Polynésie

1. Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse erronée ou une absence de réponse n'ôte pas de point.

On notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

Un dentiste analyse son fichier de clientèle et se rend compte que sur ses patients :

- 60 % sont de sexe féminin;
- 30 % sont mineurs (c'est-à-dire qu'ils sont âgés de moins de 18 ans) ;
- 16 % sont de sexe masculin et ont moins de 18 ans.

II choisit au hasard la fiche de l'un de ses patients. On note :

F l'évènement : « la fiche est celle d'une personne de sexe féminin » ;

$\overline{F}$ l'évènement contraire de F ;

M l'évènement : « la fiche est celle d'une personne mineure » et $\overline{M}$ l'événement contraire de M.

On pourra présenter les données dans un tableau.

Les résultats proposés ont été arrondis à 10^{-1} *près.*

1. La probabilité que la fiche soit celle d'une fille de moins de 18 ans est :

a. 0,16 b. 0,30 c. 0,14

2. La probabilité que la fiche soit celle d'une personne mineure, sachant qu'il s'agit d'une personne de sexe féminin est :

a. 0,14 b. 0,23 c. 0,08

3. $P_{\overline{F}}\left(\overline{M}\right)$

a. 0,60 b. 0,24 c. 0,76

4. La probabilité que la fiche soit celle d'une personne mineure ou de sexe féminin est :

a. 0,14 b. 0,76 c. 0,90

5. On a tiré la fiche d'un patient mineur. La probabilité que ce soit celle d'une personne de sexe féminin est :

a. 0,47 b. 0,23 c. 0,14

Corrigé

1. Il vaut mieux faire un tableau qu'un arbre :

	Mineur	Majeur	Total
Fille	14	46	60
Garçon	16	24	40
Total	30	70	100

Donc 14% sont des filles mineures. Réponse c.

2. $P_F\left(M\right)=\dfrac{\text{nombre de filles mineures}}{\text{nombre de filles}}=\dfrac{14}{60}=0,23$. Réponse b.

3. $P_{\overline{F}}\left(\overline{M}\right)=\dfrac{\text{nombre de garçons majeurs}}{\text{nombre de garçons}}=\dfrac{24}{40}=0,6$. Réponse a.

4. $p\left(F\cup M\right)=p\left(F\right)+p\left(M\right)-p\left(F\cap M\right)=\dfrac{60+30-14}{100}=0,76$. Réponse b.

5. $P_M\left(F\right)=\dfrac{\text{nombre de filles mineures}}{\text{nombre de mineurs}}=\dfrac{14}{30}=0,47$. Réponse a.

2. Exercice 2

7 points

Le tableau ci–dessous donne les effectifs des médecins au 31 décembre 1990 et au 31 décembre 2002 :

	A	B	C	D	E
1	Année	1990	2002		
2					
3	Effectif des médecins				
4	Total	177470	205185		
5	dont : médecine générale	93387	100541		
6	spécialités médicales	48033	57127		
7	spécialités chirurgicales	21393	24528		
8	psychiatrie	11897	13727		
9	biologie médicale	1950	3109		
10	santé publique et travail	800	6153		
11					
12					

Champ : France métropolitaine ; Source :ministère de la Santé, de la Jeunesse et des Sports

1. On voudrait connaître l'évolution, en pourcentage, de ces effectifs entre 1990 et 2002.

a. Quel est le taux d'évolution, donné en pourcentage, de l'effectif total des médecins, entre 1990 et 2002 ?

Le résultat sera donné à 0,1% *près.*

b. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D4, puis recopier vers le bas, pour obtenir les taux d'évolution des effectifs des différentes catégories de médecins ?

c. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En supposant que l'effectif total des médecins augmente du même pourcentage chaque année entre 1990 et 2002, déterminer le taux d'évolution annuel de cet effectif.

