

## Problèmes ouverts et à prise d'initiative

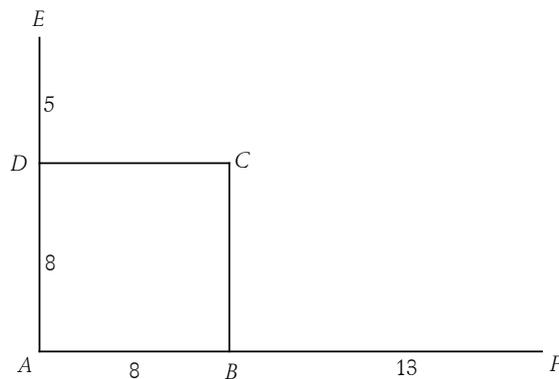
---

1. Géométrie	2	2-1 : Calculs	26
1-1 : Alignement	2	2-2 : Multiples et diviseurs	27
1-2 : Constructions	2	2-3 : Entiers	28
1-3 : Distances Périmètre	5	2-4 : Nombres premiers	29
1-4 : Angles	7	3. Algèbre	31
1-5 : Aires et volumes	13	3-1 : Pourcentages/Proportions	31
1-6 : Autour du cercle	21	3-2 : Equations-Inéquations-Systèmes	32
1-7 : Cercles et triangles rectangles	23	3-3 : Identités - Comparaisons	34
1-8 : Tangentes au cercle	24	4. Dénombrement	35
1-9 : Vecteurs	25	5. Autres problèmes	37
2. Arithmétique	26		

Les figures ont été faites avec CHAMOIS (<http://membres.lycos.fr/bourit/>) ; même en installant la version limitée vous pourrez bénéficier de la technologie OLE d'incorporation d'objets (modifications possibles directement depuis Word).

## 1. Géométrie

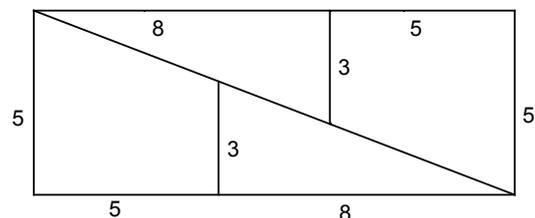
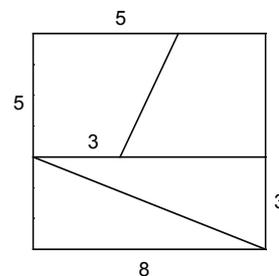
### 1-1 : Alignement



exercice 1 : (4-3-2) Les points  $C$ ,  $E$  et  $F$  sont-ils alignés (tous les angles sont droits) ?

exercice 2 : (4-3-2) Léonard a construit un carré de 8 sur 8 qu'il a découpé suivant les traits de la figure ; en réassemblant les pièces il obtient un rectangle de 13 sur 5 et en conclut que  $64 = 65$ .

Johan lui dit que ce n'est pas possible (et vous serez sûrement d'accord avec lui) ; il réussit à le lui montrer. Pouvez vous y arriver ?



### 1-2 : Constructions

exercice 3 : (3-2) Soit un cercle  $(C)$  de diamètre  $[AB]$ ,  $M$  un point intérieur au cercle.

Construire, à la règle (non graduée) seulement, la perpendiculaire à la droite  $(AB)$  passant par  $M$ .

exercice 4 : (3-2)  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  ;  $M$  est un point de  $[BC]$  ;  $I$  et  $J$  sont les projetés orthogonaux de  $M$  sur  $[AB]$  et  $[AC]$ . Où doit-on placer  $M$  pour que  $IMAJ$  soit un carré ?

exercice 5 : (3-2)  $ABC$  est un triangle quelconque. Construire  $M$  et  $N$  sur  $[BC]$ ,  $P$  sur  $[AB]$  et  $Q$  sur  $[AC]$  pour que  $MNPQ$  soit un carré.

exercice 6 : (3-2)  $(d)$  et  $(d')$  sont deux droites sécantes en  $A$  ;  $B$  est un point qui n'est sur aucune des deux droites. Construire  $P$  sur  $(d)$  et  $Q$  sur  $(d')$  de sorte que  $B$  soit le milieu de  $[PQ]$ .

exercice 7 : (3-2) Avec une règle non graduée construire le milieu d'un segment.

exercice 8 : (3-2) Deux droites  $(d)$  et  $(d')$  se coupent en  $I$  en dehors de la feuille. Construire la bissectrice de l'angle  $(d, d')$ .

exercice 9 : (3-2) Deux droites  $(d)$  et  $(d')$  se coupent en  $I$  en dehors de la feuille.  $M$  est un point sur aucune des deux droites. Construire la droite  $(MI)$ .

exercice 10 : (2)  $ABC$  est un triangle.  $M$  est un point du segment  $[AB]$ . La parallèle à  $(BC)$  passant par  $M$  coupe  $[AC]$  en  $N$ . Où doit-on placer  $M$  pour que le triangle  $BMN$  soit isocèle (en  $M$ ) ?

Remarque : mettre  $M$  ou pas au choix. *Bulletin vert n° 461 p 745.*

exercice 11 : (4-3-2) Peut-on recouvrir une table de 90 cm de côté avec 2 nappes de diamètre 1 m ?

exercice 12 :  $M, N, P$  et  $Q$  sont quatre points alignés ;  $r$  est un nombre positif.

Construire un rectangle  $ABCD$  tel que  $AB=r$ ,  $(AB)$  passe par  $M$ ,  $(DC)$  passe par  $N$ ,  $AD$  passe par  $P$  et  $(BC)$  passe par  $Q$ . A quelles conditions la construction est-elle possible ?

exercice 13 : (2) Un point  $M$  a pour coordonnées  $x$  et  $y$ . Construire à la règle et au compas le point de coordonnées  $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$ .

exercice 14 : (4-3-2) Soient trois droites concourantes. Comment construire un triangle dont les trois droites sont les médianes ?

exercice 15 : (3-2) Soit  $G$  un point. Construire à la règle et au compas un triangle dont le centre de gravité est  $G$ .

exercice 16 : (6-5-4-3-2) Construire à la règle et au compas un carré inscrit dans un cercle donné.

exercice 17 : (3-2) On se donne un cercle et trois points  $P, Q$  et  $R$  extérieurs au cercle. Construire un triangle inscrit dans le cercle et dont les côtés passent par les trois points  $P, Q$  et  $R$ .

exercice 18 : (5-4-3-2) On se donne un cercle et deux points  $P$  et  $Q$ . Construire à la règle et au compas un triangle rectangle inscrit dans le cercle tel que la droite constituant une de ses côtés passe par  $P$ , la droite constituant un deuxième de ses côtés passe par  $Q$ .

exercice 19 : (3-2) On se donne un cercle dont on connaît un diamètre  $[AB]$  mais pas le centre ainsi qu'un point  $M$ . Construire à la règle seule une perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $M$ .

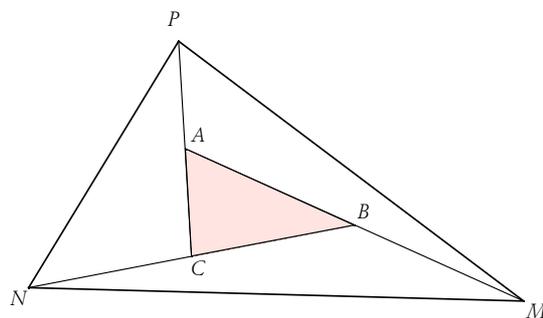
exercice 20 : On se donne  $A$  et  $B$  deux points distincts,  $I$  le milieu de  $[AB]$  et  $C$  un point. Construire en utilisant uniquement la règle une parallèle à  $(AB)$  passant par  $C$ .

exercice 21 : On donne le segment  $[AB]$ . Avec le compas seul construire le milieu  $I$  de  $[AB]$  ainsi que les points  $E$  et  $F$  tels que  $AE = EF = FB$ .

exercice 22 : (3-2) A partir du triangle  $ABC$ , on construit les points  $M, N$  et  $P$  tels que  $A$  est le milieu de  $[PC]$ ,  $B$  est le milieu de  $[AM]$ ,  $C$  est le milieu de  $[BN]$ .

