Annales Baccalauréat

1. Métropole – Septembre 2003

EXERCICE 8 points

1. Le tableau suivant donne le nombre de diplômes de certaines professions de santé délivrés en 2000 dans la région Languedoc-Roussillon.

Profession de santé	Aide soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Nombre de diplômes	531	37		500	1 141

Quel a été en 2000, le nombre de personnes ayant reçu le diplôme de masseur-kinésithérapeute ?

2. Le tableau suivant donne le pourcentage de femmes parmi les diplômés de ces professions de santé :

Profession de santé	Aide soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Pourcentage de femmes	86,2 %	97,3%	27,4%	84,8%	82,2%

Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant (arrondir à l'entier le plus proche) :

Profession de santé	Aide soignants	Auxiliaires de puériculture	Masseurs kinésithérapeutes	Infirmiers	Total
Hommes					
Femmes					938
Total	531				1 141

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

3. On choisit au hasard une personne parmi ces 1 141 personnes diplômées en 2000.

On considère les évènements suivants :

A : « La personne a reçu le diplôme d'aide-soignant » ;

B : « La personne est une femme ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.

b. Définir par une phrase chacun des évènements $A \cap B$ et $\overline{B}$.

c. Calculer la probabilité de chacun des évènements $A \cap B$ et $\overline{B}$.

4. On choisit au hasard une personne ayant reçu le diplôme d'infirmier en 2000. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLÈME 12 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 15] par : $f(x) = 2{,}4\ln(1{,}3x+1)$.

1. Calculer la dérivée etmontrer que pour tout x de [0 ; 15] on a : $f(x) = \dfrac{3{,}12}{1{,}3x+1}$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 15].

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (*les résultats seront arrondis à 0,1 près*) :

x	0	2	4	6	10	12	15
$f(x)$		3,1			6,3		

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

* 1 cm pour 1 unité en abscisses ;

* 2 cm pour 1 unité en ordonnées.

Partie B

Un médicament contre le diabète entraîne une prise de poids chez les patients traités avec ce produit. Une étude sur un échantillon de patients a mis en évidence que l'augmentation de poids (*en nombre de kilogrammes*) en fonction du nombre x d'années de traitement est donnée par : $f(x) = 2{,}4\ln(1{,}3x+1)$.

1. Calculer l'augmentation de poids au bout d'un an de traitement.

2. Déterminer graphiquement en laissant apparentes les constructions utiles :

a. L'augmentation du poids du patient si celui-ci suit le traitement pendant 5 ans.

b. Au bout de combien d'années le poids aura augmenté de 6 kg.

3. Pour retrouver le résultat de la question 2. b. par le calcul il faut résoudre une équation.

a. Quelle est cette équation ¿

b. Répondre à la question 2. b. par la résolution de cette équation.

2. Métropole – Juin 2003

EXERCICE (8 points)

Un lycée lance une enquête pour connaître les poursuites d'études suivies par les 54 élèves reçus au baccalauréat SMS en 2002. Pour les 54 élèves lauréats, on a obtenu les renseignements suivants :

- 14 filles et 1 garçon sont en école d'infirmière,
- 18 filles et 3 garçons sont en BTS ESF,
- 12 filles sont entrées dans la vie active,
- aucun garçon n'est entré dans la vie active,
- tous les garçons ont répondu.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Fille	Garçon	Total
En école d'infirmière			15
En BTS ESF			
Dans la vie active			
Pas de réponse			
Total			54

2. Calculer le pourcentage de lauréats ayant répondu à l'enquête. Arrondir le résultat à 0,1 près.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 0,01 près.

3. On choisit au hasard un élève parmi les 54 lauréats et on considère les événements suivants :

A : « Le lauréat est un garçon » ;

B : « Le lauréat a répondu qu'il est en école d'infirmière » ;

C : « Le lauréat est un garçon en BTS ESF » ;

D : « Le lauréat est une fille qui a répondu être en école d'infirmière ».

a. Écrire l'événement D à l'aide des événements A et B.

b. Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, C et D.

c. Décrire l'événement $\overline{A} \cup B$ à l'aide d'une phrase. Calculer la probabilité de cet événement.

4. On choisit au hasard un lauréat qui a répondu être en école d'infirmière. Calculer la probabilité que ce lauréat soit une fille.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 22] par : $f(x)=(960-40x)e^{0,25x}$.

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)=(200-10x)e^{0,25x}$.

2. a. Résoudre l'équation : $f'(x) = 0$.

b. Etudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0; 22].

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à la centaine près) :

x	0	4	8	12	16	20	22
$f(x)$			4 700	9 600	17 500		

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f ; on prendra pour unités graphiques : 1 cm en abscisses pour 2 unités ; 1 cm en ordonnées pour 2 000 unités.

PARTIE B

Les bactéries se multiplient dans le lait et finissent par le transformer en lait caillé. On admet que pendant 22 heures le nombre de germes par millilitre (mL), pour un temps x en heures, est donné par :

$$f(x)=(960-40x)e^{0,25x}.$$

1. En utilisant la Partie A, peut-on dire qu'au bout de 4 heures, la quantité de germes par mL a plus que doublé ? Justifier la réponse.

2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, déterminer au bout de combien de temps le nombre de germes par mL est égal à 12 000.

3. On sait que le lait se met à cailler 5 heures après que la quantité maximale de germes par mL ait été atteinte. Déterminer, dans ce cas précis, à quel moment le lait se met à cailler.

3. Antilles – Juin 2003

EXERCICE (8 points)

Devant le nombre croissant de cas de diabètes aux USA, une enquête sur la santé de la population a été effectuée. Les résultats suivants ont été obtenus en interrogeant 3 000 personnes qui ont entre 18 et 90 ans :

- 36 % des personnes interrogées ont entre 18 et 39 ans, et parmi celles ci, 5 % sont diabétiques ;
- Le nombre de diabétiques ayant entre 40 et 59 ans est le triple de celui des diabétiques ayant entre 18 et 39 ans ;
- Au total, le nombre de personnes non diabétiques est 2 575 mais, parmi elles, seulement 987 personnes, ont entre 40 et 59 ans.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Diabétiques	Non diabétiques	Total
18 - 39 ans			
40 - 59 ans			1 149
60 - 90 ans			
Total		2 575	3 000

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

2. On choisit, au hasard, une personne parmi les 3 000 interrogées, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

a. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « La personne choisie est diabétique ».

B : « La personne choisie a entre 40 et 59 ans ».

C : « La personne choisie est diabétique et a entre 40 et 59 ans ».

b. Définir par une phrase les événements $\overline{A}$ et $A \cup B$.

c. Calculer la probabilité de chacun des événements $\overline{A}$ et $A \cup B$.

3. On choisit une personne au hasard parmi les personnes âgées de 60 à 90 ans. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit diabétique ?

PROBLEME (12 points)

PARTIE A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [15 ; 40] par: $f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x+10)$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{3(30-x)}{x+10}$.

2. a. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.

c. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,1 près :

x	15	20	25	30	35	40
$f(x)$	23,3				33,8	

4. Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées; on graduera cet axe à partir de 20.

PARTIE B : Application

On suppose que le pourcentage de femmes fumant du tabac quotidiennement en fonction de l'âge x (en années), depuis 15 ans jusqu'à 40 ans, est le nombre $f(x)$ donné par la formule suivante :

$$f(x) = -3x - 318 + 120\ln(x+10).$$

1. Déterminer l'âge pour lequel le pourcentage de fumeuses est maximal. Justifier la réponse.

2. Calculer le pourcentage de femmes de 23 ans fumant du tabac quotidiennement ; donner la réponse à 1% près.

3. A l'aide du graphique de la Partie A et en faisant apparaître les traits de construction nécessaires, déterminer à partir de quel âge plus d'un quart des femmes fument quotidiennement (donner la réponse à un an près).

4. Réunion – Juin 2003

EXERCICE (8 points) *Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.*

PARTIE A

Le tableau ci-dessous précise le nombre de personnes vivant avec le SIDA à la fin 2001 à travers le monde selon leur situation géographique :

Région	*Nombre de personnes atteintes (en millions)*
Afrique sub-saharienne	28,5
Afrique du Nord, et Moyen-Orient	0,5
Amérique Latine	1,5
Caraïbes	0,42
Amérique du Nord	0,95
Europe de l'Ouest	0,55
Europe orientale et Asie centrale	1
Asie de l'est et Pacifique	1
Asie du Sud et du sud-est	5,6
Australie et Nouvelle-Zélande	0,015

1. Quel est le nombre total de personnes vivant avec le SIDA à la fin 2001 ¿ (réponse arrondie au million près.)

2. A partir du tableau ci-dessus calculer le pourcentage de personnes vivant avec le SIDA résidant en Afrique sub-saharienne (réponse arrondie à 0,1 % près).

PARTIE B

Début 2002 on dispose des indications suivantes sur les personnes vivant avec le sida en 2001 :

- 40 millions de personnes vivaient avec le sida, dont 3 millions avaient moins de 15 ans.
- Parmi les 5 millions de nouveaux cas apparus en 2001, 0,8 millions avaient moins de 15 ans.

1. A l'aide des données ci-dessus, reproduire et compléter le tableau suivant en prenant comme unité le million de personnes :

	Moins de 15 ans	15 ans ou plus	Total
Nouveaux cas apparus en 2001	0,8		

Cas antérieurs à 2001			
Total			40

Dans les questions suivantes, donner les résultats sous forme d'un nombre décimal.

2. On choisit au hasard une personne vivant avec le sida en 2001. On considère les événements suivants :

A : « la personne a moins de 15 ans » ;

B : « la personne a contracté le virus du sida durant l'année 2001 ».

a. Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

c. En déduire la probabilité de l'événement $A \cup B$.

3. On choisit au hasard une personne ayant contracté le virus du sida durant l'année 2001. Déterminer la probabilité pour que cette personne ait moins de 15 ans.

Les données numériques de cet exercice sont extraites des estimations de l'épidémie mondiale du sida, publiées en 2002 par l'ONUSIDA.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 5,5] par : $f(t) = (6-t)e^{0,5t} - 6$.

1. Calculer la dérivée puis montrer que, pour tout t de [0 ; 5,5] : $f'(t) = \frac{1}{2}e^{0,5t}(4-t)$.

2. Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 5,5].

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (*donner les valeurs approchées arrondies au dixième*) :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	4,5	5	5,5
$f(t)$	0	1,1	2,2	3,5		6,2				6,2	

5. Sur la feuille de papier millimétré, tracer la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

PARTIE B

Un médicament X est produit dans un laboratoire. Pour étudier la durée d'efficacité de ce produit, on a relevé la quantité du principe actif du médicament présente dans le sang d'un malade au cours du temps.

On admet que le nombre $f(t)$ défini par la fonction f de la partie A de ce problème donne, en milligrammes, la quantité de ce principe actif présente dans le sang en fonction du temps t, exprimé en heures, écoulé depuis la prise du médicament.

Pour la suite du problème, les constructions utiles seront laissées apparentes.

1. a. Déterminer graphiquement la quantité du principe actif du médicament présente dans le sang du malade au bout de trois heures et quart.

b. Calculer, arrondie au dixième, la valeur de la quantité obtenue à la question précédente (1.a).

2. Déterminer par le calcul l'instant auquel la quantité de principe actif est maximale et donner cette valeur maximale arrondie au dixième.

3. Le laboratoire indique que l'efficacité du médicament X est optimale tant que la quantité du principe actif présente dans le sang du malade est supérieure ou égale à 3 mg. Déterminer graphiquement durant combien de temps ce médicament est efficace (exprimer la durée en heures et minutes).

5. Nouvelle Calédonie – Juin 2003

EXERCICE 8 points : Test d'effort

Sur une personne on a fait varier l'intensité du travail fourni, exprimée en kilojoules par minute et on a relevé sa fréquence cardiaque (nombre de battements par minute). On a obtenu les résultats suivants :

Intensité x_i	10	13	19	30	38	48	50	56
Fréquence cardiaque y_i	70	86	92	106	120	130	144	152

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique (xi ; yi) dans un repère orthogonal. On prendra : 1 cm pour 5 unités en abscisse ; 1 cm pour 10 unités en ordonnée. De plus on graduera l'axe des ordonnées à partir de 50.

2. Calculer les coordonnées du points moyen G_1 des quatre premiers points du nuage et les coordonnées du point moyen G_2 des quatre derniers points, puis tracer la droite (G_1G_2).

3. Montrer que la droite (G_1G_2) a pour équation $y = 1{,}6x + 59{,}7$.

4. On admet que cette droite constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent.

a. Déterminer graphiquement une estimation de la fréquence cardiaque lorsque l'intensité du travail fourni est de 40 kilojoules par minute (*on fera apparaître les constructions utiles*).

b. A l'aide de l'équation de la droite (G_1G_2), calculer l'intensité correspondant à une fréquence cardiaque de 155 battements par minute.

PROBLÈME 12 points : Elimination d'un produit

La partie A est indépendante des parties B et C.

PARTIE A

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) : $y' + 0{,}2y = 0$ où y est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ de la variable réelle t.

2. Déterminer la solution particulière de (E) qui vérifie $y(0) = 4$.

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur [0 ; 12] par $f(t) = 4e^{-0{,}2t}$.

1. Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

2. Justifier que $f'(t)$ est négative sur [0 ; 12], puis dresser le tableau de variation de f sur [0 ; 12]. On indiquera les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(12)$.

3. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

t	0	1	2	4	6	8	10	12
$f(t)$		3,3			1,2			0,4

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques : en abscisse : 1 cm pour 1 unité ; en ordonnée : 3 cm pour 1 unité.

