

# Fiches de Cours

## Terminale S

**Michelle Froeliger / Jean Pierre Djerigian**

**Mai 2009**

FICHE N°1 : LES REGLES DE BASE

FICHE n°2 : BARYCENTRES

FICHE N°3 : SUR LES NOMBRES COMPLEXES

FICHE n°4 : LIMITES DERIVATION

FICHE n°5 : LE TOP 10 DES QUESTIONS SUR LES FONCTIONS

FICHE n°6 : LA BELLE FONCTION EXPONENTIELLE

FICHE n°7 : FORMULES DE BASE ET PROBABILITES CONDITIONNELLES

FICHE N°8 : LA GRANDE AMITIÉ ENTRE LES FONCTIONS LN ET EXP

FICHE n°9 : SUR LE CALCUL INTEGRAL

FICHE n°10 : SUR LES SUITES (Partie 1)

FICHE n°11 : SUR LES SUITES (Partie 2)

FICHE n°12 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

FICHE n°13 : LOIS DE PROBABILITES

FICHE N°14 : SUR LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES

FICHE N°1 : LES REGLES DE BASE

LES PUISSANCES		L'EQUATION $x^2 = a$	
$a^n \cdot a^p =$	$a^0 =$	si $a < 0$	S=
$(a^n)^p =$	$\frac{a^n}{a^p} =$	si $a = 0$	S=
$a^n \cdot b^n =$	$\sqrt{a} =$	si $a > 0$	S=
$a^{-1} =$	$a^{-n} =$		

LES IDENTITES REMARQUABLES
$(a+b)^2 =$
$(a-b)^2 =$
$a^2 - b^2 =$
$(a+b)^3 =$
$(a-b)^3 =$
$a^3 + b^3 =$
$a^3 - b^3 =$

L EQUATION $ x  = a$	LES RACINES
Si $a < 0$ S=	$(\sqrt{a})^2 =$ avec $a \geq 0$
Si $a = 0$ S=	$\sqrt{a^2} =$ avec $a \in \mathbb{R}$
Si $a > 0$ S=	

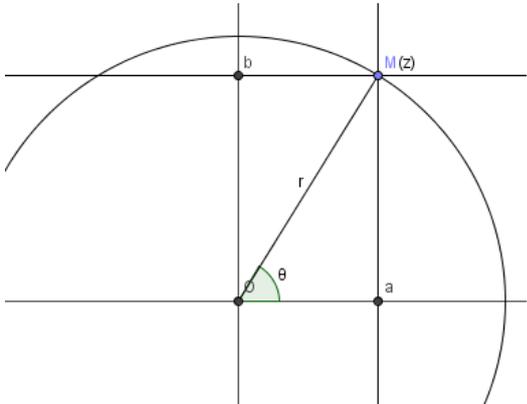
RESOLUTION DE L EQUATION $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$
On calcule $\Delta =$
Si $\Delta < 0$ S=
Si $\Delta = 0$ S=
Si $\Delta > 0$ S=

FACTORISATION DE $P = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$
Si $\Delta < 0$ P=
Si $\Delta = 0$ P=
Si $\Delta > 0$ P=

FICHE n°2 : BARYCENTRES

<b>BARYCENTRE de <math>(A;a) (B;b) a+b \neq 0</math></b>	<b>BARYCENTRE de <math>(A;a) (B;b) (C;c) a+b+c \neq 0</math></b>
<p><b>Définition :</b>            G est barycentre de <math>(A;a) (B;b)</math>  <math>a+b \neq 0</math> si :</p> <p><b>Formule permettant de placer G :</b></p> <p><b>Formule permettant de calculer les coordonnées de G dans un repère :</b></p> <p><b>Formule donnant pour TOUT point M le vecteur : <math>a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}</math> si <math>a+b \neq 0</math></b></p> <p><math>a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB} =</math></p> <p><b>Simplification de :</b>  <math>\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB} =</math></p>	<p><b>Définition :</b>            G est barycentre de <math>(A;a) (B;b) (C;c)</math>  <math>a+b+c \neq 0</math> si :</p> <p><b>Formule permettant de placer G :</b>            ( On peut aussi grouper les points)</p> <p><b>Formule permettant de calculer les coordonnées de G dans un repère :</b></p> <p><b>Formule donnant pour TOUT point M le vecteur : <math>a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}</math> si <math>a+b+c \neq 0</math></b></p> <p><math>a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC} =</math></p> <p><b>Simplification de :</b>  <math>\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC} =</math></p>

