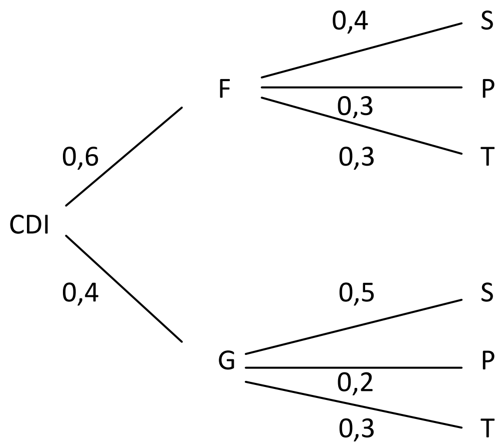
Correction concours GEIPI 2014

(Correction réalisée par des élèves)

<u>Exercice 1 :</u>

PARTIE A :

1.



2. P_1= P(F $\cap$S) = P(F) x P_F(S) = 0,6 x 0,4 = 0,24

3. P_2= P(F $\cap$S) + P(G $\cap$S), D'après la formule des probabilités totales. F $\cap$S et G $\cap$S forment une partition de P_2 donc : P_2 = P(F) x P_F(S) + P(G) x P_G(S) = 0,6 x 0,4 + 0,4 x 0,5 = 0,44

4. P_3 = P_S(F) = $\frac{P(S\cap N)}{P(S)} = \frac{0{,}24}{0{,}44}$ = 0,5455

5. L'élève n'est pas en seconde donc P($\bar{S}$)= 1-P(S) = 1-0,44 = 0,54 .

Soit GS, l'événement : « Le garçon est en seconde » ; P(GS) = 0.5

Donc P_4= $P_{\bar{S}}$ (G) = $\frac{P(\bar{S}\cap G)}{P(\bar{S})}$ = $\frac{P(G).(1-P(GS))}{P(\bar{S})}$=$\frac{0.4*0.5}{0.54}$=0.3704

PARTIE B :

1. X suit une loi binomiale (on réalise l'expérience dans des tirages indépendants dans un schéma de Bernoulli) de paramètre n et de probabilité p = 0,6
2. P5 = n combinaison 0 * 0,6^0 * 0,4^n = 0,4^n
3. P6 = P(X >ou égal à 1) = 1 – P(X=0) = 1 – 0,4^n
4. P($X \geq 1$) > 0,99 équivaut à 1- 0,4^n > 0,99 équivaut à 0,4^n < 0,01 équivaut à n > ln(0,01) / ln(0,4) environ égal à 5,09 donc n > ou égal à 6

PARTIE C :

1. I = $\left[p - u\alpha * \frac{\sqrt{p(1-p)}}{n} ; \frac{Xn}{n} ; p + u\alpha * \frac{\sqrt{p(1-p)}}{n}\right]$ = $\left[0{,}504 ; \frac{Xn}{n} ; 0{,}696\right]$

2. On peut affirmer au seuil de 5% de risque que la fréquence de filles observées au CDI dans la matinée confirme l'hypothèse d'enquête .

En effet Xn observé = 68 et n = 100.

Xn/n = 68 /100 = 0,68 ce nombre est inclus dans l'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95% de F.

Exercice 2

$g = \frac{x}{lnx}$ sur]1 ; +∞[

1. g'(x)= $\frac{u'v - v'u}{v^2}$

   u'= 1

   v'= $\frac{1}{x}$

   g'(x)=$\frac{lnx-1}{lnx^2}$
2. Signe de g'(x) : 2lnx > 0 toujours vrai.