PARTIE C : application

Un laboratoire étudie le processus d'élimination d'un produit anesthésiant pendant les 12 heures suivant l'injection. A l'instant $t = 0$, on injecte à une personne une dose de 4 cm^3 du produit anesthésiant.

La quantité de ce produit présente dans le sang (*exprimée en* cm^3) en fonction du temps (*exprimé en heures*) est donnée par : $f(t) = 4e^{-0{,}2t}$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 12]. A l'aide des résultats de la partie B répondre aux questions suivantes :

1. Donner la quantité de produit présente dans le sang 8 heures après l'injection. En déduire le pourcentage de la quantité de produit présente dans le sang au bout de 8 heures par rapport à la dose injectée.

2. a. Déterminer graphiquement et en faisant apparaître les constructions utiles, combien de temps s'est écoulé pour que la quantité de produit contenue dans le sang soit de 2,2 cm^3.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

6. Antilles – Septembre 2002

EXERCICE (8 points)

Dans un magasin, les paiements se font en espèces, par chèque ou par carte bancaire. On classe ces paiements en 2 catégories : montant inférieur ou égal à 200 francs et montant supérieur à 200 francs. Une enquête auprès de 250 clients a donné les résultats suivants :

- 70 % des paiements concernent des sommes inférieures ou égales à 200 francs ;
- 40 % des paiements se font par chèque ;
- il y a 40 paiements par carte et aucun n'est inférieur ou égal à 200 francs ;
- il y a 80 chèques dont le montant est inférieur ou égal à 200 francs.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la répartition des paiements :

	Paiement en espèces	Paiement par chèque	Paiement par carte	TOTAL
Montant inférieur ou égal à 200 francs				
Montant supérieur à 200 francs				
TOTAL				250

(Les résultats numériques demandés dans les questions suivantes seront arrondis à 10^{-2} près).

2. On choisit, au hasard, un paiement parmi les 250. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « le paiement est en espèces » ;

B : « le paiement est en chèque d'un montant supérieur à 200 francs » ;

C : « le paiement n'est pas un paiement par carte » ;

D : « le paiement est en chèque ou est supérieur à 200 francs ».

3. On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux supérieurs à 200 francs. Quelle est la probabilité p que ce soit un paiement en espèces ?

4. On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux effectués en espèces. Quelle est la probabilité p' qu'il soit supérieur à 200 francs ?

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0. 12] par $f(x) = 25 + 130\ln(x+1)$.

1. a. Calculer $f'(x)$.

b. Préciser le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs approchées de $f(x)$ à une unité près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
$f(x)$	25			205			278				

3. Soit C la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(Unités graphiques : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 25 unités sur l'axe des ordonnées). Tracer C.

PARTIE B

Un éleveur a lâché dans une réserve un groupe de 25 lapins adultes.

On considère que le nombre de lapins présents dans la réserve en fonction du temps x, exprimé en mois, est donné par $f(x) = 25 + 130\ln(x+1)$.

1. Calculer le nombre de lapins au bout d'un an.

2. a. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le nombre de lapins atteint 285 individus. (*laisser apparents les traits utiles*).

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

7. Métropole – Septembre 2002

EXERCICE (8 points)

Au lycée Jean Moulin le restaurant scolaire sert chaque jour de la semaine 900 repas. Le vendredi 25 janvier 2002 on propose deux plats : l'un de viande, l'autre de poisson. Ces plats peuvent être accompagnés au choix de riz, de pâtes ou de purée.

Afin de mieux maîtriser ses achats et ses stocks le gestionnaire du lycée a fait les statistiques suivantes :

- 65 % des élèves prennent de la viande;
- 40 % des élèves accompagnent leur plat de pâtes;
- 30 % des élèves. accompagnent leur plat de riz.

1. Compléter après l'avoir reproduit le tableau ci-dessous :

	VIANDE	POISSON	TOTAL
Purée			
Pâtes		120	
Riz	170		
TOTAL			900

Pour les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis à 10^{-2} *près si nécessaire.*

2. On choisit un élève au hasard parmi les 900 élèves qui prennent leur repas au restaurant scolaire du lycée ce vendredi 25 janvier 2002.

a. Quelle est la probabilité des événements suivants :

A : « Cet élève prend de la purée » ?

B : « Cet élève prend de la viande » ?

b. Définir par une phrase les événements $\overline{A}$ et $A \cap B$ et calculer leur probabilité.

c. Déduire des questions précédentes la probabilité de $A \cup B$.

d. Ce jour-là, on choisit au hasard un élève qui prend du poisson. Quelle est la probabilité qu'il choisisse comme accompagnement du riz ?

PROBLEME (12 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[4\,;10]$ par : $f(x) = 0{,}005e^{0{,}8x}$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Donner, en le justifiant, le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[4\,;10]$.

3. Dresser le tableau de variation de f sur $[4\,;10]$.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant les résultats arrondis à 0,1 près :

x	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0,1			1,4			14,9

5. Sur une feuille de papier millimétré tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal en prenant 1 cm pour unité sur les deux axes.

Partie B

On étudie la croissance d'une souche de bactéries cultivée dans un milieu liquide contenant les substrats appropriés. A l'instant $t = 4$, le nombre de bactéries par unité de volume est de 100 000.

On admet que, entre les instants $t = 4$ et $t = 10$ (t exprimé en heures), le nombre de bactéries, exprimé en millions, est égal à $f(t)$.

1. a. Résoudre, dans l'intervalle $[4\,;10]$ l'équation $f(t) = 0{,}2$.

b. En déduire le temps nécessaire, en heures et minutes, pour que le nombre de bactéries soit le double du nombre initial.

2. Déterminer le temps nécessaire, en heures et minutes, pour que le nombre de bactéries soit dix fois le nombre initial :

a. Graphiquement (on laissera les traits de construction apparents).

b. En résolvant une équation.

8. Réunion – Juin 2002

EXERCICE (8 points)

A partir des résultats du recensement de 1990, on a établi les résultats suivants concernant les personnes vivant seules en France en 1990 :

- Les hommes de 25-29 ans représentent 9 % de ces personnes.
- Les hommes de 30-39 ans représentent 8 % de ces personnes.
- 61 % de ces personnes sont des femmes.
- 48 % de ces personnes sont âgées de plus de 60 ans et parmi celles-ci, les femmes sont trois fois plus nombreuses que les hommes.
- Il y a autant d'hommes que de femmes dans les tranches d'âges 40-60 ans et 25-29 ans parmi toutes ces personnes.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, en pourcentage, la répartition des personnes seules, en France en 1990, selon le sexe et l'âge :

	Hommes	Femmes	Total
25-29 ans			
30-39 ans	8		
40-60 ans			
60 et plus			
Total		61	100

Dans les questions suivantes, on donnera les résultats sous forme décimale à 0,01 près.

2. On choisit, au hasard, une personne parmi les personnes qui, en 1990, vivent seules en France.

a. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : “ la personne est un homme ” ;

B : “ la personne est âgée de plus de 60 ans ” ;

C : “ la personne est une personne de plus de 60 ans ou un homme ”.

b. Définir par une phrase les événements $\overline{B}$ et $A \cap \overline{B}$ puis calculer la probabilité de chacun de ces deux événements.

3. On choisit, au hasard, une femme parmi les femmes vivant seules en France en 1990. Quelle est la probabilité p qu'elle soit âgée de plus de 60 ans ?

PROBLEME (12 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par $f(t)=2+2{,}75te^{1-t}$ et on appelle C sa courbe représentative.

1. Calculer la dérivée $f'(t)$ et vérifier que $f'(t)=2{,}75(1-t)e^{1-t}$.

2. Résoudre l'équation $f'(t)=0$; étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 4].

3. Donner le tableau de variation de f.

4. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près) :

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(t)$		4,27				3,12	2,55

6. Sur une feuille de papier millimétré construire la tangente T et la courbe C, en prenant 3 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

Pour vérifier le fonctionnement de la régulation de la glycémie chez un individu, on lui injecte une quantité importante de glucose ; on mesure ensuite la concentration d'insuline plasmatique.

On constate que la concentration d'insuline plasmatique (unité non précisée) en fonction du temps t (exprimé en heures), est donnée par la fonction f étudiée dans la **partie A**.

1. Calculer la concentration d'insuline au bout de trois quarts d'heure (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près).

2. Au bout de combien de temps la concentration d'insuline est-elle maximale ?

3. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration d'insuline a doublé (indiquer sur le dessin de la **partie A** les traits de construction utiles et exprimer le résultat en heures et minutes).

4. Déterminer graphiquement durant combien de temps la concentration d'insuline reste supérieure ou égale à 4 (indiquer sur le dessin de la **partie A** les traits de construction utiles et exprimer le résultat en heures et minutes).

9. Nouvelle Calédonie – Juin 2002

EXERCICE 8 points

Le tableau suivant donne, en milliard de francs, les montants des dépenses de médicaments ainsi que des dépenses médicales totales, en France, entre 1991 et 1999.

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses de médicaments	12,4	13,2	14,9	15,1	16,3	16,5	17,2	19,4	20,8
Dépenses médicales totales (y)	560	598	612	647	694	706	712	738	767

Source: ministère de l'Emploi et de la Solidarité (DREES), comptes de la santé.

A. Pour les questions suivantes, les pourcentages demandés seront arrondis à l'entier le plus proche.

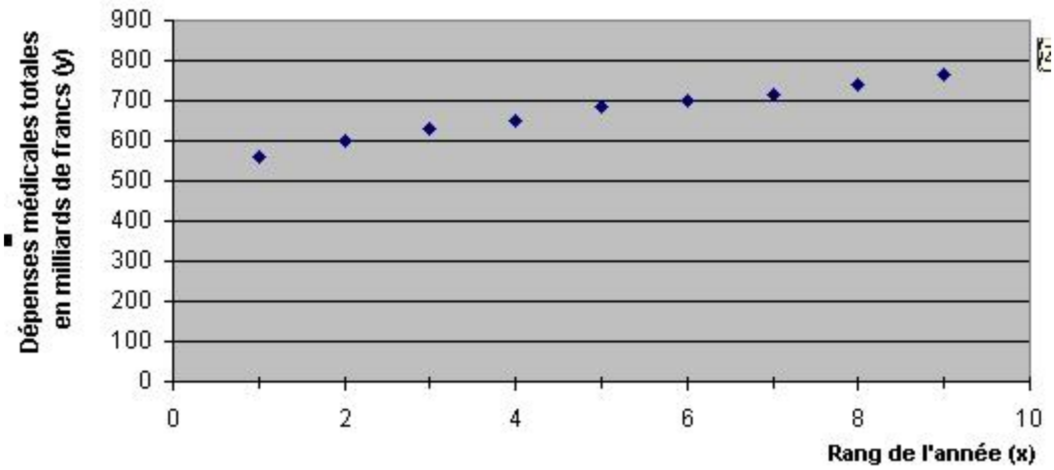
1. Parmi les dépenses médicales totales, quel pourcentage représentaient les dépenses des médicaments en 1999 ?

2. Dans les médias, on a pu lire que les dépenses totales avaient progressé de 3,5 % entre 1999 et 2000. Calculer le montant des dépenses médicales totales en 2000. On donnera le résultat arrondi au milliard de francs le plus proche.

3. Est–il exact que les dépenses de médicaments ont augmenté de plus de 45% entre 1991 et 1999 ¿ Justifier.

B. Sur le graphique ci–dessous est représenté le nuage de points correspondant à la série statistique formée par la 2ème et la 4ème ligne du tableau précédent. On visualise ainsi l'évolution des dépenses médicales totales en France entre 1991 et 1999.

On estime que l'on obtient un ajustement acceptable de la tendance en considérant la droite passant par les points A (2; 598) et b (9; 767).



1. Déterminer une équation de la droite (AB) sous la forme $y = m\,x + p$. On donnera pour m et p des valeurs arrondies à 10^{-2}.

2. En déduire une estimation, arrondie au milliard de francs, des dépenses médicales totales en 2001.

PROBLEME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = 1 + 1,5te^{-0,25t}$.

On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités : 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

1. On admet que la droite d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe C en $+\infty$. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

2. a. Montrer que la dérivée de la fonction f peut s'écrire $f'(t) = (-0,375t + 1,5)e^{-0,25t}$.

b. Reproduire et compléter le tableau suivant afin de déterminer le signe de $f'(t)$.

t	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$-0,375\,t + 1,5$	
$e^{-0,25\,t}$	
$f'(t)$	

c. Dresser le tableau de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant pour $f(t)$ des valeurs arrondies à 10^{-1}.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	13	15

$f(t)$				3,1									

4. Tracer C.

Partie B

Au cours d'un effort musculaire, la dégradation anaérobie du glucose produit de l'acide lactique que l'on retrouve dans le sang sous forme de lactate.

Lors d'un exercice musculaire d'une durée de 15 minutes réalisé par un individu de 70 kg, la concentration de lactate (en millimoles par litre de sang) en fonction du temps est donnée par $f(t)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A et t le temps exprimée en minutes.

1. Quelle est la concentration de lactate au repos ?

2. Après combien de minutes d'exercice cette concentration est–elle maximale ?

3. Pendant combien de temps la concentration de lactate est–elle supérieure à 2 millimoles par litre ? Justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique de la partie A les traits de construction utiles.