## FICHE N °3 : SUR LES NOMBRES COMPLEXES

<b>Forme algébrique</b>	<b>Forme trigonométrique ou exponentielle</b>
<p><math>z = a+ib</math> avec <math>a \in \mathbb{R}</math> et <math>b \in \mathbb{R}</math></p> <p><math>a = \text{Re}(z)</math>   <math>b = \text{Im}(z)</math></p> <p><math>z = a+ib = 0</math> ssi</p> <p><math>\bar{z} = a - ib</math> est le</p> <p><math>i^2 =</math>      <math>i^3 =</math>      <math>i^4 =</math></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>X et Y étant réels ,</p> <p><math>Z = X+iY</math> est réel ssi</p> <p><math>Z = X+iY</math> est imaginaire pur ssi</p> <p>Si <math>A(z_A)</math> et <math>B(z_B)</math> alors <math>\overline{AB}</math> (      )</p> <p>Affixe du barycentre G de <math>(A ;a)</math> <math>(B ;b)</math> <math>(C ;c)</math></p> <p><math>z_G =</math>      si <math>a+b+c \neq 0</math></p>	<p><math>z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}</math> avec <math>z \neq 0</math></p> <p>avec <math>r =  z  = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p> <p>et <math>\theta</math> tel que      <math>\cos(\theta) = \frac{a}{ z }</math></p> <p style="margin-left: 200px;"><math>\sin(\theta) = \frac{b}{ z }</math></p> <p><math>\arg(z) = \theta + 2k\pi</math>    (<math>k \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p><math>e^{i\theta} =</math></p> <p><math>e^{i0} =</math>    <math>e^{i\frac{\pi}{2}} =</math>      <math>e^{i\pi} =</math>      <math>e^{-i\frac{\pi}{2}} =</math></p> <p><math>e^{i\theta} e^{i\theta'} =</math>      <math>\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} =</math></p> <p><math>(e^{i\theta})^n =</math>      <math>\frac{1}{e^{i\theta}} =</math>      <math>n \in \mathbb{N}</math></p> <p><math> zz'  =</math>      <math>\frac{ z }{ z' } =</math>      <math>z' \neq 0</math></p> <p>Si <math>M(z)</math> avec <math> z =1</math></p> <p>Alors M</p>
<p><b>Egalité de deux nombres complexes</b></p> <p>1) <math>a+ib = c+id \Leftrightarrow</math> (a,b,c,d réels)</p> <p>2) <math>r_1 e^{i\theta_1} = r_2 e^{i\theta_2} \Leftrightarrow</math> (<math>r_1 &gt; 0, r_2 &gt; 0</math>)</p>	<p><b>Transformations du plan</b> <math>M(z) \rightarrow M'(z')</math></p> <p><b>Translation</b> de vecteur <math>\vec{u}(b)</math> : <math>z' =</math></p> <p><b>Homothétie</b> de centre A(a) et de rapport k :</p> <p><b>Rotation</b> de centre A(a) et d'angle <math>\theta</math></p>

## FICHE n°4 : LIMITES DERIVATION

$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$	3	$+\infty$	-7	$0^+$	0	$+\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$0^-$	$-\infty$	-9	$-\infty$	0	$0^-$	5	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) + g(x)$										
$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)}{g(x)}$										
$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)g(x)$										

Formes indéterminées :

Si  $f$  est **dérivable** au point d'abscisse  $a$ , le coefficient directeur de la tangente à la courbe en ce point  $a$  existe et vaut :  $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ .

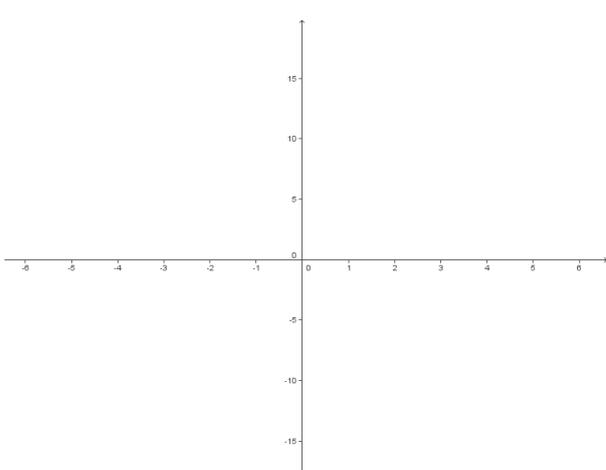
$f$	$f'$	Formules 1S	Nouvelles formules
7		$(u+v)' =$	
x		$(uv)' =$	
$x^2$		$\left(\frac{u}{v}\right)' =$	
$x^3$		$(ku)' =$	
$x^n \quad n \in \mathbb{Z}$		$\left(\frac{1}{ax+b}\right)' =$	$\left(\frac{1}{u}\right)' =$
$\frac{1}{x}$		$\left((ax+b)^n\right)' =$	$(u^n)' =$
$\sqrt{x}$		$(\sqrt{ax+b})' =$	$(\sqrt{u})' =$
sinx		$(\sin(ax+b))' =$	$(\sin u)' =$
cosx		$(\cos(ax+b))' =$	$(\cos u)' =$

