FICHE n°13 : LOIS DE PROBABILITES

LOI DISCRETE

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots \omega_n\}$

X est une variable aléatoire
(ex : X est le nombre d'articles défectueux dans un ensemble de 800 articles)

Loi de probabilité de X

x_i	x_1	x_2			x_n
P(X= x_i)	p_1	p_2			p_n

$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$

Espérance mathématique

E(X) = $\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

V(X) = $\sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 p_i = E(X^2) - E(X)^2$

σ(X)= $\sqrt{V(X)}$

LOI CONTINUE

Ω est un intervalle I de $\mathbb{R}$
(en général I=[a ;b] ou I=[0 ;+∞[ )

X est une variable aléatoire (ex : durée de vie d'un composant électronique)

Loi de probabilité de X $J \subset I$

$p(X \in J) = \int_J f(t)dt$ avec f appelée fonction de densité, continue et positive sur I
(ex : $p(X \in [c;d]) =$

On a toujours $\int_I f(t)dt = 1$

Espérance mathématique

E(X) = $\int_I tf(t)dt$

Temps de demi-vie

Cest le réel t tel que $p(X \le t) = p(X > t) = \frac{1}{2}$

Exemple Loi binomiale

Si X est la variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli, X suit la loi binomiale $B(n;p)$

avec n étant : le nombre de répétitions de l'expérience

et p étant : la probabilité de succès

Loi de probabilité :
Pour tout entier k avec $0 \le k \le n$

p(X=k)= $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

p(X=au moins un succès)= $1 - P(X=0)$
$= 1 - (1-p)^n$

Espérance et Variance

E(X) = np V(X) = $np(1-p)$

Exemple Loi exponentielle I=[0 ;+∞[

p(X<a)=p(0<X<a)= $\int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt$ avec a>0

p(X<a)=p(X$\le$a)= $1 - e^{-\lambda a}$

p(X>a)= $e^{-\lambda a}$

p(X$\in [a;b]$)= $e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$

E(X) = $\frac{1}{\lambda}$ V(X) =

Temps de demi-vie : t = $\frac{\ln 2}{\lambda}$

Loi uniforme ex : I=[a,b]

P(X$\in$[c ;d])= $\int_c^d \frac{1}{b-a} dt = \frac{d-c}{b-a}$ **si [c ;d]$\subset$ [a,b]**