Exprimer l'aire de  $MNP$  en fonction de l'aire de  $ABC$ .

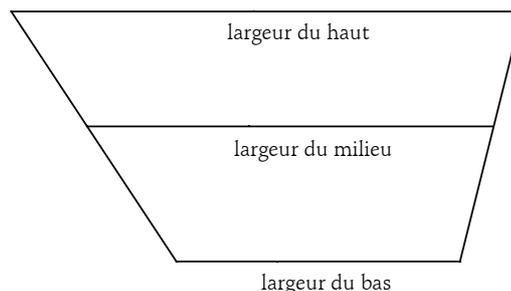
(2) Construire le triangle  $ABC$  connaissant le triangle  $MNP$ .



exercice 23 : **(4-3-2)** En Mésopotamie, les champs ont la forme de trapèzes.

Un arpenteur doit partager équitablement un champ entre deux frères : le champ est un trapèze de bases 7 et 17. Les parts sont deux trapèzes. Trouver la largeur du milieu .

Bulletin vert n° 456 p 124.

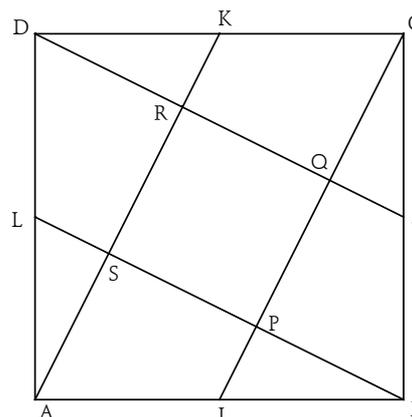


exercice 24 : **(3-2)** Soit ABCD un carré de sens direct. On note I, J, K et L les milieux des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

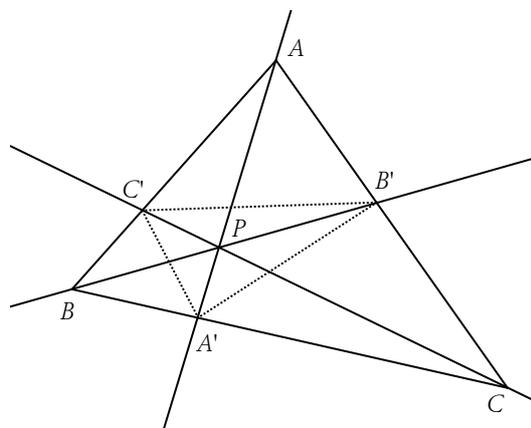
Le segment [AJ] coupe [DI] en P et [BK] en Q. Le segment [CL] coupe [BK] en R et [DI] en S.

Démontrer que PQRS est un carré .

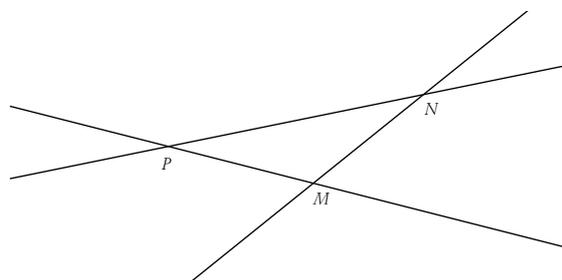
Quel est le rapport entre son aire et celle de ABCD ?



exercice 25 : ABC est un triangle quelconque ; P est un point à l'intérieur de ABC ; S = aire du triangle ABC, S' = aire du triangle A'B'C' ; quel est le maximum (le minimum) de  $\frac{S}{S'}$ .



exercice 26 : Dans la figure ci-contre, le triangle MNP a un angle obtus en M. Hachurez la région où se trouve son orthocentre, c'est-à-dire le point d'intersection de ses hauteurs.



exercice 27 : Trouvez l'aire du plus grand triangle inscrit dans un cercle donné.

exercice 28 : P est un point fixe situé à l'intérieur d'un secteur angulaire  $\widehat{xOy}$  . Tracer une droite (d) sécante avec les demi-droites [Ox) et [Oy), passant par P et telle que l'aire du triangle obtenu soit minimale.

exercice 29 : ABCD est un parallélogramme ; EFG est un triangle inscrit dans ABCD. Quelle est l'aire maximum de EFG ?

exercice 30 : **(2)** Le triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$ ,  $A'$  est le milieu de  $[BC]$ ,  $H$  est le projeté orthogonal de  $A'$  sur  $[AC]$ ,  $I$  le milieu de  $[A'H]$ . Que peut-on dire de  $(AI)$  et  $(BH)$  ?

exercice 31 : Un triangle est dit *aigu* si tous les angles de ce triangle ont une mesure strictement inférieure à  $90^\circ$ . Comment découper un carré en **huit** triangles aigus.

exercice 32 : On donne trois points  $A, B, C$  non alignés du plan. Etudier l'ensemble des points  $M$  tels que la droite perpendiculaire en  $M$  à  $AM$  rencontre le segment  $[BC]$ .

exercice 33 : Un disque est partagé en 2 000 secteurs de même amplitude par des rayons issus de son centre. Quel est le nombre maximal de ces secteurs qu'une droite peut couper, si elle ne passe pas par le centre du disque ?

exercice 34 : Un icosaèdre régulier possède 20 faces triangulaires. Combien possède-t-il d'arêtes ?

exercice 35 : L'un des types suivants de pavés ne permet pas de paver le plan par des copies identiques, sans lacune ni recouvrement. Lequel ?

- a. Triangle équilatéral                      b. Hexagone régulier  
c. Carré    d. Pentagone régulier                      e. Parallélogramme avec un angle de  $30^\circ$ .

### **1-3 : Distances Périmètre**

exercice 36 : On se donne un carré ; quel est le côté du plus petit triangle équilatéral inscrit dans ce carré ?

exercice 37 : Sur un cercle on donne deux points  $A$  et  $B$ . Où placer  $M$  sur le cercle pour que  $MA + MB$  soit maximum ?

exercice 38 : **(3-2)**  $ABC$  est un triangle équilatéral,  $M$  est un point quelconque à l'intérieur du triangle,  $E, F$  et  $G$  sont les projetés orthogonaux de  $M$  sur les côtés de  $ABC$ .

Où faut-il placer  $M$  pour que la somme des distances  $ME + MF + MG$  soit la plus petite possible ?

exercice 39 : **(3-2)**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  ;  $M$  est un point de  $[BC]$  ;  $I$  et  $J$  sont les projetés orthogonaux de  $M$  sur  $[AB]$  et  $[AC]$ . Où doit-on placer  $M$  pour que  $IJ$  soit minimale ?

exercice 40 :  $D_1$  et  $D_2$  sont deux droites parallèles ;  $A$  et  $B$  sont deux points à l'intérieur de la bande délimitée par les droites ;  $C$  est sur  $D_1$  et  $D$  est sur  $D_2$ . Comment placer  $C$  et  $D$  pour que le trajet  $AC + CD + DB$  soit minimal ?

exercice 41 : **(4-3-2)**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ .  $M$  est un point de  $[BC]$ ,  $K$  et  $L$  sont les projetés orthogonaux de  $M$  sur  $[AB]$  et  $[AC]$ . Où placer  $M$  pour que la distance  $KL$  soit la plus petite possible ?