## FICHE n°5 : LE TOP 10 DES QUESTIONS SUR LES FONCTIONS

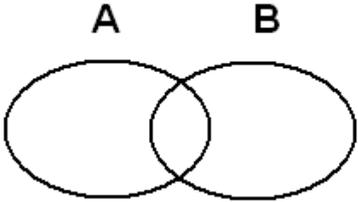
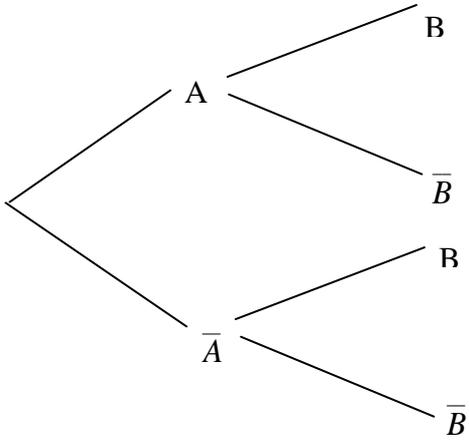
$f$  est une fonction de courbe ( C ) dans un repère et ( D ) est la droite d'équation :  $y=ax+b$

<p>1) <b>Tangente à ( C ) au point d'abscisse a</b></p> <p>L'équation de la tangente à ( C ) au point d'abscisse a est donnée par :</p>	<p>6) <b>Centres et axes de symétrie</b> (si D est centré en a)</p> <p>I(a ;b) est centre de symétrie de ( C ) si :</p> <p>La droite d'équation <math>x=a</math> est axe de symétrie de ( C ) si :</p>
<p>2) <b>Position de ( C ) par rapport à ( D )</b></p> <p>Il faut étudier le signe de :</p>	<p>7) <b>Le role de <math>f'(a)</math></b></p> <p><math>f'(a)=</math></p> <p>C'est le</p> <p>Si <math>f'(a)=0</math> alors la tangente à ( C ) au point d'abscisse a est</p>
<p>3) <b>Points d'intersection entre ( C ) et ( D )</b></p> <p>Il faut résoudre le système :</p>	<p>8) <b>Existe-t-il un point A(a,f(a)) où la tangente a pour coefficient directeur le réel b ?</b></p> <p>Cela revient à résoudre l'équation :</p>
<p>4) <b>Asymptote oblique</b></p> <p>La droite d'équation <math>y=ax+b</math> est asymptote à ( C ) si</p>	<p>9) <b>Nombre de solutions de l'équation <math>f(x)=m</math></b> (discussion graphique suivant les valeurs du réel m)</p> <p>Cela revient à chercher les abscisses des</p>
<p>5) <b>Parité</b> (si D est symétrique par rapport à 0)</p> <p>f est paire si : f est impaire si :</p> <p>Si f est paire ( C ) est symétrique par rapport à</p> <p>Si f est impaire ( C ) est symétrique par rapport à :</p>	<p>10) <b>Asymptotes horizontales et verticales</b> ( dans un repère orthogonal)</p> <p>La droite d'équation <math>x=a</math> est asymptote ( verticale) à ( C ) si :</p> <p>La droite d'équation <math>y =b</math> est asymptote ( horizontale) à ( C ) si :</p>

