figurant dans ce tableau seront données sous forme décimale arrondie à 0,1 près).

5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (avec des résultats sous forme décimale arrondie à 0,1 près) :

x	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$		4				6,2			

Tracer sur papier millimétré la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (unité : 2 cm).

Partie B

On veut suivre l'évolution de la population dans une culture bactérienne, suivant la température à laquelle on soumet cette culture. Pour une température x, en dizaines de degrés Celsius, comprise entre 0,1 et 4, le nombre de bactéries, en millions, dans la culture est $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

1. À quelle température, en degrésCelsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il maximal ?

Dans les deux questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles.

2. Déterminer graphiquement le nombre de bactéries dans la culture chauffée à 37,5°C.

3. Pour quelles températures, en degrés Celsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il inférieur ou égal à 5 500 000 ?

4. SMS Nouvelle Calédonie – Nov 2006

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet. Deux feuilles de papier millimétré seront mises à la disposition des candidats.

EXERCICE (8 points)

Le tableau suivant donne l'espérance de vie d'une femme selon son année de naissance.

(*source INSEE, bilan démographique*).

Année	1985	1988	1991	1994	1997	2000
Rang de l'année x_i	0	3	6	9	12	15
Espérance de vie y_i	79,4	80,5	81,1	81,8	82,2	82,8

1. a. Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i ; y_i) associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses de 0 à 25.

On prendra sur cet axe pour unité graphique : 1 cm pour une unité. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 79. On prendra sur cet axe pour unité graphique : 2 cm pour une unité.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère.

c. On admet que la droite (d) d'équation $y = 0{,}22x+79{,}65$ constitue un bon ajustement de ce nuage.

Vérifier que le point G appartient à (d).

d. Construire la droite (d) sur le graphique précédent.

2. Dans la suite de l'exercice on admet que la droite (d) permet d'estimer l'espérance de vie des femmes nées jusqu'en 2010.

a. En utilisant le graphique et en laissant les traits de construction apparents, estimer l'espérance de vie d'une femme née en 2006.

b. Sur la période de 6 ans allant de 1994 à 2000, l'espérance de vie a augmenté de 1,22 %. Ce taux se maintiendra-t-il sur la période allant de 2000 à 2006 ? Justifier la réponse.

3. Estimer graphiquement à partir de quelle année de naissance l'espérance de vie d'une fille devrait dépasser 85 ans.

PROBLÈME (12 points)

Au cours d'une étude sur les rythmes cardiaques, on note toutes les cinq minutes à partir du temps $x = 0$, correspondant au début de l'épreuve physique, le rythme cardiaque d'un sportif en pulsations par minute.

Les résultats obtenus ont permis de mettre en place un modèle mathématique étudié dans la partie A.

Partie A

On considère que la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 30] par $f(x) = -2x + 60 + 32\ln(x+1)$ permet d'estimer le rythme cardiaque à l'instant x exprimé en minutes.

1. f' désignant la fonction dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$ pour tout x dans l'intervalle [0 ; 30] et vérifier que $f'(x)=\frac{2(15-x)}{x+1}$.

2. Sur l'intervalle [0 ; 30], étudier le signe de $f'(x)$. En déduire le tableau de variations de la fonction f. On y fera figurer les valeurs exactes de $f(0)$, $f(15)$, $f(30)$.

3. Recopier sur la copie et compléter le tableau ci-dessous, en arrondissant les valeurs à l'unité près :

x	0	5	10	15	20	25	30
$f(x)$						114	

4. Tracer la courbe représentative de la fonction dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques : 2 cm pour 5 minutes sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 pulsations par minute sur l'axe des ordonnées.

Partie B

1. Au bout de combien de temps le rythme cardiaque est-il maximal ? Quelle valeur atteint-il ?

2. Quel est le rythme cardiaque du sportif au repos ?

3. A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

a. A quel instant le rythme est-il de 90 pulsations parminute ?

b. Dans les conditions de cette épreuve, on considère qu'une personne est en très bonne condition physique lorsque la durée pendant laquelle son coeur bat à plus de 1,5 fois sa vitesse au repos est inférieure à vingt minutes.