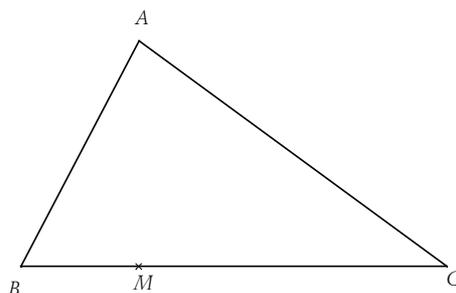
Les fortiches s'intéresseront aussi au cas où  $ABC$  n'est pas rectangle en  $A$ ...

exercice 42 :  $ABC$  est un triangle ; comment choisir  $P$  sur  $[AB]$ ,  $Q$  sur  $[AC]$  et  $R$  sur  $[CB]$  pour que le périmètre de  $PQR$  soit minimum ?

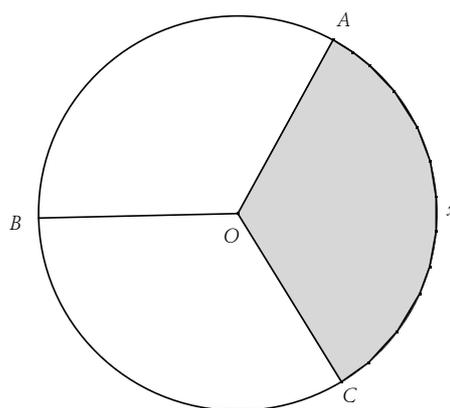
exercice 43 :  $ABC$  est un triangle donné. Soit  $A'$ , distinct de  $A, B$  et  $C$  ;  $L$  et  $M$  sont les projections orthogonales de  $A$  sur  $(A'B)$  et  $(A'C)$ . Où placer  $A'$  pour que la longueur  $LM$  soit maximale ?

exercice 44 : **(5-4)** On a un rectangle de côtés 2 et 5. Dessiner un autre rectangle dont le périmètre soit trois fois plus grand.

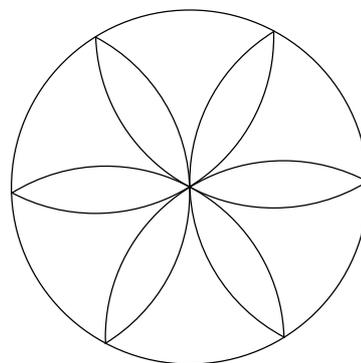
exercice 45 : (5-4) Construire le point  $M$  pour que les triangles  $ABM$  et  $ACM$  aient le même périmètre.



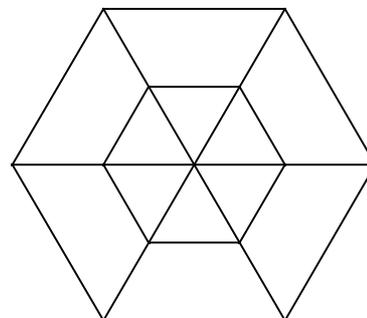
exercice 46 : (5-4) Quel est le rapport entre le périmètre de la partie grisée et le périmètre du cercle ?



exercice 47 : Le cercle et les arcs de cercle qui forment la rosace ci-contre ont le même rayon  $a$ . Quelle est leur longueur totale ?



exercice 48 : Dans la figure ci-contre, les deux hexagones sont réguliers. Le côté du plus petit vaut 1 et celui du plus grand, 2. Quelle est la somme des longueurs des traits représentés ?



exercice 49 : Une fourmi se déplace le long des arêtes d'un cube, arêtes dont la longueur est 1. Si elle se rend d'un sommet au sommet opposé sans passer deux fois par le même point, quelle est la longueur maximale de son trajet ?

exercice 50 : Quel est le rapport du périmètre d'un hexagone régulier à la circonférence du cercle circonscrit ?

exercice 51 :  $A, B, C$  et  $D$  sont quatre points dans cet ordre sur une droite.

Si  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$  et si  $\frac{BC}{CD} = \frac{2}{3}$ , que vaut  $\frac{AC}{CD}$  ?

exercice 52 : La figure ci-contre est formée de trois triangles équilatéraux  $PQR$ ,  $UQS$  et  $TSR$ . Si on pose :

$a = (QU + US) + (ST + TR)$ ,  $b = PQ + PR$ ,  $c = 2QR$ , laquelle des propositions suivantes est exacte ?

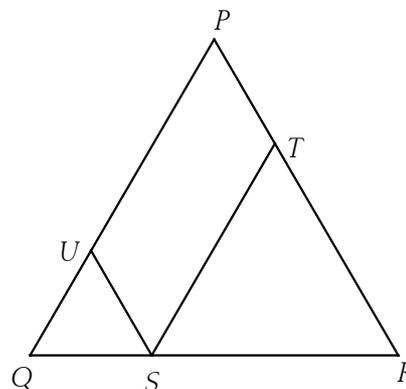
a.  $a > b$  et  $a > c$

b.  $b > a$  et  $b > c$

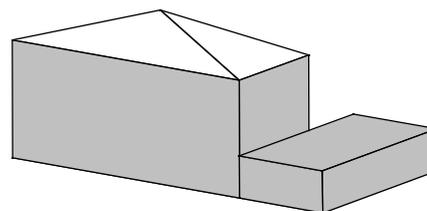
c.  $c > a$  et  $c > b$

d.  $a = b = c$

e. La manière dont  $a, b$  et  $c$  se comparent dépend de la position de  $S$ .



exercice 53 : Le bâtiment représenté en perspective ci-contre est regardé du dessus (de très haut). Dessinez ce que vous voyez...



exercice 54 : Deux cercles d'un même plan n'ont aucun point en commun. Le premier, de rayon 3 est centré en  $P$ , le second de rayon 5 est centré en  $Q$ . Quelle peut être la distance  $PQ$  ?

exercice 55 : L'hypothénuse  $[AB]$  d'un triangle rectangle  $ABC$  est divisée en 8 segments de même longueur ; par chacun des points de division est menée la parallèle à  $BC$ , ce qui détermine 7 segments intérieurs au triangle.

Si la longueur de  $[BC]$  est 10, quelle est la somme des longueurs de ces sept segments ?

exercice 56 : L'aire d'un triangle est  $180 \text{ m}^2$ . Sa base vaut les  $\frac{2}{5}$  de sa hauteur. Que mesure la base ?

exercice 57 : Deux droites parallèles sont distantes de 4 cm ;  $A$  et  $B$  sont deux points de l'une d'elles, distants de 20 cm. Combien y a-t-il, sur l'autre droite, de points  $C$  tels que le triangle  $ABC$  soit isocèle ?

#### 1-4 : Angles

exercice 58 : Que vaut l'angle intérieur d'un polygone régulier à douze côtés ?

exercice 59 : La somme des amplitudes des angles intérieurs d'un polygone convexe est  $3240^\circ$ . Quel est le nombre de côtés de ce polygone ?

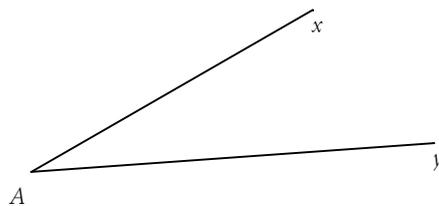
exercice 60 : Un piéton parcourt le périmètre d'un triangle équilatéral  $ABC$  : partant de  $A$ , il parcourt  $[AB]$ , tourne d'un certain angle, parcourt  $[BC]$ , tourne d'un certain angle, et parcourt enfin  $[CA]$ . Quelle est la somme des amplitudes des deux rotations ?

exercice 61 : Déterminer à la boussole et compté dans le sens horlogique, à partir du nord, le cap pour se rendre du point  $P$  au point  $Q$  est de  $75^\circ$  et pour se rendre de  $Q$  à  $R$ , de  $180^\circ$ . Quel cap doit-on suivre pour se rendre directement de  $P$  à  $R$  si l'on sait que le triangle  $PQR$  est rectangle en  $P$  ?