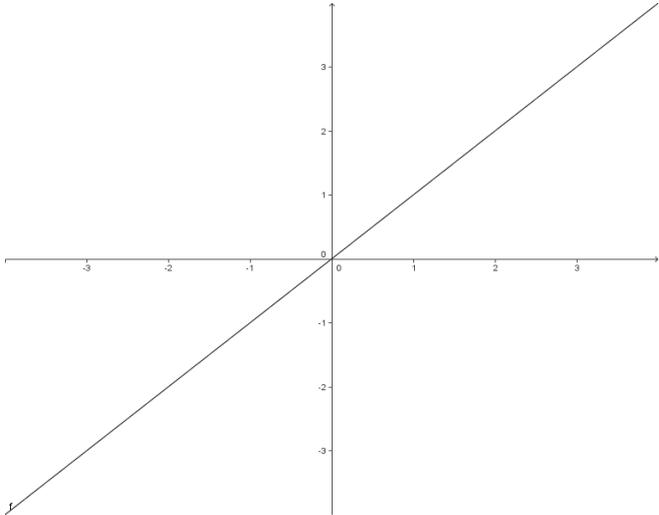
## FICHE n°6 : LA BELLE FONCTION EXPONENTIELLE

<p><b>SES PROPRIETES SI SIMPLES</b></p> $e^0 = \qquad e^1 =$ $e^x e^y = \qquad (e^x)^y =$ $e^{-x} = \qquad \frac{e^x}{e^y} =$ $e^x e^x = \qquad (e^x)^2 =$ <p>pour tous réels x et y</p>	<p><b>SA COURBE SI ELEGANTE</b></p> 
<p><b>SA DERIVEE SI SEMBLABLE</b></p> <p><math>x \rightarrow e^x</math> est définie sur</p> <p><math>x \rightarrow e^x</math> est aussi dérivable sur et :</p> $(e^x)' =$ $(e^u)' =$ <p>si u est une fonction dérivable sur I et dépendant de la variable x</p>	<p><b>SES LIMITES SI UTILES</b> <span style="float: right;"><math>n \in \mathbb{N}</math></span></p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$
<p><b>L'IMPORTANTE RESOLUTION DE L'EQUATION : <math>e^x = A</math> (A réel)</b></p> <p>Si <math>A &lt; 0</math></p> <p>Si <math>A = 0</math></p> <p>Si <math>A &gt; 0</math></p>	<p><b>L'INTERET DE SA CROISSANCE</b></p> <p>Pour tous A et B réels</p> $e^A = e^B \Leftrightarrow$ $e^A < e^B \Leftrightarrow$ $e^A > e^B \Leftrightarrow$

FICHE n°7 : FORMULES DE BASE ET PROBABILITES  
CONDITIONNELLES

$p(A \cup B) =$ $p(\bar{A}) =$ Si A et B sont incompatibles ( $A \cap B = \emptyset$ ) alors $p(A \cup B) =$ $0! =$ $n! =$ pour $n \in \mathbb{N}^*$	<div style="text-align: center;">  </div> $A \cup B =$ $\overline{A \cap B} =$ $B =$ <div style="float: right; margin-left: 100px;"> <math>\overline{A \cup B} =</math>  <math>A =</math> </div>																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;">A</td> <td style="width: 15%;"><math>\bar{A}</math></td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>\bar{B}</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> </table>		A	$\bar{A}$		B				$\bar{B}$							1	<div style="text-align: center;">  </div>
	A	$\bar{A}$															
B																	
$\bar{B}$																	
			1														
$p_B(A) =$ $p_B(\bar{A}) =$ $p_{\bar{B}}(A) =$ $p_{\bar{B}}(\bar{A}) =$	$p_A(B) =$ $=$ $=$ $=$																
$p(A \cap B) =$ $p(\bar{A} \cap B) =$ $p(A \cap \bar{B}) =$ $p(\bar{A} \cap \bar{B}) =$ $p(B) =$	<p><b>Formule des probabilités totales :</b>                  Si <math>\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n</math> avec <math>A_i \cap A_j = \emptyset</math>                  Alors pour tout évènement B on a :</p> $p(B) =$																
<p><b>Evènements indépendants</b>                  Si A et B sont indépendants alors :</p> $p(A \cap B) =$ $p(A \cap \bar{B}) =$ $p_B(A) =$																	