Ce sportif est-il en très bonne condition physique ? Justifier.

c. De même, une personne est considérée en mauvaise condition physique lorsque son rythme cardiaque atteint ou dépasse le double du rythme au repos.

Ce sportif est-il en mauvaise condition physique ? Justifier.

5. SMS Métropole – Juin 2006

EXERCICE (8 points)

Questionnaire à choix multiple

Cocher les bonnes réponses, il y en a au moins une par question.

Toute bonne réponse rapporte 1 point, toute erreur retire 0,5 point, l'absence de réponse ne retire rien. Si le total des points est négatif la note de l'exercice sera ramenée à zéro.

1. Soient A et B deux évènements tels que leurs probabilités vérifient : $P(A) = P(B) = 0,2$ et $P(A\cap B) = 0,1$. Alors $P(A\cup B)$ est égal à :

□ 0,2 □ 0,3 □ 0,4 □ 0,5

2. La fonction f définie sur [1 ; 12] par $f(x)=\frac{-x^2+3x-4}{x}$ a pour dérivée la fonction f' telle que $f'(x)=$

□ $-1+\frac{4}{x^2}$ □ $\frac{4-x^2}{x^2}$ □ $\frac{x^2-4}{x^2}$ □ $\frac{-2x+3}{1}$

3. On considère la fonction logarithme népérien notée ln. ln 27 est égal à :

□ 3ln3 □ 9ln3 □ 27ln1 □ ln9+ln3

4. On considère la fonction f définie sur [0,5 ; 12] par $f(x) = 2\ln x$ et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal. Le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 4 est :

□ 2ln4 □ 0 □ 0,25 □ 0,5

5. Dans un classe de 20 élèves, 15 sont des filles, et il y a 8 élèves qui portent des lunettes. Par ailleurs un tiers des filles portent des lunettes. On prend un élève au hasard.

a. la probabilité que cet élève soit une fille est de :

□ $\frac{1}{15}$ □ 0,75 □ 0,125 □ 0,067 environ

b. la probabilité que ce soit un garçon et qu'il porte des lunettes est de :

□ 0,6 □ 0,15 □ 0,4 □ 0,5

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur [0 ; 7] par $f(x) = 12 + 3x - e^{0,5x}$.

1. a. Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = 3 - 0,5e^{0,5x}$.

b. Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 0,1 près) :

x	0	1	2	3	2ln6	4	5	6	7
$f(x)$		13,4				16,6	14,8	9,9	

3. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal ;

unités : – 2 cm pour une unité en abscisses et

– 1 cm pour une unité en ordonnées.

Partie B

On introduit une substance S dans un liquide contenant un certain type de microorganismes afin d'en stopper la prolifération.

On suppose que le nombre (en millions) de micro-organismes présents au bout du temps x (en heure) écoulé depuis l'introduction de la substance S est donné par l'expression : $f(x) = 12 + 3x - e^{0,5x}$.

1. Quel est le nombre de micro-organismes au bout d'une heure ? au bout d'une heure et trente minutes ? (arrondir les résultats à 100 000 près.)

2. Au bout de combien de temps la population est-elle maximale ? Quelle est cette population maximale ?

3. Déterminer graphiquement durant combien de temps la population est supérieure ou égale à 12 millions (laisser apparents les traits de construction).

6. SMS La Réunion – Juin 2006

EXERCICE (8 points)

Le tableau suivant, extrait du dernier recensement de l'INSEE, présente des données concernant le département du Nord et ses 6 arrondissements. Il porte sur le nombre de naissances observées dans ce département, et parmi elles, précise le nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement, et le nombre de mères n'ayant pas subi la totalité des sept consultations prénatales normalement prévues.