10. Métropole – Juin 2002

EXERCICE (8 points)

Chaque année, l'INSERM publie la répartition des causes médicales de décès pour toute la France. Le tableau ci-dessous précise, pour l'année 1998, les différences entre sexes :

	Hommes	Femmes	Total
Maladies infectieuses et parasitaires	4 071	3 917	7 988
Tumeurs	89 310	58 371	147 681
Maladies endocriniennes, troubles immunitaires	6 296	9 774	16 070
Troubles mentaux	5 814	8 754	14 568
Maladies du système nerveux	6 867	8 664	15 531
Maladies de l'appareil circulatoire	76 653	89 646	166 299
Maladies de l'appareil respiratoire	22 031	21 283	43 314
Maladies de l'appareil digestif	13 937	12 257	26 194
Traumatismes et empoisonnements	26 388	17 720	44 108
Autres maladies	22 832	29 418	52 250
TOTAL	274 199	259 804	534 003

(Source : INSERM – Service SC8 : Service d'information sur les Causes Médicales de Décès)

1. Dans cette question, les résultats seront donnés à 0,1% près. Calculer le pourcentage :

a. des hommes décédés d'un trouble mental parmi les hommes décédés en 1998 ;

b. des femmes décédées d'une maladie de l'appareil digestif parmi les femmes décédées en 1998.

Dans toute la suite, les résultats seront donnés à 0,001 près.

2. On choisit au hasard un personne décédée en 1998. On considère les événements suivants :

A : “ la personne est une femme ” ;

B : “ la personne est décédée d'une tumeur ou d'une maladie de l'appareil circulatoire ”.

a. Calculer la probabilité des événements A et B.

b. Définir par une phrase les événements $\overline{A}$ et $\overline{A}\cap B$, puis calculer leur probabilité.

3. On choisit au hasard une femme décédée en 1998. Déterminer la probabilité pour qu'elle ne soit pas décédée d'une tumeur.

PROBLEME (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction.

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle $I = [0\,;4]$ par : $f(x) = 1{,}8xe^{-x} + 0{,}9$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f(x) = 1{,}8(1-x)e^{-x}$.

2. Déterminer le signe de $f'(x)$.

3. Donner le tableau de variation de *f* sur l'intervalle *I*.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,01 près :

x	0	0,5	1	1,5	2	3	3,5	4
$f(x)$		1,45				1,17		1,03

5. On appelle C la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal du plan (unités graphiques : 3 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées).

Tracer soigneusement la courbe C sur la feuille de papier millimétré fournie.

Partie B : Application

L'hyperglycémie provoquée par voie orale (HGPO) est un examen médical qui étudie une augmentation provoquée de la glycémie. Celle-ci est dosée à jeun le matin, sans petit déjeuner, puis mesurée après ingestion de 75 grammes de glucose.

On admet que la courbe obtenue dans la **partie A** du problème représente les valeurs obtenues à partir de mesures réalisées chez un sujet en bonne santé.

Les valeurs de *x* représentent le temps écoulé, en heures, après l'ingestion des 75 grammes de glucose et les valeurs de *f*(*x*) représentent la glycémie en grammes par litre.

Les questions suivantes sont à résoudre graphiquement en faisant apparaître les constructions utiles.

1. Déterminer, à 10^{-2} près, la glycémie de la personne examinée au bout de 2 heures 30 minutes.

2. Déterminer, à 10^{-2} près, la valeur maximale de la glycémie. Au bout de combien de temps ce maximum est il atteint ?

. Durant combien de temps la glycémie est elle supérieure à 1,4 gramme par litre ? (exprimer le résultat en heures et minutes).

4. Combien de temps doit s'écouler pour que la glycémie du sujet redescende en dessous de 1,10 gramme par litre ? (exprimer le résultat en heures et minutes).

11. Polynésie - Juin 2002

EXERCICE 8 points

Un laboratoire étudie la croissance d'une souche de bactéries Acétobacter. Il obtient les résultats suivants :

Temps x_i (en heures)	4	5	6	7	8	9
Nombre N_i de bactéries par unité de volume (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590

Les points de coordonnées (x_i ; N_i) ne sont pas alignés. Le laboratoire décide alors de poser $y_i = \ln(N_i)$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies à 10^{-2} près.

Temps x_i (en heures)	4	5	6	7	8	9
Nombre N_i de bactéries par unité de	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590

volume (en milliers)						
$yi = \ln(Ni)$	2,61			4,80		

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$; on prendra pour unités : 2 cm en abscisse pour 1 heure, 2 cm en ordonnée pour 1 unité. De plus, on graduera l'axe des abscisses à partir de 3.

3. a. Déterminer les coordonnées du pointmoyen G_1 des trois premiers points du nuage, puis les coordonnées du point moyen G_2 des trois derniers points du nuage.

b. Placer G_1 et G^2 sur le graphique, puis tracer la droite (G_1G_2).

c. Montrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est : $y = 0,8x - 0,69$.

4. a. Donner une valeur approchée à 10^2 près de $\ln(100)$.

b. À l'aide de cette valeur, déterminer graphiquement le temps nécessaire à l'obtention de 100 000 bactéries par unité de volume (on fera apparaître les constructions utiles).

PROBLÈME 12 points

Une population atteinte d'une maladie M est soignée à l'aide d'un nouveau médicament. x désigne le nombre de semaines de traitement. On suppose que x décrit l'intervalle [0 ; 10].

La probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette population soit toujours malade après x semaines de traitement est donnée par : $p(x) = (0,5x + 1)e^{-0,5x}$.

Partie A

1. p' désigne la dérivée de p sur [0 ; 10]. Calculer $p'(x)$ et montrer que : $p'(x) = -0,25xe^{-0,5x}$.

2. Étudier le signe de $p'(x)$ sur [0 ; 10] et dresser le tableau de variations de la fonction p.

3. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2} près.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(x)$	0,20										

4. Tracer la courbe C représentative de la fonction p dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On pourra utiliser les résultats de la partie A.

1. Peut-on affirmer qu'avant le début du traitement toutes les personnes étaient atteintes de lamaladie M?
Justifier la réponse.

2. Déterminer graphiquement le nombre de semaines de traitement pour que la probabilité pour une personne choisie au hasard d'être encore malade, soit inférieure ou égale à $\frac{1}{4}$ (on fera apparaître les constructions utiles).

3. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette population ne soit plus malade après trois semaines de traitement ?

4. La population étudiée comprend mille personnes. Quel est le nombre de personnes qu'on peut estimer encore atteintes de lamaladie M après six semaines de traitement ?

12. Antilles – Juin 2002

EXERCICE (8 points)

Un institut de sondage a interrogé 800 personnes de la manière suivante :

- 25 % des personnes interrogées habitent en zone rurale, les autres en zone urbaine ;

- 60 % des personnes interrogées ont été consultées par téléphone, les autres personnes ayant été interrogées « en face à face » par un enquêteur ;

- 55 % des personnes habitant en zone urbaine ont été consultées par téléphone.

1. Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivant :

	Habitant en zone rurale	Habitant en zone urbaine	Total
Personnes interrogées par téléphone			
Personnes interrogées en « face à face »			
Total	200		800

2. Calculer le pourcentage de personnes habitant en zone rurale parmi celles qui ont été consultées par téléphone.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés à 0,01 près.

3. On choisit au hasard une personne interrogée.

a. Calculer la probabilité des événements suivants :

R : « la personne choisie habite en zone rurale » ;

T : « la personne choisie a été interrogée par téléphone ».

b. Décrire par une phrase les événements $\overline{T}$ et $T \cup R$.

c. Calculer les probabilités $P(\overline{T})$ et $P(T \cup R)$.

4. On choisit au hasard une personne interrogée « en face à face » par un enquêteur. Calculer la probabilité pour que cette personne habite en zone urbaine.

PROBLEME (12 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 400] par : $f(x) = 65 + 22\ln(x+1)$.

1. a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur son intervalle de définition.

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant *(arrondir les valeurs de f(x) à l'entier le plus proche)* :

x	0	20	50	80	100	150	200	300	400
$f(x)$			152		167			191	

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 20 unités en abscisse, 1 cm pour 20 unités en ordonnée).

Partie B

Lors d'une expérience on a mesuré la fréquence cardiaque, en battements par minute, d'un coureur de 400 mètres. Cette fréquence cardiaque est modélisée par la formule :

$$f(x) = 65 + 22\ln(x+1),$$

où x représente la distance parcourue depuis le départ ($0 \leq x \leq 400$).

1. Utiliser les résultats de la **partie A** pour répondre aux questions suivantes :

a. Quelle est la fréquence cardiaque du sportif au départ de la course ?

b. Quelle est la fréquence cardiaque de ce sportif à la mi-course ?

2. On cherche au bout de combien de mètres la fréquence cardiaque du sportif est égale à 175 battements par minute.

a. Déterminer cette distance graphiquement (laisser apparaître les tracés utiles).

b. La retrouver par le calcul.

3. Déterminer par le calcul sur quelle distance la fréquence cardiaque du sportif est supérieure ou égale à 165 battements par minute.

*13. **Nouvelle–Calédonie - N**ovembre 2001*

EXERCICE 1 9 points

Le tableau ci-dessous indique le coût de l'abonnement à France Telecom de 1995 à 2000.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	45,76	52,80	68	78	78	82,20

(*Source France Telecom*)

x_i désigne le rang de l'année, *yi* désigne le prix mensuel, en francs, de l'abonnement à France Telecom.

Partie A

Le prix de la minute de communication nationale est passé de 2,30 F en 1995 à 0,60 F en 2000.

1. Exprimer cette baisse de tarif en pourcentage.

2. À partir de quelle durée de communication nationale le coûtmensuel – abonnement compris – est-il plus avantageux en 2000 qu'en 1995 ? Donner le résultat à une minute près.

Partie B

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal. En abscisses : axe gradué à partir de 0 et 2 cm représentent 1 rang d'année. En ordonnées : axe gradué à partir de 45 et 1 cm représente 2 F.

2. On se propose de chercher une droite d'ajustement de y en x. On note G_1 le point moyen des trois premiers points du nuage et G_2 le point moyen des trois derniers points.

a. Calculer les coordonnées de G_1 et G_2.

b. Placer G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).

c. Déterminer par le calcul une équation de la droite (G_1G_2).

3. En admettant que la droite (G_1G_2) constitue un bon ajustement de y en x, estimer graphiquement le prix mensuel de l'abonnement à France Telecom en 2001. Faire apparaître les constructions utiles sur le graphique. Vérifier par le calcul.

EXERCICE 2 11 points

Partie A

On considère les fonctions f et g définies par :

$f(x) = -1{,}4x + 17$ pour $x \in [0 ; 10]$ et $g(x) = 17{,}2 - 14{,}2e^{(4-0{,}4x)}$ pour $x \in [10 ; 25]$. On note C_f et C_g leurs représentations graphiques dans un repère orthonormal. Unité graphique : 1 cm.

1. Calculer $f(10)$ et $g(10)$.

2. a. À quelle catégorie de fonctions appartient la fonction f ?

b. En déduire le sens de variations de f sur l'intervalle [0 ; 10] et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [0 ; 10].

3. Calculer $g'(x)$ et en déduire le sens de variations de g sur l'intervalle [10 ; 25]. Dresser le tableau de variations de g .

4. Résoudre l'équation $g(x) = 17$ dans l'intervalle [10 ; 25]. Donner une valeur approchée à 0,1 près de la solution.

5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant : (valeurs arrondies à 0,1 près)

x	10	10,25	10,5	11	12	14	18	20	22	25
$g(x)$						14,3				

6. Construire les courbes C_f et C_g .

Partie B

L'exercice musculaire entraîne des variations de concentrations de nombreux métabolites. La récupération qui suit l'exercice permet à l'organisme de restaurer les concentrations initiales.

On s'intéresse ici à l'évolution de la concentration musculaire de phosphocréatine d'un sportif.

À l'instant $t = 0$, un sportif commence un exercice physique très intense qui va durer 10 minutes et sera suivi d'une récupération de 15 minutes. Onmesure la concentration musculaire de phosphocréatine de ce sportif en fonction du temps.

On note $p(t)$ la concentration musculaire de phosphocréatine (en mmol.kg^{-1}) de ce sportif à l'instant t exprimé en minutes.

On admet que $p(t)= f(t)$ lorsque $t \in [0 ; 10]$ et que $p(t)= g(t)$ lorsque $t \in [10 ; 25]$.

1. Utiliser le graphique, en faisant les constructions utiles, pour déterminer :

a. les instants où la concentration musculaire de phosphocréatine est de 10 mmol.kg^{-1} ;

b. la durée pendant laquelle la concentration musculaire de phosphocréatine reste inférieure ou égale à 13 mmol.kg^{-1}.

2. Interpréter la question 4. de la partie A.

14. Métropole – Septembre 2001

EXERCICE (8 points)

Une librairie organise un sondage sur la lecture, en interrogeant 500 clients. La première question concerne le nombre de livres lus par an ; parmi les 500 clients :

- 55% déclarent lire au moins 12 livres par an ;
- 40 % déclarent lire plus de 4 et moins de 12 livres par an ;
- les autres lisent au plus quatre livres par an.

La deuxième question concerne ce qui guide le choix des lectures des personnes interrogées :

- 220 clients déclarent être influencés dans leur choix par les médias (presse, radio, télévision, ...) ;
- les autres clients déclarent ne pas être influencés par les médias.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (qui comporte des données supplémentaires) :

Nombre de livres lus / Choix	Au plus 4	Plus de 4 et moins de 12	Au moins 12	Total
influencé par les médias	16			
non influencé par les médias			180	
Total				500

2. On choisit au hasard un des 500 clients de la librairie ayant répondu à ce sondage. Les résultats aux questions suivantes seront donnés à 0,01 près.

a. Déterminer la probabilité de chacun des événements A et B suivants :

A : "le client interrogé déclare être influencé par les médias dans le choix de ses lectures" ;

B : "le client interrogé lit au moins 12 livres par an".

b. Décrire par une phrase chacun des événements suivants et déterminer leur probabilité : $\overline{B}$; $A \cap B$; $A \cup B$.