## FICHE N°8 : LA GRANDE AMITIÉ ENTRE LES FONCTIONS LN ET EXP

<p><b>Courbes représentatives</b></p> 	<p><b>Limites</b> <span style="float: right;"><math>n \in \mathbb{N}^*</math></span></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x x^n =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} =</math></td> </tr> </tbody> </table>	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x =$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x x^n =$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} =$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} =$						
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x =$																
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x =$																
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x x^n =$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x =$																
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} =$																
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} =$																
<p><b>Propriétés remarquables</b> <span style="float: right;"><math>n \in \mathbb{Q}</math></span>  <b>a&gt;0 et b&gt;0</b> <span style="float: right;"><b>a et b réels</b></span></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\ln a + \ln b =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>e^a e^b =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\ln\left(\frac{1}{a}\right) =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>e^{-a} =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\ln a - \ln b =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{e^a}{e^b} =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\ln(a^n) =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>(e^a)^n =</math></td> </tr> </tbody> </table>	$\ln a + \ln b =$	$e^a e^b =$	$\ln\left(\frac{1}{a}\right) =$	$e^{-a} =$	$\ln a - \ln b =$	$\frac{e^a}{e^b} =$	$\ln(a^n) =$	$(e^a)^n =$	<p><b>Dérivées</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(e^x)' =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>(e^a)' =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(\ln x)' =</math></td> <td style="padding: 5px;">avec x</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(\ln u)' =</math></td> <td style="padding: 5px;">avec u</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(uv)' =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>(u^n)' =</math></td> </tr> </tbody> </table>	$(e^x)' =$	$(e^a)' =$	$(\ln x)' =$	avec x	$(\ln u)' =$	avec u	$(uv)' =$	$(u^n)' =$
$\ln a + \ln b =$	$e^a e^b =$																
$\ln\left(\frac{1}{a}\right) =$	$e^{-a} =$																
$\ln a - \ln b =$	$\frac{e^a}{e^b} =$																
$\ln(a^n) =$	$(e^a)^n =$																
$(e^x)' =$	$(e^a)' =$																
$(\ln x)' =$	avec x																
$(\ln u)' =$	avec u																
$(uv)' =$	$(u^n)' =$																
<p><b>Réciprocité</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>e^0 =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\ln 1 =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>e^1 =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\ln e =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>e^{\ln X} =</math></td> <td style="padding: 5px;">pour tout <math>X \in</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\ln(e^X) =</math></td> <td style="padding: 5px;">pour tout <math>X \in</math></td> </tr> </tbody> </table>	$e^0 =$	$\ln 1 =$	$e^1 =$	$\ln e =$	$e^{\ln X} =$	pour tout $X \in$	$\ln(e^X) =$	pour tout $X \in$	<p><b>Equations et inéquations</b></p> <p><math>\ln X = A</math></p> <p><math>\ln X &gt; A</math></p> <p><math>\ln X &lt; A</math></p> <p><math>e^X = A</math></p> <p><math>e^X &lt; A</math></p> <p><math>e^X &gt; A</math></p>								
$e^0 =$	$\ln 1 =$																
$e^1 =$	$\ln e =$																
$e^{\ln X} =$	pour tout $X \in$																
$\ln(e^X) =$	pour tout $X \in$																

## FICHE n°9 : SUR LE CALCUL INTEGRAL

<b>Tableau de base</b>			<b>Tableau de formules</b>		
f	Une primitive F	Intervalle I où sont définies f et F	f	Une primitive F	Intervalle I où sont définies f et F
C avec $C \in \mathbb{R}$			$\frac{u'}{u}$		
$x$			$u'u^n$ avec $n \neq -1$		
$x^2$			$\frac{u'}{u^2}$		
$x^n$ avec $n \neq -1$			$u'e^u$		
$\frac{1}{x}$			$u'\sin u$		
$\frac{1}{x^2}$			$u'\cos u$		
$e^x$			$\frac{u'}{\sqrt{u}}$		
$\sin x$					
$\cos x$					
<b>Existence</b>  F est une primitive de f sur I si et seulement si :  $\int_a^b f(x)dx$ existe si			<b>Signe</b> f et g continues sur I, $a \in I, b \in I, a < b$  Si $f(x) \geq 0$ sur $[a ; b]$ alors  Si $f(x) \geq g(x)$ sur $[a ; b]$ alors		
<b>Propriétés</b> : f et g continues sur I, $a \in I, b \in I$ $\int_a^a f = 0$ $\int_b^a f = -\int_a^b f$ $\int_a^b \lambda f = \lambda \int_a^b f =$  $\int_a^b f + \int_a^b g = \int_a^b (f+g)$ $\int_a^c f + \int_c^b f = \int_a^b f =$  Si f est paire : $\int_{-a}^a f = 2 \int_0^a f$ Si f est impaire : $\int_{-a}^a f = 0$			<b>Application au calcul d'aires</b> f et g continues sur I, $a \in I, b \in I, a < b$ Exprimer l'aire (en u.a) des domaines : 1) $\left\{ \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{array} \right\}$ A= 2) $\left\{ \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ g(x) \leq y \leq f(x) \end{array} \right\}$ A= 3) $\left\{ \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{array} \right\}$ A=		
<b>Valeur moyenne de f sur <math>[a ; b]</math></b>  <b>Inégalité de la moyenne</b> : Si f continue et $m \leq f(x) \leq M$ sur $[a ; b]$			<b>Formule de l'intégration par parties (IPP)</b> u et v deux fcts dérivables sur I, $a \in I, b \in I$ avec $u'$ et $v'$ continues sur I alors :		