2. On sait qu'en moyenne, de 2002 à 2008, l'effectif total des médecins a augmenté de 0,7 % par an. On modélise cette évolution par une suite ; on désigne par u_n l'effectif total des médecins pour l'année $(2002+n)$. Ainsi $u_0 = 205185$.

a. Calculer la valeur de u_1 (le résultat sera arrondi à l'unité).

b. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}007u_n$.

c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Exprimer u_n en fonction de n.

d. En supposant que cette modélisation reste valable jusqu'en 2010, à combien peut-on estimer le nombre total de médecins en 2010, arrondi à l'unité ?

Corrigé

1. a. $\dfrac{205185-177470}{177470}\approx 0,156=15,6\%$.

b. =(C4 – B4)/B4.

c. On a un coefficient multiplicateur qui s'applique de 1999 à 2000, de 2000 à 2001 et de 2001 à 2002, soit trois fois : on doit donc trouver le pourcentage annuel t tel que $(1+t)^3 = 1,156$, soit en résolvant par les log : $3\log(1+t) = \log 1,156 \Rightarrow \log(1+t) = 0,021 \Rightarrow 1+t = 10^{0,021} = 1,05 \Rightarrow t = 5\,\%$.

2. a. $u_1 = u_0 \times (1+0,007) = 206621$.

b. $u_{n+1} = u_n + \frac{0,7}{100}u_n = (1+0,007)u_n = 1,007u_n$.

c. (u_n) est une suite géométrique. $u_n = (1,007)^n u_0$.

d. $u_{10} = u_0(1,007)^{10} \approx 220009$.

3. Exercice 3

8 points

Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période et exprimée en jours, est notée t. Le nombre de cas en fonction de la durée t est donné en milliers, par la fonction f de la variable réelle t définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 11], dont la représentation graphique C_f est donnée ci-dessous.

Ce graphique, sur lequel le candidat pourra faire figurer des traits de construction utiles au raisonnement sera rendu avec la copie.

Partie A : étude graphique

Pour cette partie, on se réfèrera à la courbe représentative C_f de la fonction f.

1. On considère que la situation est grave lorsque le nombre de cas est d'au moins 150 000 malades. Pendant combien de jours complets cela arrive-t-il ?

2. La droite (OA) est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0, où A est le point de coordonnées (10 ; 112,5).

Déterminer $f'(0)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

3. Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas.

a. Déterminer graphiquement le nombre maximal de malades sur la période des 11 jours observés et le moment où il est atteint. Que peut-on dire alors de la vitesse d'évolution de lamaladie ?

b. Déterminer graphiquement à quel moment de l'épidémie la maladie progresse le plus vite.

Partie B : étude théorique

La fonction f évoquée dans la partie A est définie par : $f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t$.