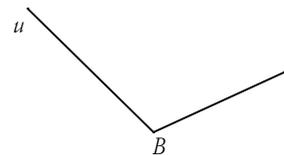
exercice 62 : Sur les côtés d'un carré  $ABCD$  on construit, extérieurement à celui-ci, les triangles équilatéraux  $ABP$ ,  $BCQ$ ,  $CDR$  et  $DAS$  puis les losanges  $PKQB$ ,  $QLRC$ ,  $RMSD$  et  $SNPA$ .

À propos de l'octogone  $PKQLRMSN$ , laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

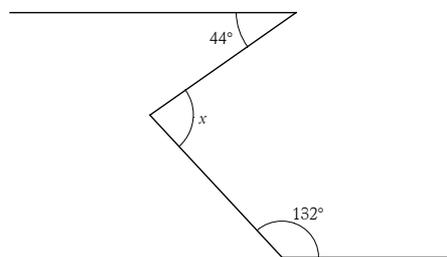
- a. Tous ses angles intérieurs valent  $120^\circ$ .
- b. Tous ses angles intérieurs valent  $150^\circ$ .
- c. Cet octogone est régulier.
- d. La somme des mesures de ses angles intérieurs vaut deux fois celle des mesures des angles du carré  $ABCD$ .
- e. La somme des mesures de ses angles intérieurs vaut trois fois celle des mesures des angles du carré  $ABCD$ .



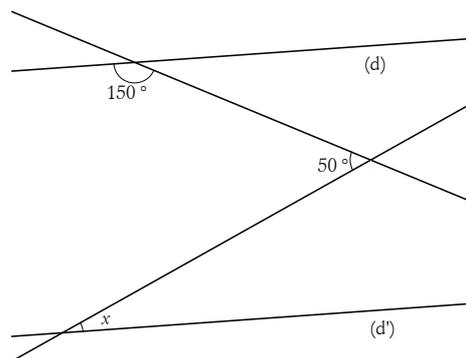
exercice 63 : (6-5-4) Comparer les angles  $\widehat{xAy}$  et  $\widehat{xBv}$ .



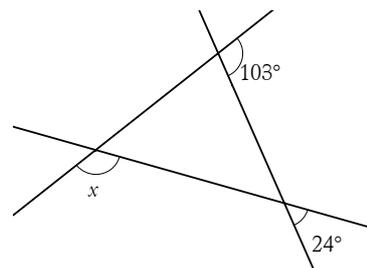
exercice 64 : ‡(6-5) Trouver  $x$ .



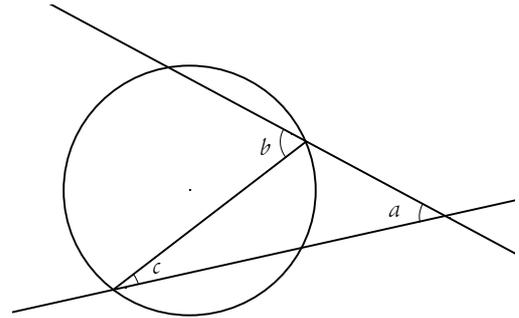
exercice 65 : ‡ Les droites (d) et (d') sont parallèles. Trouver  $x$ .



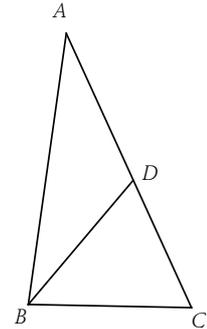
exercice 66 : ‡ Dans la figure ci-contre (imprécise), que vaut  $x$  ?



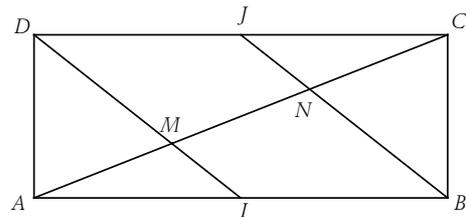
exercice 67 : ‡ Si  $a = 30^\circ$  et  $b = 45^\circ$ , alors que vaut  $c$  ?



exercice 68 : On a  $AD = BD = BC$ .  
Si  $\widehat{BAC} = 36^\circ$ , que vaut  $\widehat{DBC}$  ?



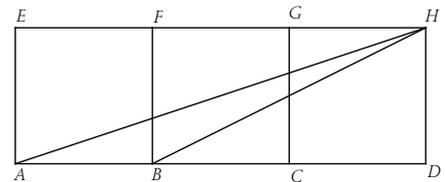
exercice 69 : ‡ **(3-2)**  $ABCD$  est un rectangle,  $I$  est le milieu de  $[AB]$ ,  $J$  celui de  $[CD]$ ; comment faut-il choisir les dimensions du rectangle  $ABCD$  pour que les angles en  $M$  et  $N$  soient droits ?



exercice 70 : ‡ **(4-3-2)** On se donne trois carrés accolés de côté 1 comme sur la figure.

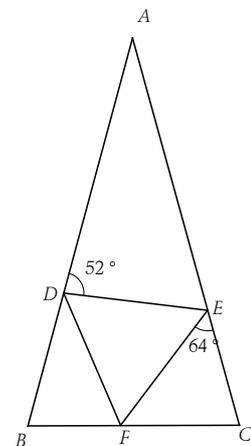
Que vaut l'angle  $\widehat{DAH} + \widehat{DBH}$  ?

**(2)** Que valent les angles  $\widehat{DAH}$  et  $\widehat{DBH}$  ?

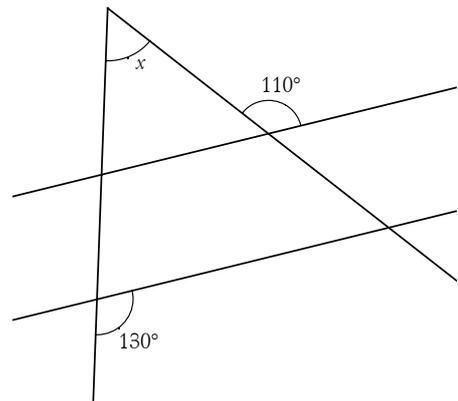


exercice 71 : ‡ Dans la figure ci-contre (imprécise), le triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$  et le triangle  $DEF$  est équilatéral.

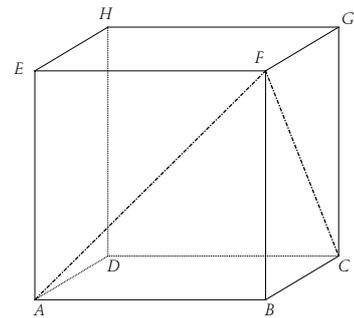
Si  $\widehat{ADE} = 52^\circ$  et  $\widehat{CEF} = 64^\circ$ , que vaut  $\widehat{BFD}$  ?



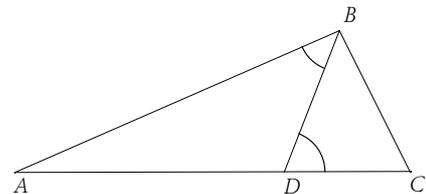
exercice 72 : ‡ (6-5) Trouver  $x$ .



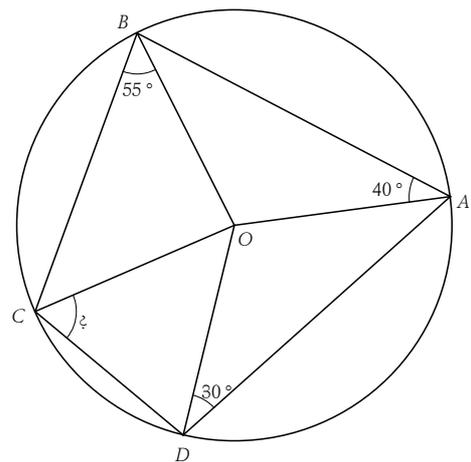
exercice 73 : ‡ (2) Sur un cube on a tracé deux diagonales. Quelle est la mesure de l'angle formé par ces deux diagonales ?