   $\ln(x) - 1 \geq 0$

   $\ln(x) \geq 1$

   $x \geq e$

   $xo = e$

   $g(xo) = e$
3. $g(x) = m$

   $$\frac{x}{\ln(x)} = m$$

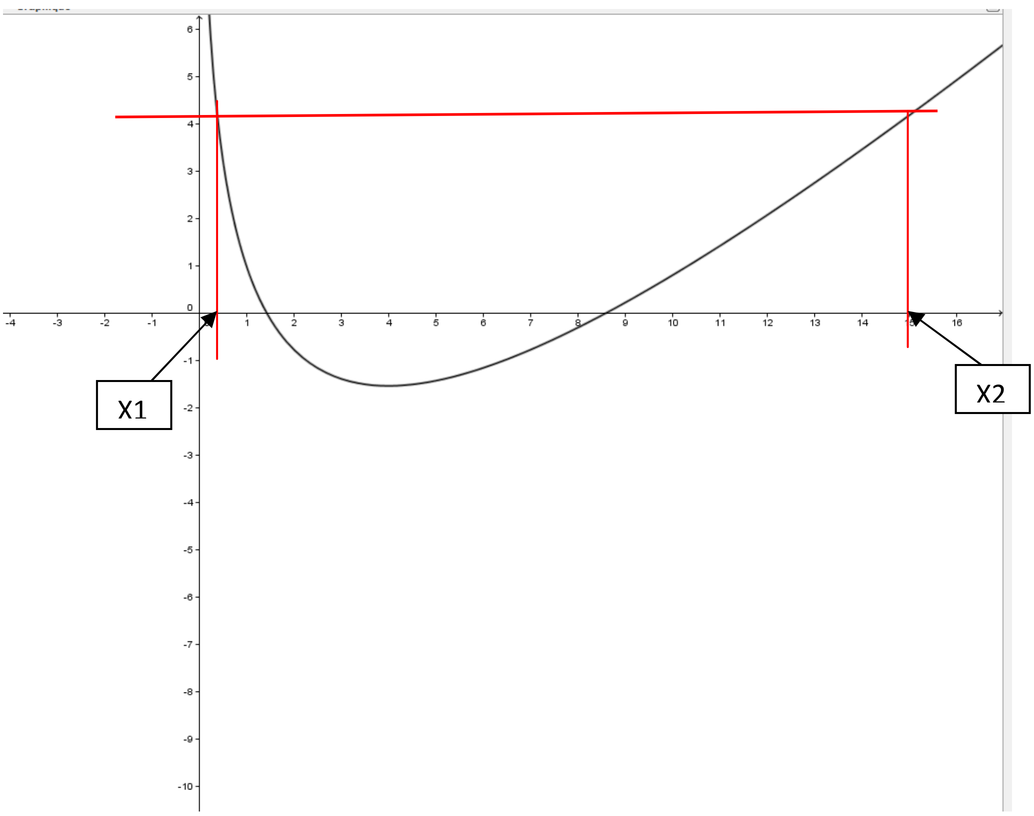
   $m < e$: pas de solution

   $m = e$: une solution : x=e

   $m > e$: 2 solutions

4. a) g(x)=4 a 2 solutions sur (1 ; +∞)

   Sur (1 ;e) ; g strictement décroissante et continue ; g(x) appartient à (+∞ ; e) donc g(x)=4 a une solution. Sur (e ;+ ∞) g strictement croissante et continue ; g(x) appartient à (e ;+ ∞) donc g(x)= 4 a aussi une solution b)



Partie B :

1. a)

$\lim\limits_{0+} \frac{f(x)}{}$ = lim (x-4lnx)=+∞

Car x tend vers 0+ et -4lnx tend vers +∞

b) (quand x tend vers +∞)

$lim \frac{lnx}{x} = 0$: croissances comparées

$\text{Lim}\, f(x) = limx\left(1 - \frac{4lnx}{x}\right)$=+∞

Car x tend vers +∞ et $1 - \frac{4lnx}{x}$tend vers 1

2. f'(x) = x' -4ln'x

x'=1 et $ln'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x}$

f'(x)> 0

-4/x>-1

x>4

3. Equation :

Y=f'(a)(x-a)+f(a)

=-3(x-1)+1

=-3x+3+1

=-3x+4

4.

x	0	4 +infini
f'(x)	-	+
F(x)	↘	-1.545 ↗

5.