## FICHE n°10 : SUR LES SUITES (Partie 1)

<p><b>Définitions</b></p> <p><math>(u_n)</math> est positive si</p> <p><math>(u_n)</math> est majorée si</p> <p><math>(u_n)</math> est minorée si :</p> <p><math>(u_n)</math> est bornée si</p> <p>ceci pour <b>TOUT</b> <math>n \in \mathbb{N}</math> ou <math>n \in \mathbb{N}</math> privé d'un nombre fini de valeurs</p>	<p><b>Définitions</b></p> <p><math>(u_n)</math> est croissante si</p> <p><math>(u_n)</math> est décroissante si</p> <p><math>(u_n)</math> est stationnaire si</p> <p><math>(u_n)</math> est monotone si :</p> <p>ceci pour <b>TOUT</b> <math>n \in \mathbb{N}</math> ou <math>n \in \mathbb{N}</math> privé d'un nombre fini de valeurs</p>
<p><b>Suites arithmétiques</b> <math>a \in \mathbb{R}</math></p> <p><u>Définition</u> : <math>(u_n)</math> est arithmétique de raison a si :</p> <p><u>Formules donnant <math>u_n</math> en fonction de n</u></p> <p><u>Somme des termes d'une suite arithmétique :</u></p>	<p><b>Suites géométriques</b> <math>b \in \mathbb{R}</math></p> <p><u>Définition</u> : <math>(u_n)</math> est géométrique de raison b si :</p> <p><u>Formules donnant <math>u_n</math> en fonction de n</u></p> <p><u>Somme des termes d'une suite géométrique</u></p>
<p><u>Convergence</u></p> <p><math>(u_n)</math> converge vers un réel l si :</p> <p>Si <math>(u_n)</math> ne converge pas vers un réel l on dit que <math>(u_n)</math></p> <p>ex1 <span style="margin-left: 150px;">ex2</span></p>	<p><u>Etude de <math>b^n</math> ( b réel ) quand <math>n \rightarrow +\infty</math></u></p> <p><math>b \leq -1</math> <span style="margin-left: 20px;"><math>\lim_{n \rightarrow \infty} b^n =</math></span></p> <p><math>-1 &lt; b &lt; 1</math> <span style="margin-left: 20px;"><math>\lim_{n \rightarrow \infty} b^n =</math></span></p> <p><math>b = 1</math> <span style="margin-left: 20px;"><math>\lim_{n \rightarrow \infty} b^n =</math></span></p> <p><math>b &gt; 1</math> <span style="margin-left: 20px;"><math>\lim_{n \rightarrow \infty} b^n =</math></span></p>

## FICHE n°11 : SUR LES SUITES (Partie 2)

<p><b>Définitions</b> Soit <math>p \in \mathbb{N}</math></p> <p><math>(u_n)</math> est majorée si pour tout <math>n \geq p</math>, il existe un réel M tel que :</p> <p><math>(u_n)</math> est minorée si pour tout <math>n \geq p</math>, il existe un réel m tel que :</p> <p><u>Etude de <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} b^n</math> suivant les valeurs du réel b</u></p>	<p><b>Suites adjacentes</b></p> <p><math>(u_n)</math> et <math>(v_n)</math> sont adjacentes si :</p> <p>1)</p> <p>2)</p> <p>3)</p> <p><u>Théorème sur les suites adjacentes :</u> Si <math>(u_n)</math> et <math>(v_n)</math> sont adjacentes alors</p>
<p><b>Suites arithmétiques</b> <math>a \in \mathbb{R}</math></p> <p><u>Définition</u> : <math>(u_n)</math> est arithmétique de raison a si pour tout <math>n \geq p</math>,</p> <p><u>Formules donnant <math>u_n</math> en fonction de n</u></p> <p>a) A l'aide de <math>u_0</math></p> <p>b) A l'aide de <math>u_1</math></p> <p><u>Somme des termes d'une suite arithmétique :</u></p>	<p><b>Suites géométriques</b> <math>b \in \mathbb{R}</math></p> <p><u>Définition</u> : <math>(u_n)</math> est géométrique de raison b si pour tout <math>n \geq p</math>,</p> <p><u>Formules donnant <math>u_n</math> en fonction de n</u></p> <p>a) A l'aide de <math>u_0</math></p> <p>b) A l'aide de <math>u_1</math></p> <p><u>Somme des termes d'une suite géométrique :</u></p>
<p><b>Théorème de la convergence monotone</b></p> <p>1) si <math>(u_n)</math> est à la fois</p> <p>2) si <math>(u_n)</math> est à la fois</p>	<p><b>Suites récurrentes</b> <math>u_{n+1} = f(u_n)</math> avec <b>pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math> <math>u_n \in I</math> et f continue sur I</b></p> <p>Si <math>(u_n)</math> converge vers <math>\alpha</math> alors <math>\alpha</math> est solution de l'équation :</p> <p><u>Attention</u> : si <math>a &lt; u_n &lt; b</math> pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math> alors <math>\alpha</math></p>