	Nom de la Zone	Nombre de naissances	Nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement	Nombre de naissances dont la mère a bénéficié de moins de 7 consultations prénatales
ARRONDISSEMENT	AVESNES-SUR-HELPE	3210	1226	371
	CAMBRAI	2 194	864	379
	DOUAI	3395	1379	364
	DUNKERQUE	5026	1921	488
	LILLE	17967	9818	2092
	VALENCIENNES	4881	2163	608

DÉPARTEMENT DU NORD	TOTAL	36673	17371	4302

1. a. On sait par ailleurs que 7,29 % des nouveaux-nés de Cambrai étaient de «petit poids », c'est-à-dire avaient un poids de naissance inférieur à 2 500 grammes. Déterminer le nombre de ces nouveaux-nés de « petit poids » en arrondissant à l'unité.

b. Les nouveaux-nés de « petit poids » de Cambrai représentent 6,14 % de tous les nouveaux-nés de « petit poids » du département du Nord. Calculer le nombre des nouveaux-nés du Nord qui sont de « petit poids » (on arrondira à 1 près).

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 *près*.

2. On choisit au hasard un nouveau-né dans le département du Nord. On considère les évènements suivants :

* A : « le nouveau-né bénéficie d'un allaitement » ;

* D : « le nouveau-né est né dans l'arrondissement de Dunkerque ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et D.

b. Définir par une phrase l'évènement $\overline{\mathrm{D}}$ et calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase l'évènement $\mathrm{D} \cap \overline{\mathrm{D}}$ et calculer sa probabilité.

d. Calculer la probabilité de l'événement $\mathrm{D} \cup \overline{\mathrm{D}}$.

3. On choisit maintenant au hasard un nouveau-né du département du Nord dont la mère n'a pas bénéficié des sept consultations prénatales. Quelle est la probabilité qu'il soit né à Lille ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 5] par $f(t) = 30e^{-0,4t}$.

1. a. Calculer $f'(t)$.

b. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 5].

c. En déduire le tableau de variations de *f* (dans ce tableau n'apparaîtront que des valeurs exactes).

2. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 0,1 près :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$f(t)$			20,1		13,5		9		

3. Tracer la courbe représentative de la fonction *f* dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

* 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses.

* 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On dissout 30 kg de sucre dans de l'eau. À chaque instant t, exprimé en heures, on note $y(t)$ la quantité, exprimée en kg, de sucre non encore dissous. On admet que la fonction y est solution de l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

1. a. Résoudre l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

b. Trouver la solution telle que $y(0) = 30$ puis vérifier que cette solution est la fonction *f* de la partie A.

2. Utiliser la partie A pour déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles :

a. Au bout de combien de temps on aura 50% de la quantité de sucre dissoute.

b. Le temps pendant lequel la quantité de sucre dissous représente moins de 40% de la quantité initiale.

3. Retrouver le résultat de la question 2. a. en résolvant une équation. On donnera la valeur exacte de la solution puis une valeur approchée à 0,1 près.

7. SMS Polynésie - Juin 2006

EXERCICE (8 points)

Le tableau ci-dessous présente l'évolution des dépenses de santé en France, de 1960 à 2000 (en milliards d'euros).

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense en milliards d'euros y_i	1,6	3,3	6,2	13,8	28,9	55,1	80	103,5	121,7

(*source :Ministère de la Santé et de la Solidarité*).

1. a. De quel pourcentage la dépense a-t-elle augmenté entre 1995 et 2000 (arrondir le résultat à 10^{-1} près) ?

b. En 2000, la consommation de soins et biens médicaux (CSBM) s'élevait plus précisément à 121 673 millions d'euros. Dans cette somme, les médicaments représentaient 25 212 millions d'euros. Quel pourcentage de la CSBM cela représente-t-il ? (arrondir le résultat à 10^{-1} près).

2. Représenter, sur papier millimétré, le nuage de points de coordonnées (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal, en prenant comme unités graphiques :

1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses

1 cm pour 10 milliards d'euros sur l'axe des ordonnées.

Dans la suite de l'exercice,compte tenu de l'allure du nuage, on s'intéresse à la série statistique correspondant aux six derniers points (du rang 3 au rang 8).

3. Soit G Le point moyen de ces six derniers points. Calculer les coordonnées de G (arrondir l'ordonnée à 10^{-1} près).

4. On effectue un ajustement affine de la série, représentée par ces six derniers points, par la droite D d'équation $y = ax - 56,7$, où a est un réel à déterminer.

a. Sachant que D passe par le point G, calculer a (arrondir le résultat à 10^{-1} près).

b. Tracer D sur le graphique précédent.