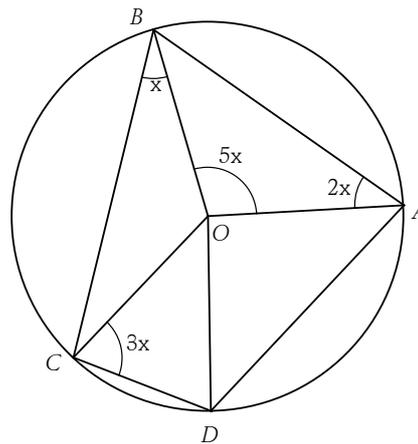
exercice 74 : ‡ (2) On a  $AB=2 BC, AD = 2 DC$  ; que peut-on dire des angles  $\widehat{ABD}$  et  $\widehat{BDC}$  ?



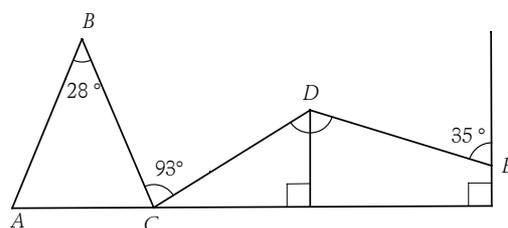
exercice 75 : ‡ (5-4-3-2) Calculer l'angle inconnu.



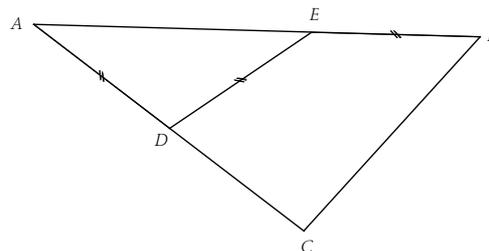
exercice 76 : ‡ (3-2) Calculer  $x$ .



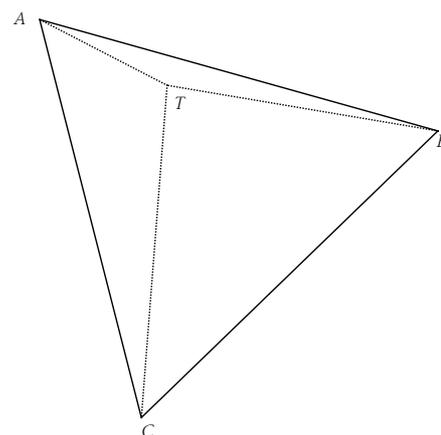
exercice 77 : On a  $AB = BC = CD$ . Que vaut l'angle  $\widehat{CDE}$  ?



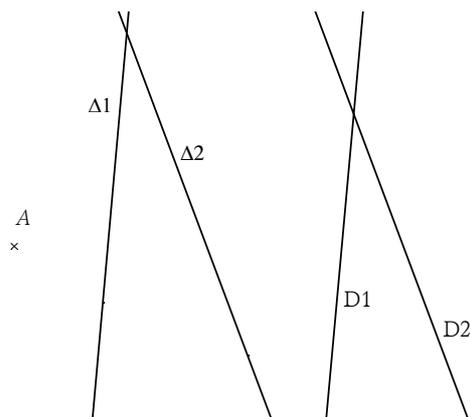
exercice 78 : ‡ (4-3-2) Soit le triangle  $ABC$  ; construire les points  $D$  et  $E$  sur  $(AC)$  et  $(AB)$  de sorte que  $AD = DE = EB$ .



exercice 79 : ‡ (3-2) Les distances de  $T$  aux sommets du triangle équilatéral sont 3, 5 et 7 cm. Quelle est la longueur du côté de ce triangle ?



exercice 80 :  $(\Delta_1, \Delta_2)$  et  $(D_1, D_2)$  sont deux couples de droites parallèles ; construire une droite passant par  $A$ , sécante à  $\Delta_1, D_1, \Delta_2$  et  $D_2$  en  $E, F, E', F'$  tels que  $EF = E'F'$ .



exercice 81 : Il existe certainement un triangle isocèle dont un angle vaut  $16^\circ$ . Donner ses autres angles.

exercice 82 : Soit  $ABC$  un triangle. Construire un hexagone régulier inscrit dans  $ABC$  à la règle et au compas.

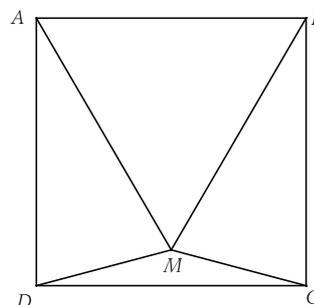
exercice 83 : On donne trois cercles concentriques. Construire un triangle équilatéral ayant un sommet sur chacun des cercles. Peut-on en faire autant avec un triangle rectangle ?

exercice 84 : **(5-4-3)**  $ABCD$  est un parallélogramme,  $M$  est le milieu de  $[AB]$ . Quels sont les parallélogrammes dans lesquels  $DMC$  est un angle droit ?

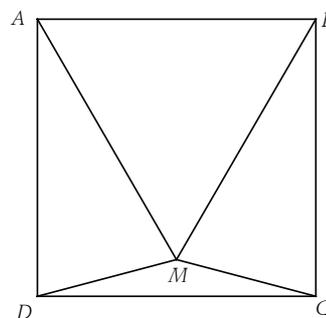
exercice 85 : **(3-2)**  $M$  et  $N$  sont deux points quelconques d'un cercle,  $H$  et  $K$  leurs projections orthogonales sur un diamètre du cercle,  $P$  le milieu de  $[MN]$ . Nature du triangle  $PHK$ .

exercice 86 : On vous donne un triangle. Pouvez-vous tracer une droite  $(D)$  qui partage ce triangle en deux polygones de même aire et de même périmètre ?

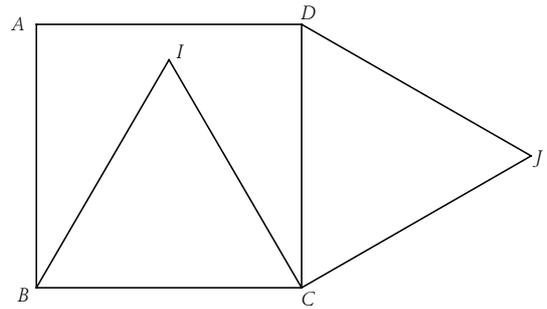
exercice 87 : **(6-5-4-3)**  $ABM$  est équilatéral,  $ABCD$  est un carré. Trouver l'angle  $\widehat{DMC}$ .



exercice 88 : **(5-4-3)**  $M$  est le point intérieur au carré  $ABCD$  tel que les deux angles à la base du triangle  $DMC$  sont égaux à  $15^\circ$ . Prouver que le triangle  $AMB$  est équilatéral.

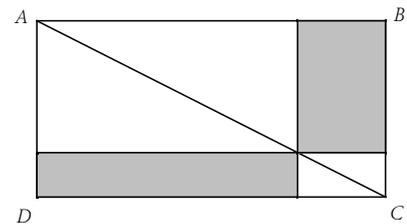


exercice 89 :  $ABCD$  est un carré ; on construit deux triangles équilatéraux  $BIC$  et  $CDJ$ . Que peut-on dire des points  $A, I$  et  $J$  ?