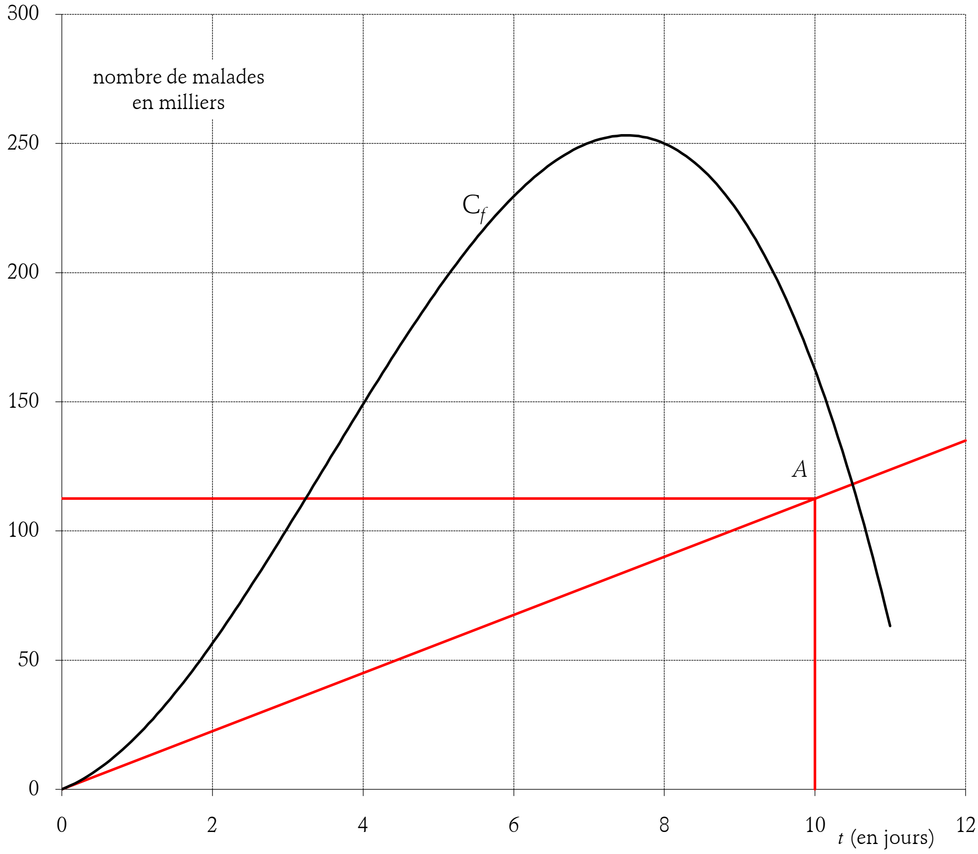
1. Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs suivant :

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(t)$							229,5					

2. Calculer $f'(t)$ et vérifier que, pour tout t de l'intervalle [0 ; 11], $f'(t) = -3\left(t+\frac{1}{2}\right)\left(t-\frac{15}{2}\right)$.

3. Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 11]. Cette réponse est-elle cohérente avec la courbe C_f ? Expliquer.

4. Retrouver le résultat de la question 2. de la partie A.



<u>Corrigé</u>

Partie A

1. Du 4ème à un peu plus du 10ème le nombre de malades est au-dessus de 150 000.

2. $f'(0)$ est la pente de la droite (OA), soit $\dfrac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \dfrac{112{,}5}{10} = 11{,}25$.

3. a. Le nombre maximal de malades est atteint vers le milieu du 7ème jour. La vitesse d'évolution est alors nulle car la dérivée s'annule.

b. La maladie progresse le plus vite lorsque la pente de la courbe est la plus forte, soit vers le 3ème jour.

Partie B

La fonction *f* évoquée dans la partie A est définie par : $f(t) = -t^3 + \dfrac{21}{2}t^2 + \dfrac{45}{4}t$.

1.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(t)$	0	20,8	56,5	101,3	149,0	193,8	229,5	250,3	250,0	222,8	162,5	63,3

2. $f'(t) = -3t^2 + \dfrac{21}{2}(2t) + \dfrac{45}{4}(1) = -3t^2 + 21t + \dfrac{45}{4}$.

Développons $f'(t) = -3\left(t + \dfrac{1}{2}\right)\left(t - \dfrac{15}{2}\right) = -3\left(t^2 - \dfrac{15}{2}t + \dfrac{1}{2}t - \dfrac{15}{4}\right) = -3\left(t^2 - 7t - \dfrac{15}{4}\right) = -3t^2 + 21t + \dfrac{45}{4}$.

3. $\left(t + \dfrac{1}{2}\right)$ est strictement positif sur [0 ; 11] et –3 négatif ; donc f' est du signe contraire de $t - \dfrac{15}{2}$, soit positif lorsque $t < \dfrac{15}{2}$ et négatif sinon, ce qui correspond bien à la courbe, croissante jusqu'à 15/2=7,5 et décroissante après.

4. $f'(0)=\frac{45}{4}=11,25$.