3. On choisit au hasard un client parmi ceux qui lisent plus de 4 et moins de 12 livres par an. Calculer la probabilité p pour que son choix soit influencé par les médias.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [1980 ; 1997]$ par $f(x) = e^{-0,04x+85}$.

1. a. Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que $f'(x) < 0$ pour x appartenant à I.

b. Dresser le tableau de variation de f.

2. Recopier et compléter le tableau suivant, dans lequel les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à l'entier le plus proche :

x	1980	1982	1985	1987	1990	1992	1995	1997
$f(x)$	330		270		221		181	

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. En abscisses, on graduera à partir de 1980 et on prendra 1 cm pour une unité. En ordonnées, on graduera à partir de 150 et on prendra 1 cm pour dix unités.

Tracer la courbe représentative C de la fonction f.

PARTIE B

Dans cette partie, x désigne un nombre entier compris entre 1980 et 1997.

On admet que $f(x)$, arrondi à l'entier le plus proche, donne le nombre de blessés par accident de la circulation, en milliers de personnes, en France métropolitaine, au cours de l'année x.

1. Calculer, à mille près, le nombre de blessés par accident de la circulation en 1993.

2. a. Déterminer graphiquement en quelles années le nombre des blessés a été inférieur à 200 000. (Faire apparaître les constructions utiles et justifier la réponse).

b. Retrouver la réponse à la question précédente en résolvant l'inéquation $f(x) \leq 200$.

15. Antilles – Juin 2001

EXERCICE (8 points)

Un lycée dispense un enseignement de trois langues vivantes : Anglais, Allemand et Espagnol.

Il y a 1 420 élèves inscrits dans cet établissement. Chaque élève étudie exactement deux langues vivantes.

On donne aussi les renseignements suivants :

- Parmi les élèves qui étudient simultanément l'anglais et l'allemand, on compte 65 % de filles.
- On dénombre 1 150 élèves étudiant l'anglais.
- Parmi les filles qui étudient l'espagnol, 80 % étudient aussi l'anglais.

1. Le tableau suivant contient quelques informations supplémentaires. Le recopier et le compléter.

	Anglais et Allemand	Anglais et Espagnol	Allemand et Espagnol	Total
Garçons				
Filles				656
Total	640			1 420

Dans les questions suivantes, les résultats des calculs seront arrondis à 0,01 près.

2. On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves du lycée. On note A et B les événements suivants :

A : " la personne choisie étudie l'anglais ",

B : " la personne choisie est une fille ".

Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, $A \cap B$, $A \cup B$.

3. On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves qui étudient l'allemand. Calculer la probabilité p que ce soit un garçon.

PROBLEME (12 points)

A. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 24] par $f(t) = 2e^{-\frac{t}{12}}$.

1. a. Calculer $f'(t)$.

b. Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 24] et en déduire le sens de variation de f.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront donnés à 10^{-2} près).

t	0	2	6	10	14	18	24
$f(t)$	2			0,87		0,45	

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal (on prendra pour unités graphiques 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées). Tracer soigneusement la courbe représentative C de f.

B. Application

On injecte à un malade une dose de 2 cm^3 d'un médicament M.

La quantité de médicament (en cm^3) présente dans le sang du malade après un temps t (en heures) est donnée par la valeur de $f(t)$, f étant la fonction étudiée dans la partie A.

1. Donner le pourcentage de la quantité de médicament restant dans le sang du malade au bout de 24 heures, par rapport à la dose injectée.

2. a. En utilisant la courbe C et en faisant apparaître les constructions utiles, déterminer le temps au bout duquel la quantité de médicament restant dans le sang est la moitié de la dose injectée.

b. Retrouver ce résultat en résolvant l'équation $f(t) = 1$.

16. Métropole – Juin 2001

EXERCICE (8 points)

Une enquête effectuée par une association de consommateurs, concernant l'hygiène alimentaire, porte sur un échantillon de 800 personnes. Trois groupes bien différenciés apparaissent :

- Type 1 : les personnes totalement végétariennes. On en compte 34.

- Type 2 : les personnes végétariennes qui consomment cependant du poisson. On en compte 132.
- Type 3 : les personnes non végétariennes. Elles constituent le reste de l'échantillon.

On compte 55 % de femmes dans l'échantillon et, parmi celles-ci, 5 % sont totalement végétariennes.
De plus, 7,5 % des hommes de l'échantillon sont du type 2.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Type 1	Type 2	Type 3	Total
Femmes				
Hommes				
Total				800

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2. On choisit, au hasard, une des 800 personnes de l'échantillon, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

a. Soit l'événement A : « la personne choisie est non végétarienne ». Calculer la probabilité $P(A)$.

b. Soit l'événement B : « la personne choisie est un homme ». Calculer la probabilité $P(B)$.

c. Définir par une phrase l'événement $C = A \cap B$ et calculer sa probabilité.

d. Définir par un événement D exprimé avec A et B la phrase « La personne choisie est non végétarienne ou est un homme », puis calculer sa probabilité.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 2] par $f(x)=12x+12-12\ln(3x+1)$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)=\dfrac{12(3x-2)}{3x+1}$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 2].

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 10^{-1} près) :

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$			6,8	7,4		

4. Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
(Unités graphiques : 6 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour une unité en ordonnée).

PARTIE B

On suppose que le taux d'anticorps (en g/l) présents dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en années), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 2 ans, est donné par la formule suivante :

$$f(x)=12x+12-12\ln(3x+1).$$

1. Calculer le taux d'anticorps à la naissance.

2. A l'aide de la partie A, déterminer l'âge, arrondi au mois le plus proche, pour lequel le taux d'anticorps est minimal.

3. Déterminer graphiquement l'âge auquel le nourrisson retrouve le taux d'anticorps de sa naissance (laisser apparents les tracés utiles).

17. La Réunion - Juin 2000

EXERCICE 1 8 points

Dans un lycée de 1 470 élèves, 350 élèves se sont fait vacciner contre la grippe au début de l'année scolaire 1999-2000. Une épidémie de grippe a affecté la population scolaire au cours de I'hiver, et 10% des élèves ont contracté Ia maladie. Enfin, 4% des élèves vaccinés ont eu la grippe.

1. Reproduire et completer le tableau suivant, sans justifier les réponses :

	Nombre d'élèves vaccinés	Nombre d'élèves non vaccinés	Total
Nombre d'élèves ayant eu la grippe			
Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe			
Total	350		1 470

Toutes les réponses aux questions suivantes seront arrondies à 0,01 près.

2. On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycee, tous les élèves ayant lamême probabilité d'être choisis.

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements :

A : « il a été vacciné »

B: « il a eu la grippe ».

b. Calculer la probabilité de l'évènement A $\cap$ B.

3. On choisit au hasard un élève parmi ceux qui ont été vaccinés. Calculer la probabilité de l'évènement : « il a eu la grippe ».

4. On choisit au hasard un élève parmi ceux qui n'ont pas été vaccinés. Calculer la probabilité de l'événement : « il a eu la grippe ».

5. Expliquer pourquoi ce vaccin a été efficace pour les élèves du lycée, bien qu'iI ne les ait pas immunisés parfaitement.

PROBLÈME 12 points

<u>Partie A</u>

Soit f la fonction définie sur I'intervalle [0 ; 4] par : $f(t)=1+e^{1-t}$.

1. Calculer $f'(t)$.

2. a. Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 4].

b. Dresser le tableau de variations de Ia fonction f . Le compléter avec les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(4)$.

3. a. Reproduire et complèter le tableau de valeurs numériques suivant (arrondies à 0,1 près) :

t	0	0,5	1	2	2,5	3	4
$f(t)$		2,6		1,4		1,1	

b. Tracer la courbe C représentative de la fonction *f* dans le plan rapporté à un repère orthonormal. Prendre pour unité graphique 5 cmpour une unité sur chaque axe.

Partie B

Une équipe d'une organisation humanitaire circule dans le désert. En mesurant la pression des pneus de leur véhicule tout terrain, ils s'aperçoivent que l'un des pneus a une fuite. Malheureusement, la roue de secours est inutilisable. Ils partent aussitôt vers le village le plus proche situé a une heure trente minutes de route.

On admet que l'expression $f(t)=1+e^{1-t}$ donne la pression du pneu percé, exprimée en kg/cm^2, à l'instant t, exprimé en heures. L'origine du temps est le moment oü le véhicule se met en route.

1. Utiliser le graphique précédent, en faisant apparaître les constructions utiles, pour répondre aux questions suivantes :

a. Quelle est la pression du pneu percé au moment où l'équipe se met en route ?

b. Quelle sera la pression de ce pneu 45 minutes plus tard ?

c. Pour rejoindre le village, le véhicule doit emprunter une piste caillouteuse sur laquelle la pression du pneu percé ne doit pas être inférieure a 1,5 kg/cm^2.

L'équipe pourra-t-eIIe rejoindre ce village en voiture ? (Justifier la réponse)

2. Déterminer par le calcul combien de temps le véhicule aurait pu rouler jusqu'à ce que Ia pression du pneu soit égale a 1,5 kg/cm^2.

18. Antilles – Juin 2000

EXERCICE (8 points)

Dans une entreprise de 200 personnes, le personnel se répartit en trois catégories : les ouvriers, les agents de maîtrise et les cadres. Une entreprise comporte 32 cadres, 54 agents de maîtrise et 114 ouvriers.

On compte 40 % d'hommes dans l'entreprise et, parmi ceux-ci, 10 % sont des cadres. D'autre part, 15 % des femmes sont agents de maîtrise.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

	Ouvriers	Agents de maîtrise	Cadres	Total
Femmes				
Hommes				
Total				200

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près.

2. Pour les besoins d'une enquête, on interroge au hasard un employé de l'entreprise, tous les employés ayant la même probabilité d'être interrogés.

a. Soit l'événement A : “ La personne interrogée est un agent de maîtrise ”. Calculer la probabilité $P(A)$.

b. Soit l'événement B : “ La personne interrogée est une femme”. Calculer la probabilité $P(B)$.

c. Définir par une phrase l'événement $A\cap B$ et calculer sa probabilité.

d. Définir par une phrase l'événement $A\cup B$ et calculer sa probabilité.

3. On interroge un agent de maîtrise. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLEME (12 points)

Partie A

Soit *f* la fonction définie par $f(t)=3te^{-1,25t}$ sur l'intervalle I = [0 ; 4].

1. Montrer que $f'(t)$ peut s'écrire : $f'(t) = 3(1-1,25t)e^{-1,25t}$.

2. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

t	0	0,8	4
$e^{-1,25t}$			
$1-1,25t$		0	
$f'(t)$			

3. Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle I.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

t	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4
$f(t)$	0			0,88		0,69			0,21	

5. Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal. Placer l'axe des abscisses sur un grand côté de la feuille. Prendre 6 cm pour 1 unité en abscisses et 10 cm pour 1 unité en ordonnées.

Partie B

Dans cette partie, f est la fonction étudiée dans la partie A.

On considère que $f(t)$ représente une bonne approximation du taux d'alcoolémie (quantité d'alcool dans le sang, en g/L) en fonction du temps t écoulé après absorption (exprimé en heures), pour un homme de 70 kg, ayant bu deux verres d'alcool à l'instant $t = 0$.

1. Cet homme est-il en infraction avec la loi s'il conduit une automobile dès après l'absorption ¿ (Taux maximum toléré : 0,5 g/L).

Pour les questions suivantes, faire apparaître les tracés utiles sur le graphique.

2. Déterminer graphiquement son taux d'alcoolémie maximum et l'instant où il a lieu.

3. Déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel il ne doit pas conduire.

19. Métropole – Septembre 2000

EXERCICE (8 points)

Dans une partie du monde, on estime que 15 % de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.

On a observé les résultats suivants :

- Quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,6 % des cas.
- Quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,6 % des cas.

1. En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de personnes contaminées	Nombre de personnes non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			

Total			10 000

Dans les questions suivantes les probabilités seront données à 10^{-4} près.

Pour les questions 2., 3., 4. on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2. On considère les événements :

A : “ La personne est contaminée par le virus X ” ;

B : “ La personne a un test positif ”.

Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

3. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.

4. a. Calculer la probabilité pour que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.

b. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.

c. Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux .

5. On choisit maintenant une personne ayant un test négatif. Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée par le virus X ?

PROBLEME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [10 ; 110] par : $f(x) = -0{,}1x + 2\ln(2x)$.

1. a. Calculer $f'(x)$.

b. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{2-0{,}1x}{x}$ et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

c. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

x	10 110
$2 - 0{,}1x$	
x	
$\dfrac{2-0{,}1x}{x}$	

d. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant des valeurs de $f(x)$ arrondies à 10^{-1} près :

x	10	15	20	30	40	50	60	70	90	110
$f(x)$		5,3	5,4		4,8		3,6			

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le graphique, on prendra 1 cm en abscisses pour 10 unités, 2 cm en ordonnées pour 1 unité.

Tracer la courbe représentative de la fonction f, en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Partie B

On admet que, pour un âge x compris entre 15 ans et 60 ans, la capacité pulmonaire de l'être humain, en litres, est donnée par : $f(x) = -0{,}1x + 2\ln(2x)$.

1. En utilisant la partie A, préciser la capacité pulmonaire maximale et l'âge où elle est atteinte.

2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, indiquer à quel âge, après 15 ans, la capacité pulmonaire est de 5 litres.

3. Expliquer pourquoi la fonction f ne peut pas être utilisée pour évaluer la capacité pulmonaire d'une personne de 110 ans.