## FICHE n°12 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Les vecteurs sont non nuls et pris dans un repère orthonormal de l'espace

$\vec{n}$ est <b>normal</b> au plan P si  $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont <b>colinéaires</b> si	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont <b>orthogonaux</b> si  $\vec{u}$ , $\vec{v}$ , $\vec{w}$ sont <b>coplanaires</b> si
<b><u>Equation d'une droite</u></b> La droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ est  Soit :	<b><u>Equation d'un plan</u></b> Le plan P passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$ est  Soit :
<b><u>Equations</u></b> 1. Du plan (xOy) : 2. De l'axe des x : 3. De la sphère de centre I et de rayon R	Si D a pour équation : $\begin{cases} x = a + td \\ y = b + te \\ z = c + tf \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ alors : $\vec{v}$ ( ) est vecteur directeur de D  A( ) est un point de D
Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ AB=  Milieu I de [AB] I(  Barycentre G de (A,a) (B,b) $a+b \neq 0$ G(	Si P a pour équation : $ax+by+cz+d=0$ avec $(a,b,c) \neq (0,0,0)$  $\vec{n}$ ( ) est un vecteur normal à P  A( ) est un point de P
<b><u>Distance d'un point à un plan</u></b> Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et P a pour équation : $ax+by+cz+d=0$ alors:  $d((A,P))=$	<b><u>Volumes</u></b> Sphère de rayon R $V=$  Pyramide ( ex tétraèdre)  $V=$  Cube de coté a $V=$

FICHE n°13 : LOIS DE PROBABILITES

LOI DISCRETE	LOI CONTINUE												
$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  X est une variable aléatoire ( ex : X est le nombre d'articles défectueux dans un ensemble de 800 articles )	$\Omega$ est un intervalle I de $\mathbb{R}$ ( en général $I=[a ;b]$ ou $I=[0 ;+\infty[$ )  X est une variable aléatoire ( ex : durée de vie d'un composant électronique)												
<p><b>Loi de probabilité de X</b></p> <table border="1" data-bbox="188 618 778 757"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td><math>x_1</math></td> <td><math>x_2</math></td> <td></td> <td></td> <td><math>x_n</math></td> </tr> <tr> <td><math>P(X=x_i)</math></td> <td><math>p_1</math></td> <td><math>p_2</math></td> <td></td> <td></td> <td><math>p_n</math></td> </tr> </table> <p><math>p_1 + p_2 + \dots + p_n =</math></p> <p><b>Espérance mathématique</b></p> <p><math>E(X) =</math></p> <p><math>V(X) =</math></p> <p><math>\sigma(X) =</math></p>	$x_i$	$x_1$	$x_2$			$x_n$	$P(X=x_i)$	$p_1$	$p_2$			$p_n$	<p><b>Loi de probabilité de X</b> <math>J \subset I</math></p> <p><math>p(X \in J) = \int_J f(t)dt</math> avec f appelée fonction de densité, continue et positive sur I                      (ex : <math>p(X \in [c;d]) =</math></p> <p>On a toujours <math>\int_I f(t)dt =</math></p> <p><b>Espérance mathématique</b></p> <p><math>E(X) = \int_I tf(t)dt</math></p> <p><b>Temps de demi-vie</b>                      Cest le réel t tel que <math>p(X \leq t) = p(X &gt; t) =</math></p>
$x_i$	$x_1$	$x_2$			$x_n$								
$P(X=x_i)$	$p_1$	$p_2$			$p_n$								
<p><b>Exemple Loi binomiale</b></p> <p>Si X est la variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli, X suit la loi binomiale <math>B(n; p)</math> avec n étant :</p> <p>et p étant :</p> <p><u>Loi de probabilité</u> :</p> <p>Pour tout entier k avec <math>0 \leq k \leq n</math></p> <p><math>p(X=k) =</math></p> <p><math>p(X=\text{au moins un succès}) =</math></p> <p><u>Espérance et Variance</u></p> <p><math>E(X) =</math>                      <math>V(X) =</math></p>	<p><b>Exemple Loi exponentielle</b> <math>I=[0 ;+\infty[</math></p> <p><math>p(X &lt; a) = p(0 &lt; X &lt; a) =</math>                      avec <math>a &gt; 0</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><math>p(X &lt; a) = p(X \leq a) =</math></p> <p><math>p(X &gt; a) =</math></p> <p><math>p(X \in [a; b]) =</math></p> </div> <p><math>E(X) =</math>                      <math>V(X) =</math></p> <p>Temps de demi-vie : t =</p> <p><b>Loi uniforme</b> ex : <math>I=[a, b]</math></p> <p><math>P(X \in [c ; d]) =</math>                      si <math>[c ; d] \subset [a, b]</math></p>												