Pour que P appartient à l'axe des abscisses on doit résoudre :

x-ln(x)=0

x=4ln(x)

x/ln(x) = 4

Et donc g(x) =4.

Exercice 3

- *Partie A*

1. Soit f, la fonction définie sur [0 ;π] par : f(x) = cos (x)

   On définit les variations de f sur cet intervalle :

x	0		π
Variations de f	1	↘	-1

   On remarque que la fonction est continue et strictement décroissante sur cet intervalle, d'après le TVI , il existe donc une valeur comprise entre 0 et π tel que f(x_0) = cos (x_0) = 0.2

2.a. Les valeurs affichées pour a et b sont : a= 1.125 et b = 1.5

2.b On en déduit que 1.125 < x_0<1.5

- *Partie B*

1. Soit F(x)= sin (2x)

F'(x)= 2.cos(2x)

2.

x	0		π/4		π/2
Signe de 2.cos(2x)		+	0	-	
variations de F(x)	0	↗	1	↘	0

Représentation graphique de la fonction F(x) :

- Partie C

1. At=∫ (de 0 à t) sin(2x).dx = [-0.5cos(2x)] (de 0 à t) =-0.5cos(2t) – (-0 .5cos(0))= -0.5 cos (2t) +0.5

2.a At= 0.4

-0.5 cos (2t) +0.5 =0.4

-0.5 cos (2t) = - 0.1

Cos(2t) = 0.2

On en déduit que β=0.2

2b. cos($2t_0$) = cos(x_0) = 0.2

Donc x_0= (plus ou moins) $2t_0$

$x_0/2= t_0$

x_0= (1.3125 + 1.40625)/2 = 1.359375

t_0 = 0.68

3. voir courbe

exercice n°4

Question n°1 :

A] Les vecteurs sont : vect(n1) = (-2 ;1;1) et vect(n2) = (2;5;-1)

B] Produit scalaire : vect(n1).vect(n2)= (-2)x2 + 5x1 + (-1)x1 =0

Question n°2 :

A] On verifie les coordonnées de A dans les equations P1 et P2 :

P1 : (-2)x(-4) +(-2) +2 =8 → Ok

P2 : 2x(-4) + 5x(-2) -2 =-20 → Ok Donc A appartient bien aux deux plans et est donc sur la droite sécante des deux : D1

B] vect (u1) =(1;0;2)

Produit scalaire : vect(u1).vect(n1)= 1x(-2) +0x1 +2x1 = 0

Produit scalaire : vect(u1).vect(n2)= 1x(2) +0x5 +2x(-1) = 0

Donc vect(u1) est bien un vecteur directeur de D1

<u>Question n°3 :</u>

Système :

$$\begin{cases} -2x + y + z = 8 \\ 2x-5y - z= -20 \\ z = t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=2x-z+8 \\ 2x+5(2x-z+8)-z = -20 \\ z=t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=2x-z+8 \\ 12x -6z = -60 \\ z=t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y= 2(-5+0.5t) - z + 8 \\ x = -5 + 0.5t \\ z=t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x= -5 + 0.5t \\ z=t \end{cases}$$

<u>Question n°4 :</u>

$$D1 \begin{cases} x = -5 + 0.5t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases} \qquad D2 : \begin{cases} x = 5 \\ y = k \\ z = -2+k \end{cases}$$

D1 = D2 donc : -5 +0.5t = 5, soit k = -2 et t = -2+k = -4

-5+0.5*(-4)=(-5)*(-2) =-7 ce qui est différent de 5 c'est donc faux.

<u>Question n°5 :</u>

H appartient a D1, K appartient a D2, vect(HK) =(10-0.5t ; k+2 ;0).