FICHE n°12 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Les vecteurs sont non nuls et pris dans un repère orthonormal de l'espace

$\vec{n}$ est **normal** au plan P si $\vec{n}$ est orthogonal à P

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si $\exists k \in \mathbb{R},\ \vec{v} = k\vec{u}$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont **coplanaires** si $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}^2$, $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$

Equation d'une droite

La droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ est $\{M \in \mathcal{E} \,/\, \vec{AM} = t\vec{u}\}$

$\vec{u} = (\alpha, \beta, \gamma)$

Soit : $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \end{cases}$

Equation d'un plan

Le plan P passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$ est $\{M \in \mathcal{E} \,/\, \vec{AM} \cdot \vec{n} = 0\}$

$\vec{n} = (a, b, c)$

Soit : $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow$

$ax + by + cz - (ax_A + by_A + cz_A) = 0$

Equations

1. Du plan (xOy) : $z = 0$
2. De l'axe des x : $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$
3. De la sphère de centre I et de rayon R

$(x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 + (z - z_I)^2 = R^2$

Si D a pour équation :

$\begin{cases} x = a + td \\ y = b + te \\ z = c + tf \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ alors :

$\vec{v}(d, e, f)$ est vecteur directeur de D

A(a, b, c) est un point de D

Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$

AB= $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + \dots}$

Milieu I de [AB]

I($\dfrac{x_A + x_B}{2}$, $\dfrac{y_A + y_B}{2}$, ...)

Barycentre G de (A,a) (B,b) $a+b \neq 0$

G(voir fiche 2)

Si P a pour équation :

ax+by+cz+d=0 avec $(a,b,c) \neq (0,0,0)$

$\vec{n}$ (a, b, c) est un vecteur normal à P

A(0, 0, $-d/c$) est un point de P

Distance d'un point à un plan

Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et P a pour équation :

ax+by+cz+d=0 alors:

$$d((A,P)) = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Volumes

Sphère de rayon R V= $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Pyramide (ex tétraèdre)

V= $\dfrac{1}{3}$ (base × hauteur)

Cube de coté a V= a^3