## FICHE N °14 : SUR LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES

<b><u>L'équation <math>y' = ay</math></u></b>	<b><u>L'équation <math>y' = ay + b</math></u></b>
<p>* On vérifie que la fonction <math>y = e^{ax}</math> est solution de l'équation en .....</p> <p>* On prend une solution quelconque sous la forme <math>y = h(x)e^{ax}</math> et on démontre que <math>h(x)</math> est une .....</p> <p>* On conclut que la solution générale de l'équation <math>y' = ay</math> est :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>y = \dots\dots, \text{avec } k \in \mathbb{R}</math> </div>	<p>* On vérifie que cette équation admet une seule solution qui soit une constante : <math>\alpha = \dots\dots\dots</math></p> <p>* On prend une solution quelconque sous la forme <math>y = g(x) - \frac{b}{a}</math> et on démontre que <math>g(x)</math> doit vérifier l'équation différentielle <math>y' = ay</math>.</p> <p>* On en déduit que la solution générale de l'équation <math>y' = ay + b</math> est :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>y = \dots\dots\dots, \text{avec } k \in \mathbb{R}</math> </div>
<p><b><u>Propriété pour les deux types d'équations :</u></b></p> <p>Si <math>x_0</math> et <math>y_0</math> sont deux réels quelconques, il existe, parmi les solutions de l'équation, une solution <b>unique</b> <math>f</math> qui vérifie la condition .....</p> <p>On démontre cette propriété en remplaçant <math>x</math> et <math>y</math> par <math>x_0</math> et <math>y_0</math> dans la solution générale et en montrant que l'on trouve une valeur et une seule de la constante <math>k</math>.</p>	
<p><b><u>1<sup>ère</sup> méthode dans les exercices sur les équations avec second membre.</u></b></p> <p style="text-align: center;">(1) <math>y' + ay = h(x)</math></p> <p>* L'énoncé donne ou bien fait trouver <u>une</u> fonction <math>p(x)</math> qui vérifie l'équation (1)</p> <p>* On considère l'équation sans second membre : (2) <math>y' + ay = 0</math> On vous demandera de démontrer que si <math>f(x) = g(x) + p(x)</math>, dire que <math>f</math> vérifie l'équation (1) est <u>équivalent</u> à dire que <math>g</math> vérifie l'équation (2).</p> <p>* Comme on sait résoudre l'équation (2) on trouve toutes les valeurs de <math>g(x)</math>.</p> <p>* On en déduit que toutes les solutions de l'équation (1) sont : <math>f(x) = \dots\dots\dots</math> où on remplace <math>g(x)</math> par les solutions de (2) et <math>p(x)</math> par la fonction de la première question.</p>	
<p><b><u>2<sup>ème</sup> méthode dans les exercices sur les équations avec second membre.</u></b></p> <p style="text-align: center;">(1) <math>y' + ay = h(x)</math></p> <p>* On résout l'équation <math>y' + ay = 0</math>.</p> <p>* On suppose qu'une solution de (1) est <math>f(x) = u(x)e^{-ax}</math></p> <p>* On a alors en remplaçant dans (1) : .....</p> <p>* On doit donc chercher une primitive de .....</p> <p>* On conclut que les solutions de (1) ont la forme .....</p> <p>* Grâce aux conditions initiales on trouve la solution de (1) : .....</p>	