5. On suppose que cet ajustement est valable jusqu'en 2010. À l'aide d'un calcul, estimer les dépenses de santé prévues pour 2010.

PROBLÈME (12 points)

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1850 ; 2020] par : $f(t) = 250 + 25e^{0,01t-18,5}$.

1. Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle [1850 ; 2020].

2. a. Justifier que $f'(t)$ est positif sur l'intervalle [1850 ; 2020].

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f . On précisera les valeurs exactes de $f(1850)$ et de $f(2020)$.

3. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à l'entier le plus proche).

t	1850	1900	1950	1970	1990	2005	2020
$f(t)$			318				

4. On appelle C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Tracer la courbe C dans ce repère.

On prendra comme unités graphiques : 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées. De plus, on graduera l'axe des abscisses à partir de 1850 et l'axe des ordonnées à partir de 270.

Partie B - Teneur en dioxyde de carbone contenu dans l'atmosphère

Source Laboratoire CNRS de Glaciologie Université Joseph Fourier, Grenoble

Une étude statistique a montré que la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) contenu dans l'atmosphère de 1850 à nos jours, exprimée en parties par millions (ppm), peut être modélisée par la formule suivante :

$$f(t) = 250 + 25e^{0,01t-18,5}$$

où t représente l'année et $f(t)$ la teneur en dioxyde de carbone.

On supposera que ce modèle reste valable jusqu'en 2020.

1. *On fera apparaître sur le graphique, de la question A 4., les traits de construction utilisés pour répondre aux questions suivantes et l'on donnera les résultats à l'unité près.*

Estimer à l'aide du graphique :

a. la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) qu'on peut prévoir en 2010,

b. l'année à partir de laquelle la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) a dépassé 350 ppm.

2. Déterminer le résultat de la question 1. a. par le calcul, en résolvant l'équation suivante :

$$f(t) = 250 + 25e^{0,01t-18,5} = 350 .$$

8. STL Biochimie–Génie biologique Antilles-Guyane, Juin 2006

2 heures / coeff 2

Exercice 1 12 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle]0 ; 4] par : $f(x) = \dfrac{3+2\ln(x)}{x}$.

On appelle C sa courbe représentative dans le repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ d'unités graphiques :

– 4 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et

– 2 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0. On pourra écrire $f(x)$ sous la forme :

$$f(x) = \left[3+2\ln(x)\right]\times\frac{1}{x} .$$

Donner une interprétation graphique du résultat.

2. Justifier que la derivée f' est donnée par $f'(x) = \dfrac{-1-2\ln(x)}{x^2}$ pour x appartenant à]0 ; 4].

3. a. Résoudre l'équation : $-1 - 2\ln(x) = 0$. Donner la valeur exacte de la solution puis une valeur arrondie au centième.

b. Résoudre l'inéquation : $-1 - 2\ln(x) > 0$.

c. En déduire le signe de la dérivée f' puis le tableau de variations de la fonction f sur]0 ; 4].

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs arrondies au centième :

x	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	3	4
$f(x)$		1,97								

b. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 1.

c. Tracer la courbe C et la tangente T.

d. Estimer, à l'aide du graphique, les solutions de l'équation $f(x) = 2$. On laissera apparents les traits de constructions.

Exercice 2 8 points

Dans cet exercice, les valeurs calculées seront arrondies au millième.

On étudie l'évolution d'une population de bactéries en fonction du temps. N désigne le nombre de bactéries en milliers par millilitre à un instant donné t exprimé en heures.

On a observé et relevé N toutes les demi-heures et on a obtenu le tableau ci-dessous :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
N	9	10,5	11	12,5	15	16	18	20	22	24	26

Pour étudier l'évolution de cette population, on effectue un changement de variable : $y = \ln(N)$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = \ln(N)$											

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(t_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal, en prenant comme unités

– sur l'axe des abscisses : 3 cm pour une heure

– sur l'axe des ordonnées : 10 cm pour une unité, en commençant les graduations à partir de 2.

