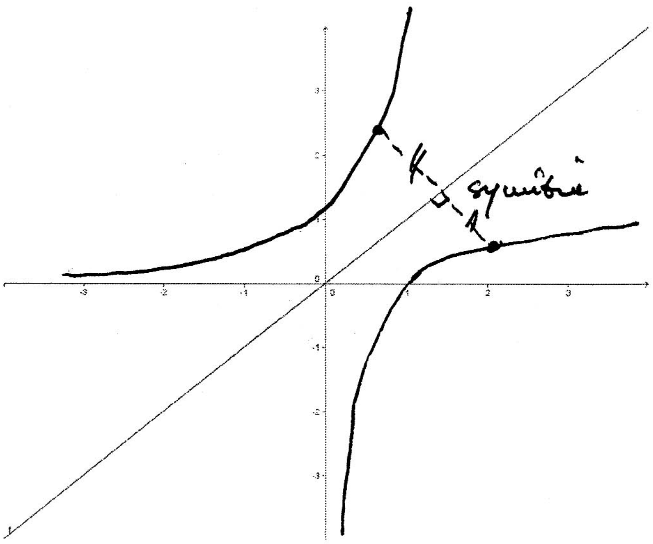
FICHE N°8 : LA GRANDE AMITIÉ ENTRE LES FONCTIONS LN ET EXP

Courbes représentatives



Limites

$n \in \mathbb{N}^*$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x x^n = 0$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x - 1} = 1$

Propriétés remarquables

$n \in \mathbb{Q}$

a>0 et b>0 $\qquad$ **a et b réels**

$\ln a + \ln b = \ln(ab)$ $\qquad$ $e^a e^b = e^{a+b}$

$\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$ $\qquad$ $e^{-a} = 1/e^a$

$\ln a - \ln b = \ln\left(\dfrac{a}{b}\right)$ $\qquad$ $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

$\ln(a^n) = n.\ln a$ $\qquad$ $(e^a)^n = e^{na}$

Dérivées

$(e^x)' = e^x$ $\qquad$ $(e^u)' = u'e^u$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ avec $x > 0$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ avec $u > 0$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad$ $(u^n)' = n.u'.u^{n-1}$

Réciprocité

$e^0 = 1$ $\qquad$ $\ln 1 = 0$

$e^1 = e$ $\qquad$ $\ln e = 1$

$e^{\ln X} = X$ pour tout $X \in]0\,;+\infty[$

$\ln(e^X) = X$ pour tout $X \in \mathbb{R}$

Equations et inéquations

$\ln X = A \iff X = e^A,\ A \in \mathbb{R}$

$\ln X > A \iff X > e^A$

$\ln X < A \iff X < e^A$

$e^X = A \iff X = \ln A,\ A > 0$

$e^X < A \iff X < \ln A$

$e^X > A \iff X > \ln A$