20. Métropole – Juin 2000

EXERCICE (8 points)

La population de Montpellier était de 208 103 habitants au 31/12/1990. Le recensement de 1999 a permis de dénombrer 225 392 habitants à Montpellier au 31/12/1998.

1. a. Quel est le pourcentage d'augmentation de la population de Montpellier entre le 31/12/1990 et le 31/12/1998 ? (Arrondir la réponse à 0,1 près).

b. Combien cette ville comptera-t-elle d'habitants (à une centaine près) au 31/12/2006 si sa population augmente du même pourcentage en huit ans ?

Dans les questions suivantes, arrondir les résultats à 0,001 près.

2. Le tableau suivant donne la répartition de la population de Montpellier au 31/12/1990, en milliers d'habitants, par tranches d'âge et par sexe :

Age / Sexe	[0 ; 19]	[20 ; 39]	[40 ; 59]	[60 ; 74]	75 et plus	Total
Hommes	23,2	38,3	19,0	10,2	5,3	96,0
Femmes	23,0	42,8	22,0	14,3	10,0	112,1
Total	46,2	81,1	41,0	24,5	15,3	208,1

On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

Calculer la probabilité de chacun des événements :

A : « la personne choisie avait au moins 60 ans au 31/12/1990 »,

B : « la personne choisie était une femme ».

3. Définir par une phrase chacun des événements $\overline{A}$ et $A \cap B$, et calculer leurs probabilités.

4. On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990 et qui était âgée d'au moins 60 ans à cette date. Quelle est la probabilité pour que ce soit une femme ?

PROBLEME (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 11] par $f(t) = e^{0{,}2t+6}$.

1. Calculer $f'(t)$.

2. Étudier le signe de $f'(t)$, puis dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle [0 ; 11]. (On donnera les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(11)$).

3. Reproduire et compléter le tableau suivant (on arrondira les valeurs à la dizaine la plus proche) :

t	0	2	4	6	8	10	11
$f(t)$	400			1 340	2 000		

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal tel que : 1 cm représente une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm représente 200 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Application

On étudie l'évolution d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé.

On admet que l'expression $f(t) = e^{0,2t+6}$ donne le nombre de bactéries présentes dans cette culture en fonction du temps t, exprimé en heures.

1. Calculer le nombre de bactéries présentes dans le liquide au bout de 5 h 30 min. (Le résultat sera arrondi à la dizaine d'unités la plus proche).

2. En utilisant le graphique de la partie A, déterminer au bout de combien de temps la population de bactéries aura doublé (faire apparaître les tracés utiles et donner une réponse en heures et minutes).

3. Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 800$ et retrouver le résultat de la question précédente.

21. Polynésie – Juin 1999

EXERCICE (8 points)

Dans une entreprise pharmaceutique de dimension européenne, une étude statistique a montré que sur 10 000 clients de la communauté européenne, 82 % sont français.

On sait aussi que 4 % des clients français et 10 % des clients étrangers ont eu un incident de paiement dans l'année.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant où les pourcentages ci-dessus sont respectés.

	Nombre de clients français	Nombre de clients étrangers	TOTAL
Nombre de clients ayant eu un incident de paiement			
Nombre de clients n'ayant pas eu d'incident de paiement			
TOTAL			10 000

2. On choisit un client au hasard parmi les 10 000. On est en situation d'équiprobabilité. On considère les événements suivants :

F : « Le client choisi est français ».

I : « Le client choisi a eu un incident de paiement ».

a. Définir par une phrase les événements F, I et $F \cap I$.

b. Calculer les probabilités des événements suivants : F, $\overline{F}$, $F \cap I$, $F \cup I$.

c. Calculer la probabilité de l'événement : « Le client choisi est un étranger qui n'a pas eu d'incident de paiement ».

3. On choisit un client au hasard parmi ceux ayant eu un incident de paiement. Déterminer à 10^{-1} près par défaut la probabilité que le client soit français.

PROBLEME (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 4]$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x + e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)}$, et sa courbe représentative C dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 5 cm.

1. a. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. Résoudre sur l'intervalle I l'inéquation : $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)} \geq 0$. En déduire le signe de $f'(x)$ sur I.

c. Établir le tableau de variations de la fonction f.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut).

x	0	1	2	3	4
$f(x)$			1,60		

3. Tracer la courbe C dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie B : Application

On admet que le fonction f de la Partie A représente le prix de revient des composants électroniques fabriqués par l'entreprise RAMSA : x étant le nombre de centaines de composants électroniques fabriqués, leur prix de revient, en milliers de francs, est exprimé par $f(x)$.

D'autre part on désigne par $p(x)$, en milliers de francs, le prix de vente de ces composants électroniques. Un composant étant vendu 6 F pièce, on a donc :

$$p(x) = 0,6\,x.$$

1. Tracer sur le graphique de la Partie A la droite D représentant la fonction p.

2. On appelle H le point d'intersection de la droite D et de la courbe C. À partir du graphique, déterminer un encadrement à 10^{-1} près de l'abscisse x_H du point H.

3. On appelle $g(x)$ la différence entre le prix de vente des composants et leur prix de revient (en milliers de francs). Justifier que la solution de l'équation $g(x) = 0$ est l'abscisse du point H.

4. a. Vérifier que $g(x) = 0,1x - e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)}$.

b. Donner les valeurs approchées à 10^{-4} près par défaut de $g(3,24)$ et $g(3,25)$.

c. En déduire la quantité minimale de composants électroniques qui doit être vendue pour que l'entreprise fasse des bénéfices, c'est-à-dire pour que $g(x)$ soit positif.

22. Métropole – Septembre 1999

EXERCICE (8 points)

Monsieur M vend des boissons rafraîchissantes ; il note ses ventes six jours de suite au cours desquels la température maximale est passée de 18°C à 30°C. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant:

Jour	1ier	2e	3e	4e	5e	6e
Température x_i (en °C)	18	20	22	26	28	30
Nombre y_i de boissons vendues	24	44	62	100	132	148

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$; on graduera l'axe des abscisses à partir de 16 et on prendra pour unités graphiques :

1 cm en abscisse ;

1 cm pour 10 boissons vendues en ordonnées.

2. Montrer que la droite d'équation $y = 10{,}4\,x - 164$ passe par le 2ème et le 6ème point. Tracer cette droite.

On admettra que cette droite constitue un bon ajustement du nuage de points considéré.

3. Dans cette question, on fera apparaître les traits de construction permettant de répondre. Déterminer graphiquement, à l'aide de la droite d'ajustement précédente :

a. l'augmentation du nombre de boissons vendues pour une élévation de 5°C de la température ;

b. combien Monsieur M vendrait de boissons si la température était de 25°C ;

c. à partir de quelle température il vendrait au moins 160 boissons.

4. Retrouver le résultat de la question 3. c par le calcul.

PROBLEME (12 points)

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1950 ; 2000] par : $f(x) = -5\,430\,718 + 722\,457\ \ln x$, et on appelle (C) sa courbe représentative.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Après avoir déterminé le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [1950 ; 2000]. Préciser dans ce tableau de variations les valeurs de $f(x)$, arrondies à l'entier le plus proche, aux extrémités de l'intervalle d'étude.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats l'entier le plus proche) :

x	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
$f(x)$	44 166		47 852	49 688			55 168	56 986	

4. Le plan est muni d'un repère orthogonal ; on prendra pour le tracé : 2 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses ; 5 cm pour 10 000 unités sur l'axe des ordonnées. On graduera l'axe des abscisses à partir de 1950 et l'axe des ordonnées à partir de 40 000. Tracer la courbe (C).

Partie B - Évolution de la population française

On suppose que l'évolution de la population française entre 1950 et 2000 obéit à la formule suivante:

$$f(x) = -5\,430\,718 + 722\,457\ \ln x,$$

où x représente l'année et $f(x)$ le nombre d'habitants en milliers (d'après données INED, 1995).

Dans les deux questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique de la question A. 4.

1. Déterminer graphiquement le nombre d'habitants en France en 1962.

2. Déterminer graphiquement l'année en laquelle il y avait en France 53 711 000 habitants.

3. Retrouver le résultat de la question précédente par le calcul.

23. Métropole – Juin 1999

EXERCICE (8 points)

L'association sportive du lycée Mozart ne propose que deux sports : le handball et le basket-ball.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, sachant que :
   - Le nombre total d'élèves inscrits est 200.
   - Il y a autant d'élèves dans chaque sport.
   - L'association sportive comporte 45 % de garçons.
   - Parmi les basketteurs, il y a autant de filles que de garçons.

	Hand-ball	Basket-ball	Total
Garçons			
Filles			
Total			200

2. On choisit au hasard un élève inscrit à l'association sportive. On suppose que tous les élèves inscrits ont la même probabilité d'être choisis.

Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Calculer la probabilité pour que cet élève pratique le basket-ball.

b. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille.

c. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille et qu'elle pratique le basket-ball.

d. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille ou pratique le basket-ball.

PROBLEME (12 points)

Partie A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 45]$ par : $f(t) = 45t^2 - t^3$.

1. a. Montrer que: $f'(t) = 3t(30 - t)$.

b. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

t	0 45
$3t$	
$30 - t$	
$3t(30 - t)$	

c. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

t	0	10	20	25	30	35	40	45
$f(t)$			10 000			12 250		

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal ; pour le graphique, on prendra : 2 cm en abscisses pour 10 unités ; 1 cm en ordonnés pour 1000 unités.

Tracer la courbe représentative de la fonction f, en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Tracer sur le dessin les tangentes aux points d'abscisses $t = 0$ et $t = 30$.

Partie B : Application

A la suite d'une épidémie dans une région, on a constaté que le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est donné par :

$f(t) = 45t^2 - t^3$, pour t appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 45]$.

1. En utilisant la partie A, déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

2. Déterminer graphiquement la période pendant laquelle le nombre de personnes malades est supérieur ou égal à 10 000 (faire apparaître sur le dessin les traits de construction utiles).

24. Nouvelle Calédonie – Décembre 1998

EXERCICE 1 (8 points)

Dans un lycée qui compte en tout 1 350 élèves, il y a 840 filles. Parmi les garçons, 260 sont externes et il y a deux fois plus de filles externes que de garçons externes. Il y a 120 élèves internes dont 20 % sont des garçons.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant:

	Nombre de filles	Nombre de garçons	Total
Externes			
Demi-pensionnaires			
Internes			
Total			1350

2. Dans cette question, les résultats seront donnés à 10^{-1} près.

a. Calculer le pourcentage d'externes parmi les filles.

b. Calculer le pourcentage de garçons parmi les demi-pensionnaires.

3. Dans cette question, les résultats seront données à 10^{-2} près. On choisit au hasard un élève du lycée. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : “ L'élève est interne ”.

B : “ L'élève est une fille demi-pensionnaire ”.

C : “ L'élève n'est pas interne ”.

D : “ L'élève est un garçon ou un élève externe ”.

EXERCICE 2 (12 points)

Partie A : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 16]$ par : $f(t) = 2e^{-0,15t}$.

Soit *(C)* la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses, 5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Déterminer la fonction dérivée f'.

2. En déduire le signe de $f'(t)$ et dresser le tableau de variation de f sur I.

3. Résoudre par le calcul l'équation : $f(t) = 0,5$. On donnera la valeur exacte de la solution, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

4. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs décimales approchées à 10^{-1} près).

t	0	1	2	4	6	8	12	16
$f(t)$								

b. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

c. Tracer la droite (T) et la courbe (C) dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie B : Application

On se propose d'étudier le processus d'élimination de l'alcool dans le sang d'un conducteur. À l'instant t = 0, une prise de sang révèle un taux d'alcoolémie de 2 grammes par litre de sang. Le taux d'alcoolémie dans le sang (exprimé en g/l) en fonction du temps t (exprimé en heures) est $f(t)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

1. a. Quelle est, à 10^{-1} près, le taux d'alcoolémie dans le sang au bout de 2 heures ? de 3 h 30 minutes ?

b. Vérifier graphiquement les résultats précédents en faisant apparaître sur le graphique de la partie A les constructions utiles.

2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux autorisé d'alcoolémie dans le sang est fixé en France à 0,5 g/l maximum.

a. Indiquer, en justifiant le résultat, au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie devient inférieur à 0,5 g/l.

b. Vérifier graphiquement ce résultat en faisant apparaître sur le graphique de la partie A les constructions utiles.

25. Métropole – Septembre 1998

EXERCICE (8 points)

Un humoriste a fait le " raisonnement " suivant :

" 40 % des accidents de la route sont provoqués par des conducteurs ayant absorbé de l'alcool avant de prendre le volant. Il y a donc plus d'accidents provoqués par des personnes sobres que par des personnes alcooliques. Il vaut donc mieux boire avant de conduire. "

Pour apprécier ce " raisonnement ", imaginons que, sur la route, il y a 1 400 conducteurs dont 32 ont bu. Sur ces 1 400 véhicules, on déplore 20 accidents.

1. En reprenant la donnée " 40 % des accidents de la route sont provoqués par des conducteurs ayant absorbé de l'alcool ", calculer le nombre d'accidents provoqués par des conducteurs ayant bu.

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Conducteurs ayant provoqué un accident	Conducteurs n'ayant pas provoqué d'accident	Total
Conducteurs ayant bu			32
Conducteurs sobres			
Total	20		1400

Dans toute la suite de l'exercice, les résultats seront donnés avec une précision de 0,001.

3. On choisit au hasard un conducteur. Calculer la probabilité des événements suivants :

   A: " Le conducteur choisi a bu et a provoqué un accident " ;

   B : " Le conducteur choisi est sobre et a provoqué un accident ".