3. a. Calculer les coordonnées de G, point moyen du nuage.

b. Déterminer une équation de la droite D passant par G et ayant pour coefficient directeur 0,215.

c. Tracer cette droite D sur le graphique précédent.

4. On considère que cette droite permet un ajustement de la série $(t_i\ ;\ y_i)$. Estimer le nombre de bactéries (en milliers par millilitre) au bout de 6 heures, à l'aide du graphique puis par un calcul.

9. STL Biochimie–Génie biologique La Réunion, Juin 2006

2 heures / coeff 2

Exercice 1 8 points

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du prix semestriel moyen du baril de pétrole, en dollars, depuis le début de l'année 2002 (*cours du Brent*).

	Janvier 2002	Juin 2002	Janvier 2003	Juin 2003	Janvier 2004	Juin 2004	Janvier 2005	Juin 2005
Rang x_i du semestre	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix y_i du baril en dollars	20	24	29	27	30	38	44	53

On pose $z_1 = \ln(y_i)$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, avec des valeurs arrondies à 10^{-2} près.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_1 = \ln(y_i)$								

2. Construire le nuage de points $(x_i\ ;\ z_i)$, dans un repère d'unités graphiques : 1 cm en abscisse, 5 cm en ordonnée.

3. On désigne par G_1 le point moyen des quatre premiers points du nuage et par G_2 le point moyen des quatre derniers.

a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 (*on arrondira les résultats à* 10^{-2}). Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.

b. Calculer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $z = ax + b$ (*on arrondira les résultats à* 10^{-2}).

4. On admet que cette droite réalise un ajustement utilisable du nuage. Si la tendance se confirme, prévoir, à partir de cet ajustement, le prix en dollars du baril de pétrole en janvier 2008.

Exercice 2 12 points

On étudie l'hydrolyse d'un ester en fonction du temps.

Partie A

La concentration y d'un ester, exprimée en moles par litre, en fonction du temps t, exprimé en heures, est solution de l'équation différentielle :

$$y' = -0,61y \text{ avec } y(0) = 1,5.$$

Résoudre cette équation différentielle.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 1,5e^{-0,61t}$.

C est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour 1 heure en abscisse, 10 cm pour 1 unité en ordonnée.

1. Calculer la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote à C, dont on donnera une équation.

2. a. Calculer $f'(t)$, où f' désigne la dérivée de f et étudier son signe sur $[0 ; +\infty[$.

b. Établir le tableau de variations de f.

3. Tracer la courbe C. (On placera les points d'abscisses 0 ; 0,5 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5).

Partie C

On admet que $f(t)$ représente la concentration de l'ester, en moles par litre, en fonction du temps t, exprimé en heures.

1. En faisant apparaître les constructions utiles, déterminer graphiquement :

a. la concentration de l'ester au bout de 1 h 30 ;

b. au bout de combien de temps la concentration de l'ester devient inférieure à 0,3 mole par litre.

2. Retrouver le résultat du 1. b. par le calcul. (On donnera la valeur approchée par excès du résultat en heures et minutes).

10. STL Chimie de laboratoire et de procédés industriels, France, Juin 2006

3 heures / Coefficient 4

Exercice 1 5 points

Partie A

Pour tout nombre complexe z, on note $P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$.

1. Calculer $P(2)$. Vérifier que, pour tout nombre complexe z, $P(z)$ peut s'écrire sous la forme $P(z) = (z-2)(z^2 - 2z + 4)$.

2. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$.

En déduire les solutions, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, de l'équation $P(z) = 0$.

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2$, $b = 1 + i\sqrt{3}$, $c = 1 - i\sqrt{3}$.

1. a. Placer, sur la copie, les points A, B et C dans le plan complexe.

b. Démontrer que les points A, B et C sont sur un même cercle Γ de centre O.

c. Construire le cercle Γ.

2. Déterminer un argument du nombre complexe b. En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$. Quelle est la nature du triangle OAB ?

Exercice 2 5 points

Au niveau de la mer (altitude 0), la pression atmosphérique est 1 013 hectopascal.

Dans cet exercice, on admet que la pression atmosphérique diminue de 1,25% à chaque élévation de 100 m.