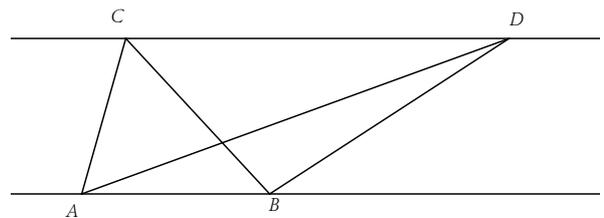


**1-5 : Aires et volumes**

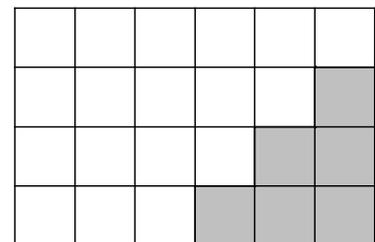
exercice 90 : **(6-5-4-3-2)** Quel est le rapport entre l'aire grisée et l'aire du rectangle  $ABCD$  ?



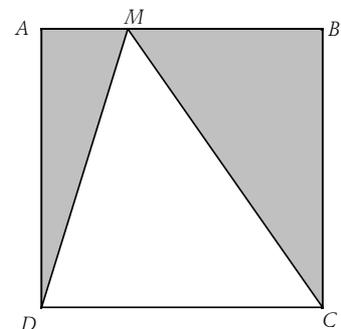
exercice 91 : **(6-5-4-3-2)** Comparer les aires des triangles  $CAB$  et  $DAB$  (les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles).



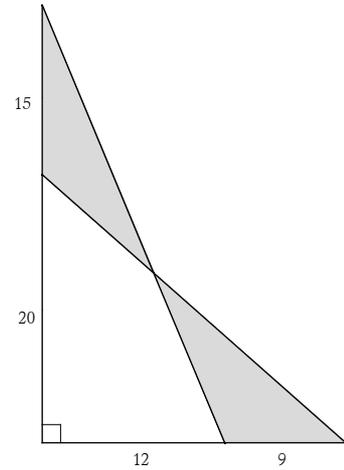
exercice 92 : Dans la figure ci-contre, le rectangle est divisé en petits carrés de même taille. Quelle fraction du rectangle est grisée ?



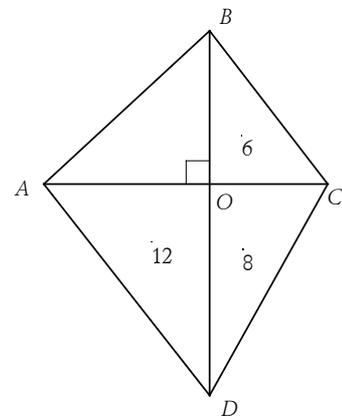
exercice 93 :  $ABCD$  est un carré de côté 10 cm. Que vaut l'aire de la surface grisée ?



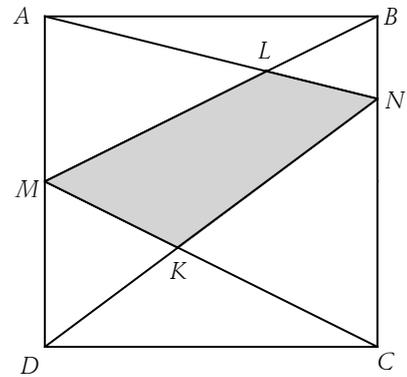
exercice 94 : **(3-2)** Les deux triangles grisés ont-ils la même aire ?



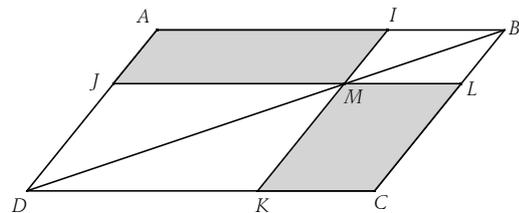
exercice 95 : **(3-2)** On donne les aires des triangles  $OBC$ ,  $OCD$  et  $OAD$ . Quelle est l'aire du triangle  $AOB$  ?



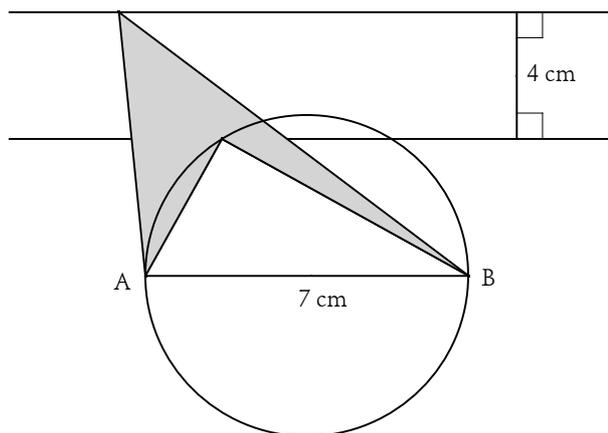
exercice 96 : **(3-2)**  $ABCD$  est un carré de côté 1,  $M$  est le milieu de  $[AD]$ ,  $N$  est au quart de  $[BC]$ . Quelle est l'aire du quadrilatère  $MKNL$  ?



exercice 97 : **(3-2)**  $ABCD$  est un parallélogramme,  $M$  est un point quelconque de la diagonale  $[BD]$ ,  $(IK)$  et  $(JL)$  sont parallèles aux côtés de  $ABCD$ . Comparer l'aire des parallélogrammes  $AIMJ$  et  $CKML$ .

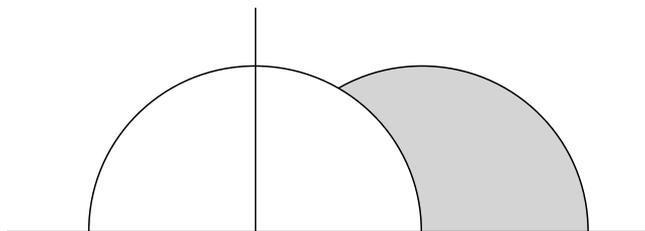


exercice 98 : (3-2) Quelle est l'aire du quadrilatère grisé ?



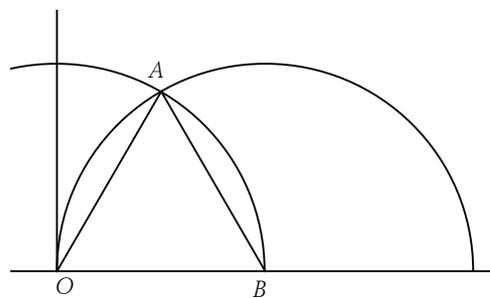
exercice 99 : (3-2) Partager un octogone régulier en 9 figures d'aires égales.

exercice 100 : (3-2) Les deux cercles ont pour rayon 1. Quelle est l'aire de la partie grisée ?



### Correction

Le triangle équilatéral  $OAB$  a pour aire  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ; le secteur angulaire délimité par l'arc  $\widehat{AB}$  a pour aire  $\frac{\pi}{3}$  donc la lunule délimitée par  $[AB]$  et  $\widehat{AB}$  a pour aire  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$  ; il en est de même pour celle délimitée par  $[OA]$  et  $\widehat{OA}$  ;

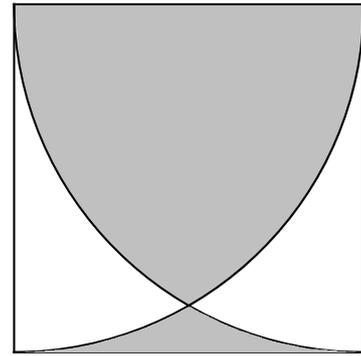


la partie à enlever au demi-cercle est donc  $2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

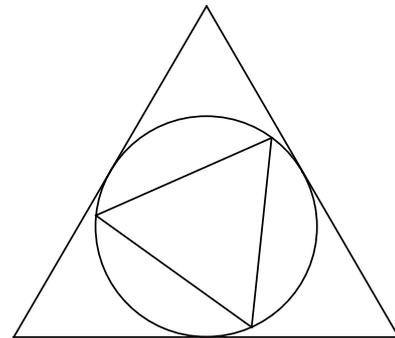
Il reste au final  $\frac{\pi}{2} - \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \approx 0,34$ .

exercice 101 : (4-3-2)  $ABCD$  est un carré.  $P$  est le milieu de  $[AD]$ ,  $Q$  celui de  $[AB]$ . Evaluer  $\frac{\text{aire}(CPQ)}{\text{aire}(ABCD)}$ .