4. On choisit au hasard un conducteur parmi ceux qui ont bu. Calculer la probabilité de l'événement :

   C: " Le conducteur choisi a provoqué un accident ".

5. On choisit au hasard un conducteur parmi ceux qui sont sobres. Calculer la probabilité de l'événement :

   D: " Le conducteur choisi a provoqué un accident ".

6. Que pensez-vous du « raisonnement » de l'humoriste ?

PROBLEME (12 points)

Partie A : Etude d'une fonction

La représentation graphique (C) sur [0 ; 7] de la fonction f définie par $f(x)=7xe^{x}$ dans le repère $(O;\ \vec{i},\vec{j})$, est donnée en annexe (unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées). Cette annexe sera ensuite jointe à votre copie.

1. a. Montrer que la dérivée f' de la fonction f peut s'écrire : $f'(x)=7(1-x)e^{-x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 7]$.

c. Dresser le tableau des variations de f.

2. a. En faisant apparaître les constructions utiles, noter sur la représentation graphique les solutions α et β de l'équation $f(x) = 1$ (on notera α la plus petite des deux).

b. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats à 10^{-2} près.

x	0	0,1	0,2	0,3	2,9	3	3,1	3,2
$f(x)$		0,63	1,15	1,56				0,91

c. En déduire la valeur de α à 10^{-1} près par excès et la valeur de β à 10^{-1} près par défaut.

d. Par lecture graphique, résoudre l'inéquation $f(x) \geq 1$.

<u>Partie B : Application</u>

Une substance est injectée par voie intramusculaire. Elle passe progressivement du muscle au sang puis est éliminée par les reins.

Après étude, on constate que la quantité q de substance contenue dans le sang (exprimée en cg) en fonction du temps t (exprimé en heures) est :

$$q(t) = 7te^{-t} \quad \text{pour } t \in [0\,;7].$$

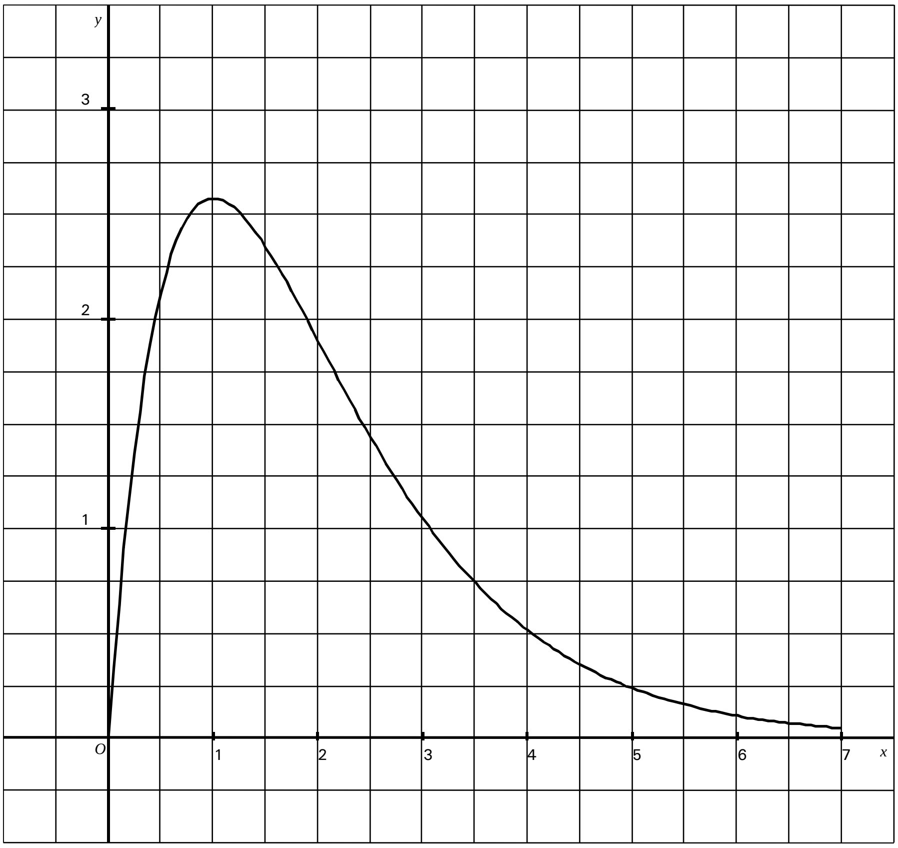
1. a. Calculer la quantité de substance présente dans le sang au bout de 1 h 30 min (calculer la valeur exacte puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près).

b. Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, vérifier le résultat du a.

2. La substance n'est efficace que si la quantité présente dans le sang est supérieure ou égale à 1 cg. En utilisant les résultats de la partie A, déterminer l'intervalle de temps durant lequel la substance est efficace.

<u>Annexe à rendre avec la copie</u>

Représentation graphique (C) **sur** $[0\ ;\ 7]$ **de la fonction** f **définie par** $f(x) = 7xe^{-x}$ **:**



*26. **Polynésie – Juin 1998***

EXERCICE 1 (8 points)

Un laboratoire a effectué une enquête sur un médicament qu'il commercialise et dont la posologie peut varier de 1 à 6 comprimés par jour. À 225 hommes et 125 femmes traités avec ce médicament, on a demandé d'indiquer la dose quotidienne prescrite par leur médecin.

Certains résultats de l'enquête ont été consignés dans le tableau ci-dessous :

Dose quotidienne de comprimés	1 cp	2 cp	3 cp	4 cp	5 cp	6 cp	Total
Homme	15	22	78				225
Femme	5			28			125
Total			117	79		39	

1. Recopier et compléter ce tableau sachant que, pour 8 % des hommes, la posologie est de 6 comprimés par jour et que, pour 12 % des femmes, elle est de 2 comprimés par jour.

2. Calculer :

a. la dose quotidienne moyenne pour une femme,

b. le pourcentage de personnes prenant 3 comprimés par jour. (On donnera ce dernier résultat avec une précision de 10^{-1})

3. On choisit au hasard une personne participant à l'enquête. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : " cette personne est une femme " ;

B : " cette personne prend un seul comprimé par jour " ;

C : “ cette personne est une femme et prend un seul comprimé par jour ” ;

D : “ cette personne est une femme ou prend un seul comprimé par jour ”.

On exprimera ces quatre résultats sous la forme de fractions irréductibles.

EXERCICE 2 (12 points)

Partie A

1. Résoudre l'équation différentielle : $(E): y+0,018y=0$ où y est une fonction dérivable de la variable réelle t.

2. Déterminer la solution particulière de (E) qui vérifie $y(0) = 2$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par $f(t)=2e^{-0,018t}$.

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note C la courbe de la fonction f dans ce repère qui est tel que les unités graphiques vérifient : 0,5 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

1. a. Déterminer f', la fonction dérivée de la fonction f.

b. Étudier les variations de f sur l'intervalle [0 ; 50].

2. Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = 1,5$. On donnera la valeur exacte de la solution, puis une valeur approchée arrondie à l'unité près.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs décimales approchées à 10^{-2} près) :

t	0	2	5	8	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$f(t)$													

b. Tracer la courbe C.

Partie C

Le taux de glycémie (de glucose dans le sang) doit rester stable. Cet équilibre est assuré par un processus appelé homéostasie. Quand un changement se produit, le cerveau le décèle et envoie des messages pour le corriger.

À l'instant t, exprimé en minutes, le taux de glycémie, exprimé en g/l, est donné par $f(t)=2e^{-0,018t}$.

1. En utilisant les résultats de la partie B, déterminer :

a. le taux de glycémie pour $t = 8$;

b. la durée pendant laquelle le taux de glycémie demeure supérieur ou égal à 1,5 g/l.

2. On considère qu'un patient a un taux de glycémie normal lorsque celui-ci est inférieur à 1,1 g/l (sachant qu'il reste supérieur à 0,8 g/l sur l'intervalle [0 ; 50]).

En utilisant le graphique de la partie B, déterminer la durée nécessaire pour que le taux de glycémie devienne normal. On fera apparaître les constructions utiles.

27. Métropole – Juin 1998

EXERCICE (8 points)

Dans une librairie, une étude statistique a permis d'établir l'estimation suivante pour la répartition de l'ensemble des ventes :

- 60 % sont des romans et un quart d'entre eux sont de format “ non poche ” ;
- 25 % sont des essais et un cinquième d'entre eux sont de format “ non poche ” ;
- Le reste est constitué de livres de poésie, parmi ceux-ci un tiers est de format “ non poche ”.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant :

	Format “ poche ”	Format “ non poche ”	Total
Romans			
Essais			
Poésie			
Total			100

2. Un livre est choisi au hasard. On admet que la répartition du tableau est conservée.

Calculer la probabilité des événements suivants:

A: “ Le livre est de “ format poche ” ” ;

B: “ Le livre est un “ Essai ” ;

C: “ Le livre est un “ Essai de format poche ”.

3. En utilisant les formules des probabilités, déterminer les probabilités suivantes : $P(\overline{A}), P(\overline{B}), P(A \cup B)$.

4. On choisit un livre parmi les “ format non poche ”. Quelle est la probabilité de choisir un roman ?

PROBLEME (12 points)

Partie I

Soit f la fonction définie sur l’intervalle I = [0 ; 8] par $f(x) = 90e^{-0,15x}$.

1. Déterminer la dérivée de f.

2. Dresser le tableau de variation de f : on justifiera le sens de variation et on donnera les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(8)$.

3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant en faisant figurer les valeurs arrondies à 10^{-1} près.

x	0	1	2	4	5	6	8
$f(x)$		77,5				36,6	27,1

4. Le plan est muni d’un repère orthogonal. On prendra pour unités graphiques :

– 2 cm en abscisse pour une unité,

– 2 cm en ordonnée pour dix unités.

Tracer soigneusement la courbe de la fonction f en utilisant le tableau de valeurs ci-dessus.

Partie II

Un fabricant en matériel médical pense que le prix d’un nouveau thermomètre électronique valant aujourd’hui 90 francs, va voir son prix évoluer dans les années à venir suivant la formule $f(x) = 90e^{-0,15x}$ où x est le nombre d’années à venir, $x \in [0 ; 8]$.

1. Quel sera le prix d’un tel thermomètre dans 7 ans ?

2. Au bout de combien de temps le prix du thermomètre sera-t-il inférieur à 34 francs ? On se propose d’utiliser deux méthodes :

a. méthode graphique. Donner une réponse approchée en années et mois et la justifier en faisant apparaître les constructions utiles sur le graphique de la partie I.

b. méthode algébrique. Résoudre l’équation $f(x) = 34$ et retrouver le résultat de la question a.

28. Nouvelle Calédonie – Décembre 1997

EXERCICE 1 (8 points)

Un club de vacances est constitué de 300 adhérents qui pratiquent chacun une activité et une seule parmi les suivantes : la natation, l'escalade ou le VTT.

- 35 % des adhérents sont des filles.
- 30 % des adhérents pratiquent le VTT.
- 10 % des adhérents pratiquent l'escalade et parmi eux 60 % sont des garçons.
- Il y a deux fois plus de garçons que de filles qui pratiquent le VTT.

1. Reproduire le tableau suivant et le compléter.

	Natation	Escalade	VTT	Totaux
Nombre de filles				
Nombre de garçons				
Totaux		30		300

2. Dans cette question, les résultats seront présentés sous forme d'une fraction irréductible.

On choisit au hasard un adhérent de ce club.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Cet adhérent est un garçon qui pratique l'escalade » ;

B : « Cet adhérent ne pratique pas la natation » ;

C : « Cet adhérent est une fille qui pratique la natation ou un garçon qui ne pratique pas la natation ».

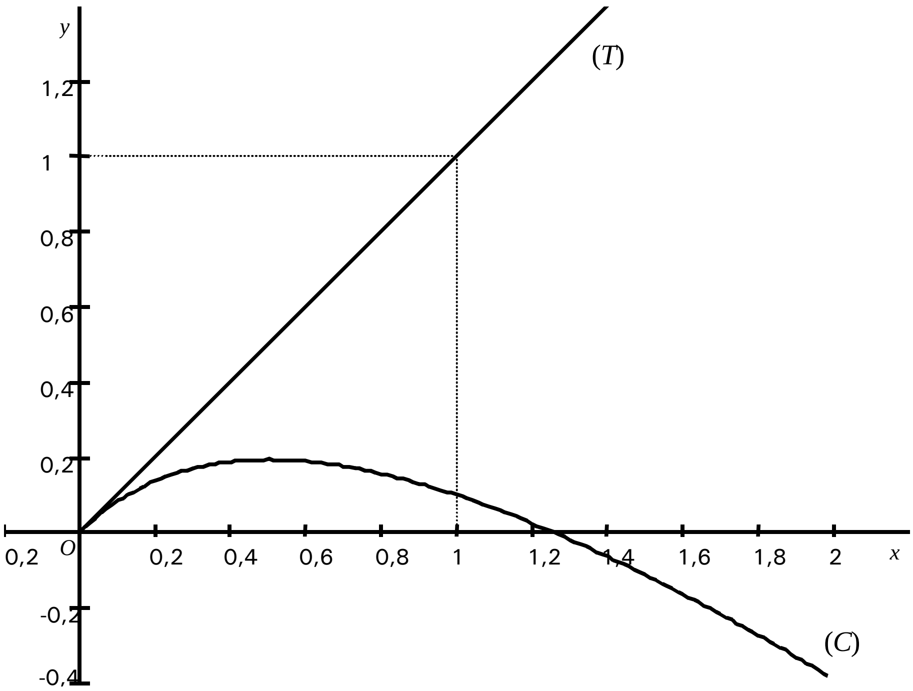
EXERCICE 2 (12 points)

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

On se propose d'étudier une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 2]. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

Partie A

La courbe représentative de (C) de f est donnée dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ par le graphique ci-dessous. On précise que la droite (T) passant par le point O et le point de coordonnées (1 ; 1) est tangente à (C) en O.