Pour tout entier naturel n, on note P_n la pression, exprimée en hectopascal, à l'altitude $100n$, exprimée en mètres. Soit (P_n) la suite numérique des valeurs prises par cette pression atmosphérique. On a alors $P_0 = 1\,013$.

1. Calculer les pressions P_1 et P_2, arrondies à l'unité, aux altitudes 100 et 200.

2. a. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.

b. En déduire la nature de la suite (P_n). Préciser sa raison et son premier terme.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $P_n = 1\,013 \times 0{,}9875^n$.

3. Calculer la pression atmosphérique, arrondie à l'unité, à l'altitude 3 200.

4. Calculer à partir de quelle altitude, à 100 m près, la pression atmosphérique devient inférieure à 600 hectopascal.

Problème 10 points

Partie A

On considère la fonction f déflnie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1-\ln x}{x}$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2. En remarquant que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f(x)$ est égal à $\dfrac{1}{x} - \dfrac{\ln x}{x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

3. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-2+\ln x}{x^2}$.

b. Étudier le signe de $-2+\ln x$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$. En déduire le signe de f' sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. On note I le point d'intersection de C et de l'axe $(O\,;\vec{i})$. Déterminer les coordonnées du point I.

5. On note T la tangente à la courbe C au point A d'abscisse 1. Déterminer une équation de la droite T.

6. Sur la feuille de papier millimétré, tracer, dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la courbe C et la droite T.

On prendra 1 cm pour unité graphique sur l'axe $(O\,;\vec{i})$ et 5 cm pour unité graphique sur l'axe $(O\,;\vec{j})$.

Partie B

1. a. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = (\ln x)^2$. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

Calculer $g'(x)$.

b. En déduire une primitive de la fonction $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

2. a. Calculer $J = \displaystyle\int_1^e f(x)\,dx$ où f est la fonction définie dans la partie A.

b. Interpréter graphiquement l'intégrale J.

11. STL Biochimie–Génie biologique, France, Juin 2006

Durée de l'épreuve : 2 heures Coefficient : 2

Exercice 1 9 points

Le danger d'une exposition au bruit dépend de deux facteurs :

- le niveau sonore (x_i)
- la durée de l'exposition (y_i)

Le niveau sonore est exprimé en décibels, dont l'abréviation est dB. Par exemple :

- 50 dB est le niveau habituel de conversation
- 85 dB est le seuil de nocivité (pour une exposition de 8 heures parjour).

Des durées limites d'exposition quotidienne à une phase bruyante ont été calculées et intégrées à la réglementation. Les résultats sont donnés dans le tableau cidessous :

Niveau sonore en dB : x_i	Durée maximale d'exposition en heures par jour : y_i
$x_1 = 85$	$y_1 = 8$
88	4
91	2
94	1
97	0,5
100	0,25

Ainsi être exposé 8 heures à 85 dB est exactement aussi dangereux que d'être exposé 1 heure à 94 dB.

1. a. Montrer que les six niveaux sonores donnés dans la première colonne du tableau ci-dessus sont en progression arithmétique.

b. On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme x_{13}.

2. a. Montrer que les durées maximales d'exposition, exprimées en heures par jour, données dans la deuxième colonne sont en progression géométrique.

b. On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme y_{13}. Arrondir à la seconde la plus proche.

3. a. On pose $z_1 = \ln(y_i)$, où In désigne la fonction logarithme népérien. Recopier puis compléter le tableau ci-dessous dans lequel on fera figurer les valeurs approchées de z_i arrondies à 10^{-3} près.

Niveau sonore x_i	85	88	91	94	97	100
$z_1 = \ln(y_i)$	2,079					

b. Placer les points de coordonnées (x_i ; z_i) dans un repère orthogonal tel que l'intersection des axes a pour coordonnées (85 ; 0) ; 0,5cm représente 1 dB en abscisse et 1 cm représente 0,5 unité en ordonnées.

c. Les points du nuage semblent alignés. Déterminer une équation de la droite D passant par le point A d'abscisse 85 et le point B d'abscisse 94, sous la forme $z = ax + b$, où a et b sont calculés à 10^{-3} près.