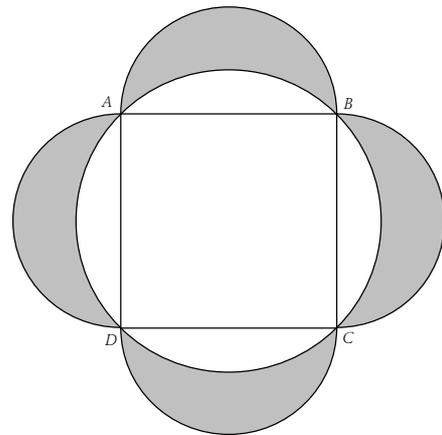
exercice 102 : **(4-3-2)**  $ABCD$  est un carré de côté  $a$ .  
 $\widehat{AC}$  et  $\widehat{BD}$  sont des arcs de cercle de centres  $B$  et  $A$ . Quelle est l'aire du domaine hachuré ?



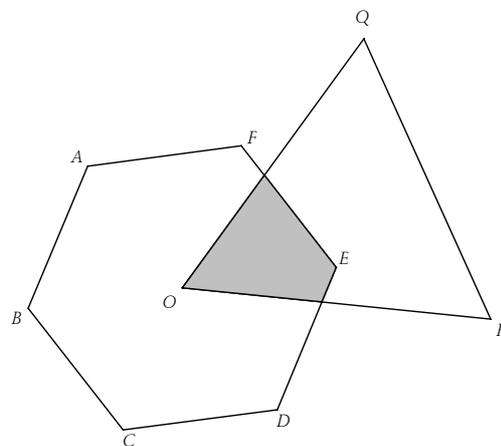
exercice 103 : **(4-3-2)** Un triangle équilatéral est inscrit dans un cercle qui lui-même est inscrit dans un triangle équilatéral. Quel est le rapport des aires des triangles ?



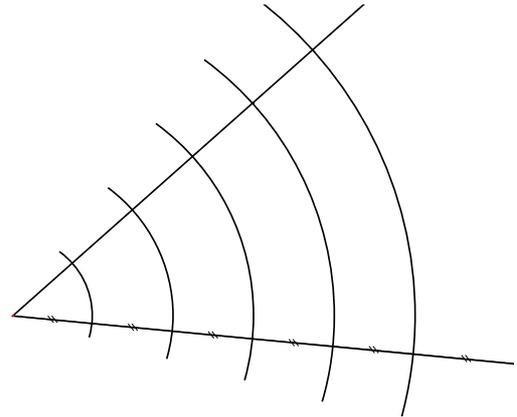
exercice 104 : **(4-3-2)**  $ABCD$  est un carré de côté  $a$ .  
 Calculer en fonction de  $a$  l'aire du domaine grisé.



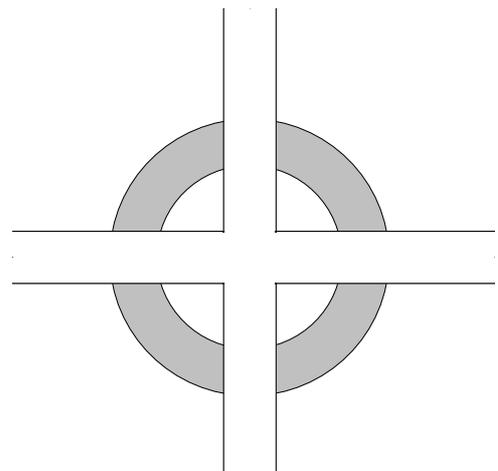
exercice 105 : **(5-4-3-2)**  $ABCDEF$  est un hexagone régulier de côté  $a$  et de centre  $O$ .  $OPQ$  est un triangle équilatéral de côté  $2a$ . Quelle est l'aire de la partie hachurée ?



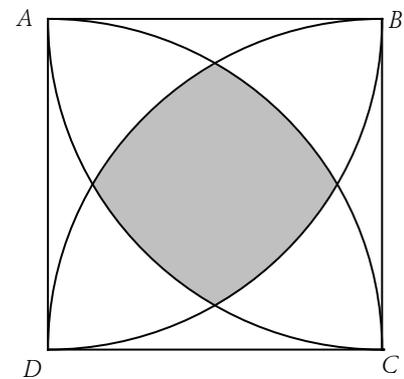
exercice 106 : **(3-2)** Y'a-t-il des parties de même aire dans cette figure ?



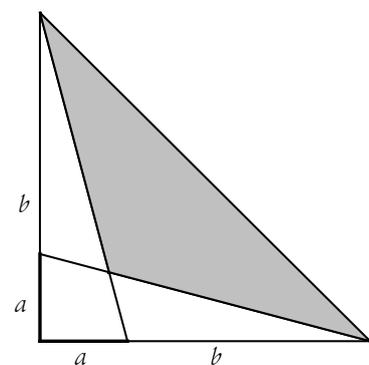
exercice 107 : **(4-3-2)** Deux avenues, chacune de largeur totale 6 m, se coupent à angle droit : une pelouse (surface grisée) est limitée par ces deux avenues et deux cercles, centrés au centre du carrefour et de rayons 10 m et 13 m. Quelle est l'aire de la pelouse ?



exercice 108 : **(3-2)**  $ABCD$  est un carré de côté  $a$ . Calculer l'aire du domaine coloré en fonction de  $a$ .



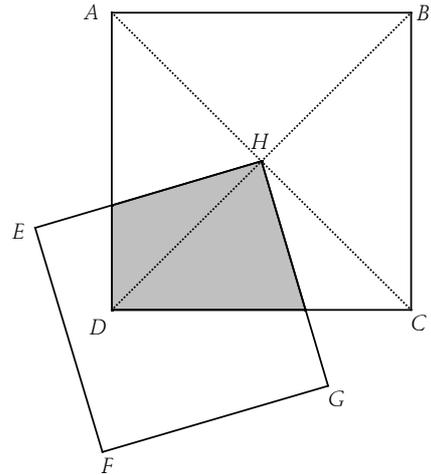
exercice 109 : **(3-2)** Calculer l'aire du domaine grisé.



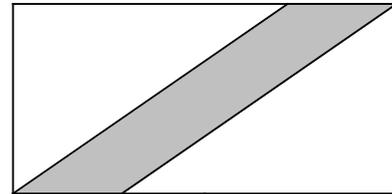
exercice 110 : **(5-4-3-2)**  $ABCD$  est un carré de côté  $2a$ .

$EFGH$  est un carré de côté  $b$  avec  $a < b < 2a$ .

Quelle est l'aire du domaine grisé ?

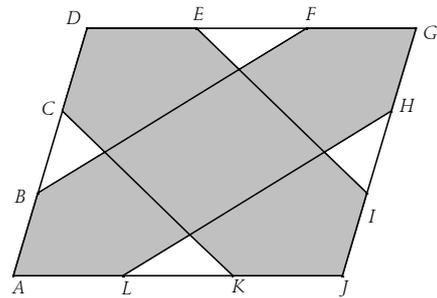


exercice 111 : **(4-3-2)** On considère un jardin de 5 mètres sur 10 mètres. Il est coupé par un sentier de 2m de large comme sur la figure. Quelle est l'aire de ce sentier ?