1. En utilisant ce graphique, donner la valeur de $f(0)$ et expliquer pourquoi $f'(0) = 1$.
2. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$, sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
Donner un encadrement d'amplitude 0,1 de la plus grande des solutions.
3. On suppose que $f(x)$ est de la forme $f(x) = ax + \ln(2x+b)$, où a et b désignent deux nombres réels.
 a. En utilisant la valeur trouvée pour $f(0)$, calculer b.
b. Démontrer que $f'(x) = a + \dfrac{2}{2x+1}$. En utilisant la valeur trouvée pour $f'(0)$, calculer a.
c. En déduire l'expression de $f(x)$.

Partie B

On sait désormais que la fonction f est définie sur $[0 ; 2]$ par : $f(x) = -x + \ln(2x+1)$.

1. a. Montrer que, pour tout x appartenant à $[0 ; 2]$, $f'(x) = \dfrac{-2x+1}{2x+1}$.
b. En déduire le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; 2]$.
2. Reproduire le tableau suivant et le compléter par les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près de $f(x)$.

x	0,5	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2
$f(x)$						$-0{,}06$		

29. Métropole – Septembre 1997

EXERCICE 1 (8 points)

La feuille annexe qui sera remise avec la copie, donne sous forme de tableau la répartition de la population française (en milliers) suivant la catégorie socioprofessionnelle (CSP) et suivant le sexe (source INSEE, recensement 1990).

1. Compléter le tableau de la feuille annexe (à rendre avec la copie).

2. On choisit, au hasard, une personne dans la population. Tous les choix sont équiprobables. Les probabilités calculées seront arrondies au centième.

a. Calculer la probabilité des événements A, B, C suivants :

A : “ être un homme inactif ” ;

B : “ être ouvrier (homme ou femme) ” ;

C : “ être une femme active ”.

b. Calculer la probabilité de l'événement D : “ être employé ou être un homme ”.

ANNEXE A REMETTRE AVEC LA COPIE

C.S.P.	Hommes	Femmes	Total
Agriculteurs	633		1 011
Artisans, commerçants	1 239	581	
Cadres supérieurs	1 846		
Professions intermédiaires	2 617	2 094	
Employés	1 543		6 923
Ouvriers		1 599	
Inactifs	13 665	18 206	
TOTAL	27 549	29 081	56 630

EXERCICE 2 (12 points)

PARTIE A : ETUDE D'UNE FONCTION

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ;5]$ par $f(t)=10^4 e^{0,2t}$. Soit C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

On prendra pour unités graphiques : 3 cm pour une unité sur l'axe des abscisses, 5 cm pour 10 000 unités sur l'axe des ordonnées.

1. a. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

b. Donner le tableau de variation de f sur I. On justifiera le sens de variation et on précisera les valeurs exactes $f(0)$ et $f(5)$.

2. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant en arrondissant les résultats à la centaine la plus proche.

t	0	1	2	3	4	5
$f(t)$	30				22 300	

b. Tracer la courbe C.

PARTIE B : APPLICATION

On étudie la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé en fonction du temps t exprimé en heure, pour t compris entre 0 et 5. La densité bactérienne donnant le nombre de bactéries par millilitre est une fonction du temps t, notée y.

Dans l'étude faite, la densité bactérienne y est la solution de l'équation différentielle $y' = 0,2\,y$ qui vérifie la condition initiale $y(0) = 10\ 000$.

1. Vérifier que la densité bactérienne de cette culture est la fonction f étudiée dans la partie A.

2. Calculer la densité bactérienne à l'instant $t = 4,5$. On donnera le résultat arrondi à la centaine la plus proche.

3. a. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, l'intervalle de temps pendant lequel la densité bactérienne est inférieure ou égale à 20 000.

b. Retrouver le résultat par le calcul.

30. Métropole – Juin 1997

EXERCICE 1 (8 points)

L'objectif de l'exercice est d'exploiter les données statistiques fournies par le tableau et le diagramme circulaire de l'annexe, auxquels on se référera pour répondre aux questions posées.

1. A la fin de l'année 1993, les cas de sida qui ont été déclarés depuis le début de l'épidémie s'élèvent à 28 497. Combien de cas avaient été déclarés avant 1988 ?

2. Depuis le début de l'épidémie jusqu'à la fin de l'année 1993, le nombre de personnes mortes des suites du sida est égal à 16 331.

Quel est, au cours de cette période, le pourcentage des personnes déclarées atteintes du sida qui sont mortes des suites de cette maladie ? (arrondir le taux de pourcentage à l'entier le plus proche).

3. Parmi les nouveaux cas de sida déclarés en 1993 :

a. calculer le pourcentage des toxicomanes.

b. calculer le nombre d'enfants infectés par voie materno-fœtale (arrondir à l'entier le plus proche)

4. Dans un manuel de S.M.S, on peut lire :

« Le nombre de nouveaux cas déclarés en France augmente chaque année. La progression de 1991 à 1992 approche 10 %. Cependant, on observe un léger tassement de cette progression de 1992 à 1993. »

Justifier à l'aide de calculs chaque information soulignée dans le texte ci-dessus.

ANNEXE

LE SIDA EN FRANCE

Cas de Sida déclarés chaque année en France depuis 1988

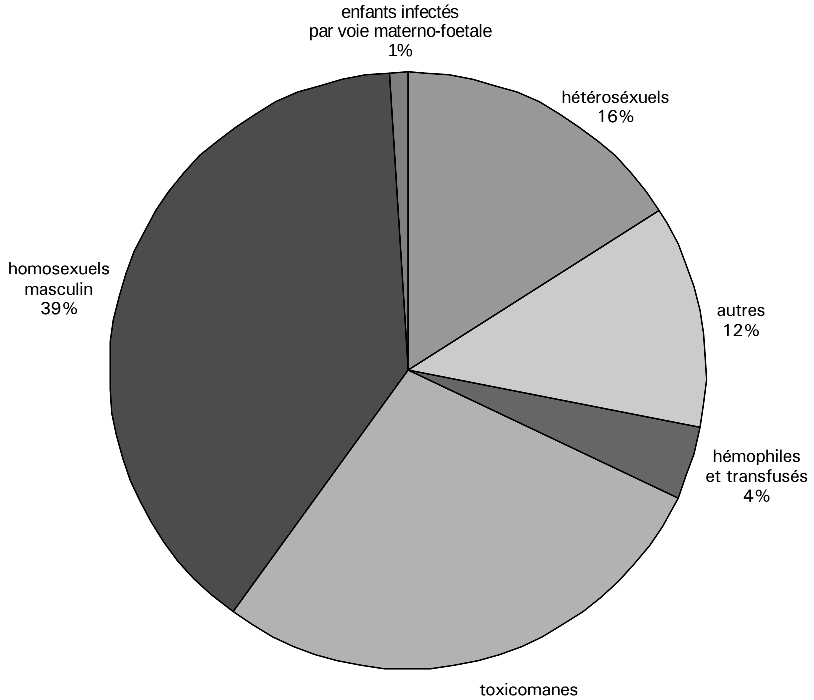
Au 31.12.1993, le nombre de cas de sida recensés en France depuis le début de l'épidémie s'élève à 28 497.

Source : Sciences sanitaires et sociales Term SMS - 1995

Année	Nombre de cas nouveaux déclarés
1988	2162
1989	3728
1990	4262
1991	4775
1992	5249
1993	5618

Source : BEH, réseau national de santé publique

Répartition des nouveaux cas de sida déclarés en France en 1993
selon le mode de transmission.



Source : la Santé en France, rapport du haut comité de la Santé Publique 1994

EXERCICE 2 (12 points)

PARTIE A : ETUDE D'UNE FONCTION

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [1800\ ;\ 2050]$ par $f(x) = e^{0,003x-2}$.

1. a. Déterminer la dérivée f' de f.

b. Dresser le tableau de variations de f sur I. On justifiera le sens de variation et on complétera ce tableau avec les valeurs exactes $f(1800)$ et $f(2050)$.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant; on fera figurer les valeurs arrondies à 10^{-1} près.

x	1800	1850	1900	1950	2000	2050
$f(x)$	30		40,4			

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses à partir de 1800 et celui des ordonnées à partir de 30. On prendra pour unités graphiques : en abscisse 1 cm pour 20 unités, en ordonnée 1 cm pour 2 unités.

Tracer soigneusement la courbe représentative de la fonction f en utilisant le tableau de valeurs ci-dessus.

PARTIE B : APPLICATION

On admet que, pour x compris entre 1800 et 2000, la relation $f(x) = e^{0,003x-2}$ donne une approximation convenable du nombre d'habitants d'un pays (en millions) en fonction de l'année x.

1. Calculer la population de ce pays en 1970. Donner le résultat arrondi à la centaine de mille la plus proche.

2. On constate sur la courbe de la partie A que l'équation $f(x) = 38$ admet sur l'intervalle [1800 ; 2000] une seule solution que l'on nomme α.

a. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, la valeur de α. Donner le résultat de la lecture arrondi à la dizaine la plus proche.

b. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 38$ et retrouver par le calcul le résultat précédent.

31. Antilles – Septembre 1996

EXERCICE 1 (10 points)

Une ville possède deux centres aérés A et B. L'objet de l'exercice est l'étude comparative de l'évolution des effectifs des centres aérés A et B.

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses à partir de 0 et l'axe des ordonnées à partir de 100.

On prendra pour unités graphiques : en abscisse, 2 cm pour une année, en ordonnée, 2 cm pour 10 enfants.

Partie A - Étude du centre aéré A

Les effectifs du centre aéré A sont donnés par la série chronologique suivante :

Année	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année : x	1	2	3	4	5
Effectif : y	123	129	135	140	145

1. Représenter le nuage de points associé à cette série.

2. On appelle G_1 et G_2 les points moyens des nuages constitués, d'une part par les années 1991 et 1992, d'autre part les années 1993, 1994 et 1995.

- Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.
- Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = 5{,}6\,x + 117{,}6$.

On admettra que la droite $(G_1\,G_2)$ constitue une bonne approximation du nuage de points considéré.

Partie B - Étude du centre aéré B

Les effectifs du centre aéré B sont donnés par la série chronologique suivante :

Année	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année : x	1	2	3	4	5
Effectif : y	160	159	158	155	153

1. Sur le même graphique qu'en 1., représenter le nuage de points correspondant au centre aéré B.

2. On admettra que la droite Δ d'équation $y = -1{,}6\,x + 161$ constitue une bonne approximation de ce nuage. Tracer la droite Δ.

3. À l'aide de la droite (G_1G_2) et de la droite Δ, prévoir par lecture graphique l'année à partir de laquelle l'effectif du centre aéré A sera plus important que celui du centre aéré B. Calculer pour l'année trouvée l'effectif attendu pour chaque centre.

EXERCICE 2 (10 points)

Partie A : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0\,;13]$ par :

$$f(x) = 0,02x^3 - 0,39x^2 + 2,16x + 5.$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (*unité graphique: 1 cm*).

1. Calculer $f'(x)$.

2. L'étude du signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x est donnée dans le tableau de variation ci-dessous.

Recopier et compléter ce tableau de variation en indiquant uniquement le sens de variation.

x	0		4		9		13
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
f							

3. On donne le tableau de valeurs numériques suivant (les valeurs de $f(x)$ ont été arrondies à 10^{-1} près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(x)$	5	6,8	7,9	8,5	8,7	8,6	8,2	7,9	7,6	7,4	7,6	8,2	9,3	11,1

Tracer soigneusement la courbe (C).

Partie B : Application

On a étudié l'évolution du taux de chômage de la population active entre les années 1980 et 1993. En prenant pour année de référence l'année 1980, on peut considérer le tableau suivant, où x représente le rang de l'année par rapport à l'année 1980.

Année	1980	1981	1982	...	1992	1993
x	0	1	2	...	12	13

On admet alors que le taux de chômage de l'année de rang x est égal à $f(x)$, où f est la fonction étudiée dans la partie A.

Utiliser les résultats de la première partie pour répondre aux questions suivantes :

1. Entre 1980 et 1990, en quelle année le taux de chômage a-t-il été maximum ?
2. Entre 1980 et 1993, sur quelle période y a-t-il eu décroissance du taux de chômage ?
3. Entre 1980 et 1993, en quelles années le taux de chômage a-t-il été supérieur à 8 ?

32. Métropole – Septembre 1996

EXERCICE 1 (9 points)

Trois médicaments sont proposés sous différents conditionnements.

Le premier médicament M_1 est proposé en ampoules (A), en comprimés (C) ou en gélules (G).

Le deuxième médicament M_2 est proposé en ampoules (A) ou en comprimés (C).

Le troisième médicament M_3 est proposé en comprimés (C) ou en gélules (G).

Une personne achète d'abord M_1 puis M_2 puis M_3 en laissant le hasard décider du conditionnement.

On note, dans l'ordre, les choix respectifs pour M_1, M_2 et M_3.

Par exemple le choix C A G signifie que :

M_1 est sous forme de Comprimés ;

M_2 est sous forme d'Ampoules ;

M_3 est sous forme de Gélules.

Partie A

1. Donner les 12 choix possibles. On pourra s'aider d'un arbre.
2. Donner les choix correspondants aux événements suivants :

E_1 : " les trois médicaments sont délivrés sous forme de comprimés " ;

E_2 : " deux médicaments exactement sont délivrés sous forme de comprimés " ;

E_3 : " les trois médicaments sont délivrés sous trois conditionnements différents " ;

E_4 : "M_1 est délivré sous forme de comprimés et M_3 sous forme de gélules " ;

E_5 : "M_1 est délivré sous forme de comprimés ou M_3 sous forme de gélules ".