4. Un concert de rock atteint les 120 dB. Déterminer pendant combien de temps, exprimé en secondes, on peut l'écouter pour que les normes en vigueur soient respectées :

a. en utilisant l'équation de la droite D ;

b. en utilisant le graphique (laisser apparents les tracés utiles).

Exercice 2 11 points

On injecte à l'instant $t = 0$ une substance dans le sang d'un animal. La concentration C (en mg/L) de la substance injectée varie en fonction du temps t exprimé en heures suivant la relation :

$$C(t) = 8\left(e^{-t} - e^{-2t}\right).$$

On définit ainsi une fonction C sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. On appelle C la courbe représentative de la fonction C dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$.

Unités graphiques :

– 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses

– 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. a. Calculer la limite de la fonction C lorsque t tend vers $+\infty$.

b. La courbe C admet-elle une asymptote ? Si oui, préciser son équation.

2. a. Calculer la dérivée C' de C. Montrer qu'elle vérifie $C'(t) = 8e^{-2t}\left(2 - e^{t}\right)$.

b. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ l'équation $C'(t) = 0$. Calculer la valeur exacte de la solution, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

c. Étudier le signe de $C'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

d. En déduire le tableau de variations de la fonction C. Montrer que la valeur maximale de la concentration est 2.

3. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

4. Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous, en arrondissant les valeurs de $C(t)$ à 10^{-2} près.

t (en heures)	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$C(t)$										

5. a. Construire la tangente T en précisant les coordonnées des deux points qui permettent son tracé.

b. Construire dans le même repère la courbe C sur l'intervalle [0 ; 5].

6. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration retombe à la moitié de sa valeur maximale, en faisant figurer les tracés utiles. Donner le résultat en heures et minutes en arrondissant à la minute la plus proche.

12. STL Biochimie Génie biologique, Polynésie, Juin 2006

2 heures / coef 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. L usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.

Exercice 1 9 points

Le thème de l'exercice est l'évolution de l'épidémie de SRAS de 2003. Le tableau suivant donne les nombres de cas déclarés (N_i), relevés aux dates suivantes : 4, 8, 11, 15, 18, 23 et 28 avril 2003 :

x_i	4	8	11	15	18	23	28
N_i	2322	2671	2890	3235	3461	4288	5050

On pose $y_i = \ln N_i$ (ln désigne le logarithme népérien).

1. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 0,01 près.

x_i	4	8	11	15	18	23	28
y_i	7,75						8,53

2. Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 0,5 cm pour 1 jour sur l'axe des abscisses et 10 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 7.

3. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage obtenu (résultats arrondis à 0,01 près).

4. Soit d la droite passant par le premier et le dernier point du nuage.

Une équation de d est $y = 0{,}0325x + 7{,}62$. Le point G appartient-il à d ? Placer G et d sur le dessin précédent.

5. On admet que d constitue un ajustement convenable du nuage de points.

a. En utilisant l'équation de d, déterminer la valeur de y correspondant à $x = 38$.

En déduire une estimation du nombre de cas prévisibles le 8 mai.

b. À l'aide de l'ajustement affine $y = 0{,}0325x+7{,}62$ et de la relation $y = \ln N$, exprimer N en fonction de x. Déterminer, en utilisant ce modèle, à partir de quelle valeur entière de z, N est supérieur ou égal à 10 000.

6. Le nombre de cas répertoriés a été, en réalité, de 7 053 le 8 mai. Le modèle étudié dans cet exercice est-il adapté pour décrire la situation le 8 mai (on considère que le modèle est adapté si l'écart entre la valeur réelle et la valeur donnée par le modèle est inférieur â 50 unités) ?

Exercice 2 11 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 3] par $f(x) = 6 - 5xe^{-2x+2}$.

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. a. Montrer que, pour tout x de l'intervalle [0 ; 3], $f'(x) = 5(2x-1)e^{-2x+2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 3].

c. Déterminer les valeurs exactes de $f(0)$, $f(0{,}5)$, $f(3)$ et dresser le tableau de variations de f.

