FICHE N °3 : SUR LES NOMBRES COMPLEXES

Forme algébrique

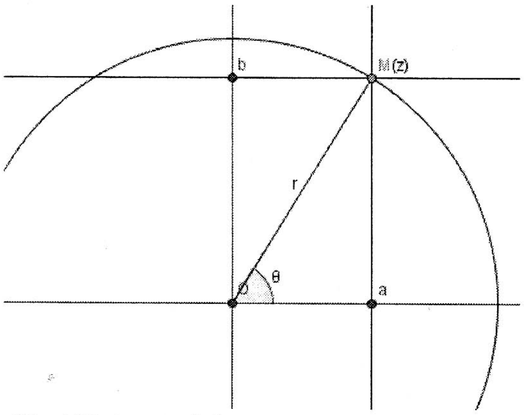
z =a+ib avec $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

a=Re(z) b=Im(z)

z=a+ib =0 ssi $a=0$ et $b=0$

$\overline{z}=a-ib$ est le conjugué de z

$i^2=-1$ $\quad i^3=-i$ $\quad i^4=1$



X et Y étant réels ,

Z = X+iY est réel ssi $Y=0$

Z = X+iY est imaginaire pur ssi $X=0$

Si $A(z_A)$ et $B(z_B)$ alors $\overrightarrow{AB}\ (z_B-z_A)$

Affixe du barycentre G de (A ;a) (B ;b) (C ;c)

$z_G = \dfrac{az_A+bz_B+cz_C}{a+b+c}$ si $a+b+c\neq 0$

Forme trigonométrique ou exponentielle

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=re^{i\theta}$ avec $z\neq 0$

avec $r=|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

et θ tel que $\cos(\theta)=\dfrac{a}{|z|}$

$\sin(\theta)=\dfrac{b}{|z|}$

$\arg(z)=\theta+2k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

$e^{i0}=1 \quad e^{i\frac{\pi}{2}}=i \quad e^{i\pi}=-1 \quad e^{-i\frac{\pi}{2}}=-i$

$e^{i\theta}e^{i\theta'}=e^{i(\theta+\theta')} \qquad \dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}=e^{i(\theta-\theta')}$

$\left(e^{i\theta}\right)^n=e^{i(n\theta)} \qquad \dfrac{1}{e^{i\theta}}=e^{-i\theta} \qquad n\in\mathbb{N}$

$|zz'|=|z||z'| \qquad \dfrac{|z|}{|z'|}=\left|\dfrac{z}{z'}\right| \qquad z'\neq 0$

Si M(z) avec $|z|=1$

Alors M est sur le cercle de centre O, de rayon 1.

Egalité de deux nombres complexes

1) a+ib= c+id ⇔

(a,b,c,d réels)

2) $r_1e^{i\theta_1}=r_2e^{i\theta_2} \Leftrightarrow$

$(r_1>0,\ r_2>0)$

Transformations du plan $M(z)\to M'(z')$

Translation de vecteur $\vec{u}$(b) : **z' =** $z+b$

Homothétie de centre A(a) et de rapport k :

$z'=k(z-a)+a$

Rotation de centre A(a) et d'angle θ

$z'=e^{i\theta}(z-a)+a$