Partie B

On suppose que tous les choix sont équiprobables. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer la probabilité $P(E_1)$ de l'événement E_1.
2. Montrer que $P(E_2) = \frac{1}{3}$.
3. Calculer de même $P(E_3)$; $P(E_4)$; $P(E_5)$.

EXERCICE 2 (11 points)

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A - Observation de graphiques

On se propose d'étudier l'évolution du taux d'alcoolémie (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) en fonction du temps (exprimé en heures) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool.

On donne sur l'annexe ci-jointe, la courbe d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé à jeun (GRAPHIQUE G_1) et la courbe d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments (GRAPHIQUE G_2).

À l'aide des graphiques G_1 et G_2, répondre aux deux questions suivantes.

1. Dans chacun des deux cas, donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et le temps au bout duquel il est atteint.

Peut-on alors affirmer que le taux d'alcoolémie atteint son maximum plus vite à jeun ?

2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/l.

Dans chacun des deux cas, indiquer en justifiant la réponse, si la personne respecte la législation en prenant le volant au bout de trois heures.

Partie B - Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 5], par : $f(x) = 4xe^{-x}$.

1. Vérifier que pour tout réel x de [0 ; 5] : $f'(x) = 4(1-x)e^{-x}$.
2. a. Étudier le signe de $(1 - x)$ pour x dans l'intervalle [0 ; 5].

b. En déduire, selon les valeurs de x, le signe de $f'(x)$.

3. a. Calculer $f'(1)$ et $f(1)$.

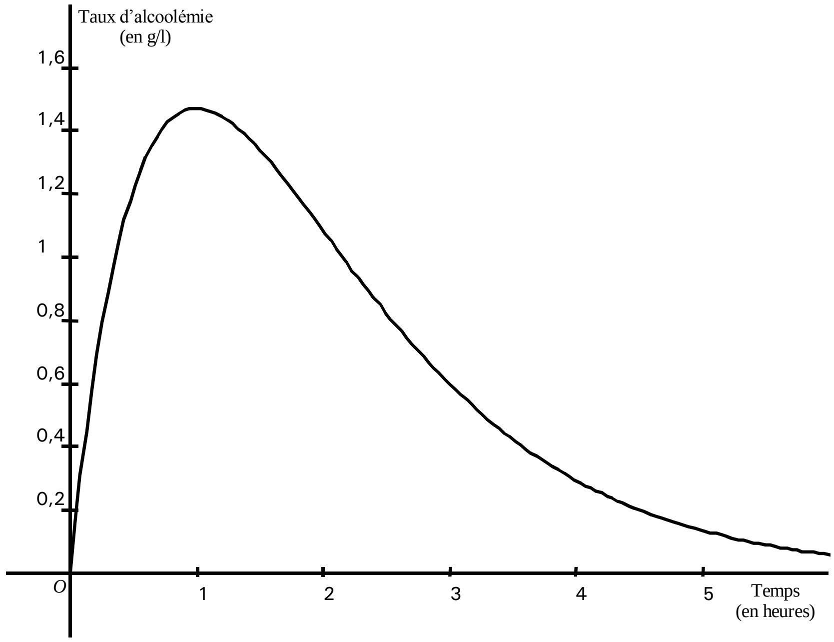
b. Dresser le tableau de variation de f.

4. La courbe représentative de la fonction f est l'un des deux graphiques G_1, G_2 de la partie A.

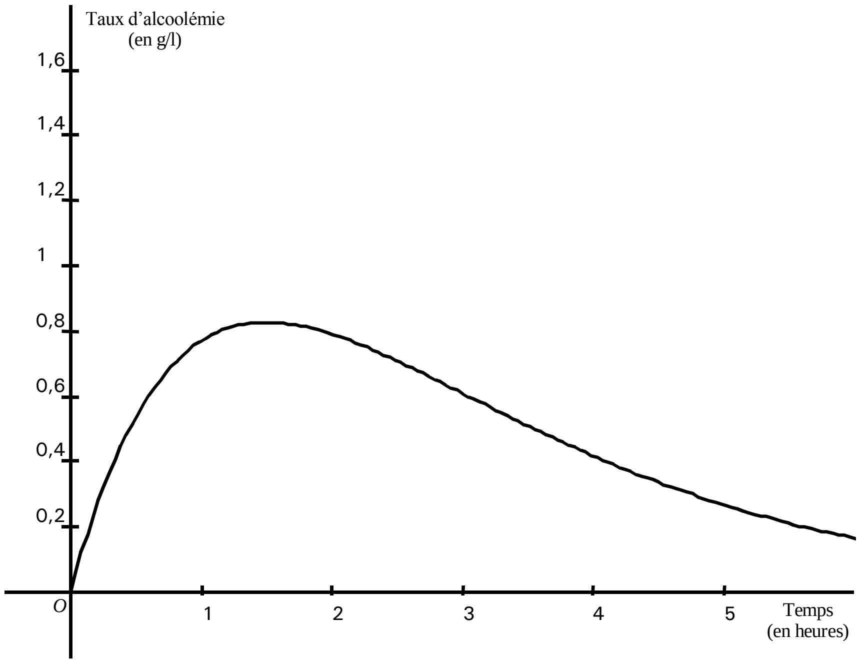
Quel graphique ne convient pas ? Justifier la réponse.

ANNEXE

Graphique G_1



Graphique G_2



33. Métropole – Juin 1996

EXERCICE 1

Le tableau suivant donne, dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Age en années x	36	42	48	54	60	66
Tension maximale y	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

1. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (x ; y) de cette série statistique dans un repère orthogonal.

On graduera l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11. De plus, on prendra pour unités graphiques : 0,5 cm pour une année, 2 cm pour une unité de tension.

2. G_1 désigne le point moyen des 3 premiers points du nuage et G_2 celui des 3 derniers points.

a. Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2.

b. Tracer la droite (G_1G_2).

c. Vérifier que la droite (G_1G_2) a pour équation : $y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}$.

3. On admet que la droite (G_1G_2) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent.

a. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles, la tension artérielle maximale prévisible pour une personne de 70 ans.

b. Vérifier le résultat précédent par le calcul en utilisant l'équation de la droite (G_1G_2).

EXERCICE 2

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,2 ; 1] par $f(x) = -8130 \ln x$.

1. a. Calculer la dérivée $f'(x)$.

b. Montrer que pour tout x de l'intervalle [0,2 ; 1], $f'(x)$ est négatif.

2. Faire le tableau de variation de la fonction f.

3. On donne le tableau suivant :

x	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	13 100		7 400			2 900			

Reproduire le tableau ci-dessus et calculer les valeurs $f(x)$ manquantes en arrondissant les résultats à la centaine la plus proche.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal tel que :

- 10 cm représentent une unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm représente mille unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On admet que tant qu'un organisme est vivant la quantité de carbone 14 qu'il contient est constante. Après sa mort, cette quantité de carbone 14 diminue. On appelle x la fraction de carbone 14 restant dans l'organisme.

On admet que l'expression $f(x) = -8130 \ln x$ donne l'âge $f(x)$, en années, d'un fossile en fonction de x.

1. a. Calculer l'âge d'un fossile qui contient encore $\frac{35}{100}$ de son carbone 14 c'est à dire $x = 0,35$. Le résultat sera donné arrondi à la centaine d'années la plus proche.

b. Tracer sur la courbe de la partie A, les constructions utiles permettant de retrouver ce résultat.

2. Faire sur la courbe les tracés permettant de lire la valeur de x pour un fossile de 3 500 ans. Donner le résultat de la lecture arrondi au centième le plus proche.

34. Antilles – Juin 1995

EXERCICE 1 (11 points)

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

On a relevé à un moment donné le taux de cholestérol (exprimé en grammes par litre de sang) et l'âge (en années) d'un échantillon de la population d'une région. Les résultats sont consignés dans le tableau d'effectifs à double entrée ci-après.

On peut lire, par exemple, que dans l'échantillon considéré il y a 8 individus entre 50 et 60 ans qui ont un taux de cholestérol compris entre 2,0 et 2,2 g.

Age / Taux	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	70 et plus	Totaux
[1,6 ; 1,8[	23	15	12	9	5	4	68
[1,8 ; 2,0[	14	13	11	9	7	5	59
[2,0 ; 2,2[	4	9	7	8	10	7	45
[2,2 ; 2,4[	0	3	5	5	8	9	30
[2,4 ; 2,6[	1	2	3	3	4	5	18
Totaux	42	42	38	34	34	30	220

1. On affirme que plus de 47 % des individus de l'échantillon ont un taux de cholestérol appartenant à l'intervalle [1,8 ; 2,2[. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.

2. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la classe d'âge [50 ; 60[ait un taux de cholestérol appartenant à l'intervalle [1,8 ; 2,2[?

Partie B

On s'intéresse maintenant à un nouveau tableau dans lequel figure le taux moyen de cholestérol par tranche d'âge (on a remplacé les intervalles par leur centre).

Âge	25	35	45	55	65	75
Taux moyen	1,82	1,93	1,98	2,01	2,09	2,14

1. Représenter par un nuage de points cette nouvelle série statistique. On utilisera un repère orthogonal dans lequel les âges seront portés en abscisses (unité : 2 cm pour 10 ans) et les taux de cholestérol en ordonnées (unité graphique 5 cm).

2. a. On appelle G_1 le point moyen des trois premiers points du nuage et G_2 celui des trois derniers.

Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 et tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.

b. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, le taux moyen de cholestérol d'un individu de 15 ans.

3. On veut déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) sous la forme : $y = mx + p$.

a. Montrer que 0,006 et 1,71 sont respectivement des valeurs approchées de m et p.

b. Retrouver par le calcul le résultat obtenu au 2.b.

EXERCICE 2 (9 points)

On injecte à un malade une dose de 2 centimètres cubes d'un certain médicament M.

La quantité de ce médicament présente dans le sang du malade pendant les 24 heures suivant l'injection est donnée par la courbe ci-dessous :

Quantité de médicament contenue dans le sang pendant les 24 premières heures

On remarquera que cette quantité diminue, du fait de l'élimination naturelle.

1. À l'aide du graphique :

a. Déterminer combien de temps s'est écoulé après l'injection pour que la quantité présente dans le sang soit la moitié de la dose injectée, qui était de deux centimètres cubes.

b. Donner une approximation, à l'unité près, du pourcentage de la quantité restant dans le sang au bout de vingt-quatre heures, par rapport à la dose injectée.

2. On admet que la quantité de médicament $g(t)$ (exprimée en cm^3) contenue dans le sang après un temps t (exprimé en heures) est donnée par la formule : $g(t) = 2e^{-\frac{t}{12}}$.

a. Calculer $\dfrac{g(24)}{g(0)}$.

b. Résoudre l'équation d'inconnue t, $g(t) = \dfrac{1}{2}g(0)$.

c. Quels liens existe-t-il entre les résultats a. et b. ci-dessus et la question 1. ?

35. Groupement interacadémique II – Juin 1995

EXERCICE 1 (9 points)

Le personnel d'un hôpital est réparti en trois catégories :

les médecins, le personnel soignant, le personnel administratif et technique.

Parmi les 350 membres du personnel de cet hôpital, 70 sont des hommes. Parmi les hommes, 28 sont médecins. De plus il y a deux fois moins de femmes médecins que d'hommes médecins.

1. Dans le tableau suivant des informations sont déjà placées.

	Nombre d'hommes	Nombre de femmes	TOTAL
Médecins			
Personnel soignant		230	250
Personnel administratif et technique			

TOTAL			350

a. Compléter ce tableau après l'avoir reproduit.

b. Est-il vrai que l'ensemble des médecins représente 12 % de l'ensemble du personnel de cet hôpital ? Justifier votre réponse.

c. Parmi les 250 soignants, quel est le pourcentage de femmes ?

2. Dans cette question les résultats seront donnés avec deux décimales. On choisit, au hasard, une personne parmi les 350 membres du personnel. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : “ Il s'agit d'un soignant ” ;

B : “ Il s'agit d'une femme médecin ” ;

C : “ Il s'agit d'une femme ou d'un médecin ”.

EXERCICE 2 (11 points)

Partie A : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 12]$ par : $f(t) = 3e^{-0,1t}$.

Soit C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. (Unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses ; 4 cm sur l'axe des ordonnées.)

1. Vérifier que la fonction dérivée f' est définie sur I par : $f'(t) = -0,3e^{-0,1t}$

2. En déduire le signe de $f'(t)$ et dresser le tableau de variation de f sur I.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant. (Les valeurs décimales approchées seront données à 10^{-1} près.)

t	0	1	2	4	6	8	10	12
$f(t)$								

b. Tracer soigneusement C.

Partie B : Application

À l'instant $t = 0$, on injecte dans le sang une dose de 3 ml d'un médicament. On se propose d'étudier le processus d'élimination du produit au cours des 12 heures suivant l'injection. La quantité de médicament présente dans le sang (exprimée en ml) en fonction du temps (exprimé en heures) est $f(t)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

1. a. Quelle est, à 10^{-1} près, la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures ? de 5 heures 30 minutes ?

b. Vérifier graphiquement les résultats précédents en faisant apparaître sur le schéma de la partie A les constructions utiles.

2. On injecte à un patient une dose de 3 ml du médicament. Lorsque la quantité de produit présente dans le sang devient inférieure à 1,25 ml, on injecte à ce patient une seconde dose.

Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, indiquer au bout de combien de temps on procède à la seconde injection.