2. a. Donner les valeurs arrondies au dixième de $f(x)$ pour les valeurs suivantes de x : 0,25 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 3.

b. Calculer le coefficient directeur de la tangente à C aux points d'abscisses $x_1 = 0{,}75$, $x_2 = 1$ et $x_3 = 1{,}25$. (On donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près). Pour laquelle de ces abscisses, le coefficient directeur est-il le plus grand ?

3. a. Tracer les tangentes à la courbe C aux points d'abscisses x_1, x_2 et x_3.

b. Tracer la courbe C .

Partie B

On considère que la courbe C donne un modèle de la variation de la température de l'eau en fonction de la profondeur près de l'estuaire d'un grand fleuve un jour d'hiver. La température est exprimée en degrés Celsius et la profondeur en centaines de mètres.

1. À quelle profondeur la température de l'eau est-elle minimale ?

2. Déterminer graphiquement pour quelles profondeurs la température est comprise entre 0°C et 4°C. Faire figurer les constructions utiles.

3. En utilisant la question A. 2., indiquer au voisinage de quelle profondeur, entre 50 m et 300 m, la température de l'eau augmente le plus rapidement.

13. STL, Physique de laboratoire et de procédés industriels, France, Juin 2006

Calculatrice autorisée 4 heures, coefficient : 4. Le sujet nécessite 2 feuilles de papier millimétré.

Exercice 1 4 points

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Sur chacune d'elles est inscrit un nombre comme l'indique le tableau ci-dessous :

Nombre inscrit	1	2	5	10
Nombre de boules	4	3	2	1

Un joueur mise 4 euros, tire une boule au hasard et reçoit le montant (en euros) inscrit sur la boule.

1. Le joueur effectue un tirage.

On appelle p_1 la probabilité pour qu'il perde (c'est à dire qu'il reçoive moins de 4 euros) et p_2 la probabilité pour qu'il gagne (c'est à dire qu'il reçoive plus de 4 euros). Calculer p_1 et p_2.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (positif s'il gagne, négatif s'il perd).

a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

b. Présenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

c. Calculer son espérance mathématique $E(X)$.

3. Un jeu est équitable si et seulement si $E(X) = 0$. On décide de changer le nombre inscrit sur une seule boule portant le nombre 1. Quel nombre doit-on y inscrire pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 2 6 points

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique 1 cm).

On considère un polynôme P défini par $P(z) = z^3 - 2z^2 + 16$ où z est une variable complexe.

1. a. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $P(z) = (z+2)\left(az^2 + bz + c\right)$.

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 2 - 2i$ et $z_B = 2 + 2i$.

a. Écrire sous forme trigonométrique puis sous forme exponentielle les nombres z_A et z_B.

b. Placer dans le plan P les points A et B.

c. Quelle est la nature du triangle OAB ?

2. On considère la transformation T du plan P dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z$.

a. Caractériser géométriquement la transformation T.

b. Déterminer sous forme trigonométrique et sous forme algébrique l'affixe du point A' image de A par la transformation T.

c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

Problème 10 points

On considère la courbe C représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ dans le plan rapporté a un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2cm).

PARTIE A

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. Montrer que si x est différent de zéro on a : $f(x) = x^2 e^{-x}\left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a. Montrer que $f'(x) = \left(1 - x^2\right)e^{-x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

4. Étude de la position de C par rapport à T

a. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x)-(x+1)=(x+1)e^{-x}g(x)$ avec $g(x)=x+1-e^{x}$.

b. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

d. En déduire le signe de $g(x)$, puis de $f(x) - (x+1)$.

e. En déduire la position de C par rapport à T.

f. Après avoir reproduit et complété le tableau de valeurs ci-dessous, tracer T et C dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Donner les valeurs de $f(x)$ arrondies à 10^{-2} près.

x	-2	-1	$-0,5$	0	0,5	1	2	3	4	6
$f(x)$										

PARTIE B

a. Montrer que la fonction F définie par $F(x)=\left(-x^2-4x-5\right)e^{-x}$ est une primitive de la fonction f.

b. Calculer l'aire en cm² de la région du plan comprise entre les axes de coordonnées, la courbe C et la droite d'équation $x = 3$. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.