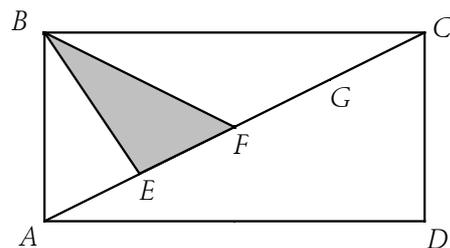


exercice 112 : Dans la figure ci-contre,  $ADGJ$  est un parallélogramme dont chaque côté est partagé en trois segments de même longueur par les points intermédiaires  $B, C, E, \dots, L$ .

Si l'aire du parallélogramme vaut 54, quelle est celle de la zone grisée ?

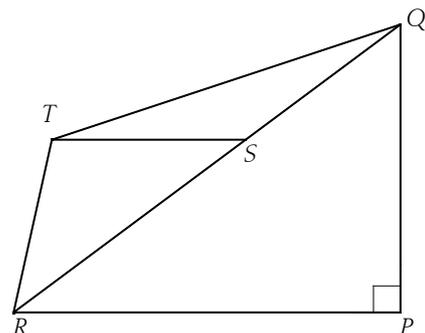


exercice 113 : Dans la figure ci-contre, les points  $E, F, G, H$  partagent le segment  $[AC]$  en quatre parties égales. Si  $AB=16$  et  $AD=32$ , que vaut l'aire du triangle  $BEF$  ?

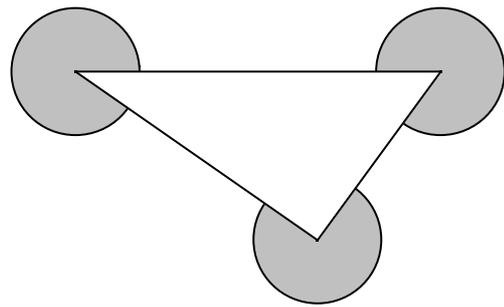


exercice 114 : **(4-3-2)** Sur la figure  $(ST)$  est parallèle à  $(PR)$ .

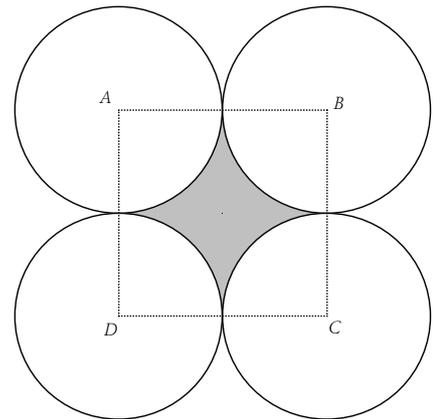
Que peut-on dire de l'aire du triangle  $RQT$  ?



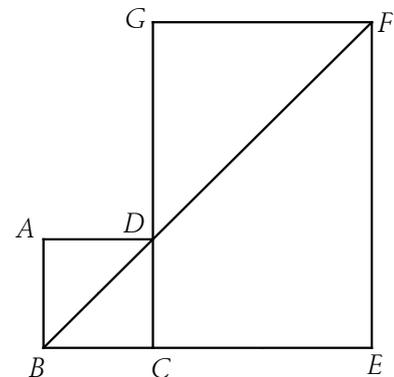
exercice 115 : Dans la figure ci-contre, les cercles ont pour rayon 1 et leurs centres sont les sommets du triangle. Quelle est l'aire de la surface grisée ?  
 Quel est le périmètre total de la figure ?



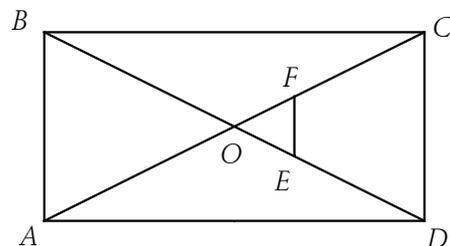
exercice 116 : Quatre rondelles identiques ont 24 mm de diamètre et sont placées comme l'indique la figure ci-contre. Que vaut en  $\text{mm}^2$  l'aire de la partie ombrée ?



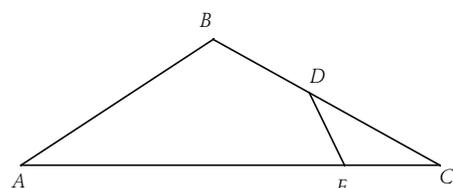
exercice 117 : † Dans la figure ci-contre,  $ABCD$  est un carré de côté 1,  $CEFG$  est un rectangle,  $CE = 2BC$  et  $B, D, F$  sont alignés. Quelle est l'aire du pentagone  $ABEFD$  ? ‡



exercice 118 : Dans la figure ci-contre,  $ABCD$  est un rectangle et  $(EF)$  est parallèle à  $(AB)$ . De plus  $AB=6, AD=12$  et  $EF=2$ .  
 Quelle est l'aire du triangle  $OEF$  ?



exercice 119 : Les côtés  $AC$  et  $BC$  du triangle  $ABC$  mesurent respectivement 10 et 6. En outre  $EC=3, DC=4$ . Si l'aire du triangle  $DEC$  vaut 3, quelle est l'aire du quadrilatère  $ABDE$  ?



exercice 120 : Dans un rectangle de base  $2a$  et de hauteur  $a$ , on découpe un petit rectangle de base  $a$  et de hauteur  $a/2$ . Que vaut l'aire de la partie restante ?

exercice 121 : **(3-2)** Dans un cylindre de diamètre 16 cm et de hauteur 25 cm on place une bille de rayon 7 cm et on complète avec de l'eau jusqu'à affleurement.

On retire la bille, on plonge une bille de rayon quelconque ; la bille sort-elle de l'eau ? Est-elle sous l'eau ? Y-a-t-il affleurement ?

exercice 122 : **(3-2)** Existe-t-il un triangle  $ABC$  d'aire maximale sachant que  $AB = AC = 12$  cm ?

exercice 123 : **(3-2)** On considère un demi-cercle  $(C)$  de diamètre  $[AB]$ , de centre  $O$ , de rayon 1. Montrer qu'il existe un point unique  $M$  de ce demi-cercle tel que la droite  $(AM)$  partage le demi-disque limité par  $[AB]$  et  $(C)$  en deux surfaces de même aire. Définir la position du point  $M$ .

exercice 124 : Un paysan prudent a attaché sa chèvre par 2 chaînes de 5 mètres de long. Ces deux chaînes sont attachées respectivement à deux piquets plantés à 5 mètres l'un de l'autre. Quelle est la surface de prairie que peut brouter la chèvre ?

exercice 125 : Etant donné un triangle  $ABC$ , trouver 3 points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sur chaque côté du triangle de façon que  $\text{aire}(ABC) = \frac{1}{2} \text{aire}(A'B'C')$ .

exercice 126 : Dans un parallélogramme les longueurs de deux côtés consécutifs sont 3 et 5. Lequel des nombres suivants ne peut être son aire : 1, 2, 8, 15, 16.

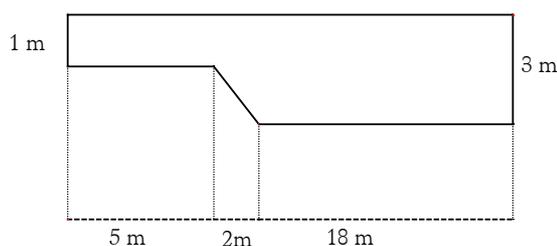
exercice 127 : La longueur totale des arêtes d'un cube est de 36 m. Pour peindre toutes ses faces, combien de pots de peinture faut-il acheter sachant que chaque pot contient 500 g de peinture et qu'il faut 100 g de peinture par mètre carré.

exercice 128 : Pour remplir un réservoir de  $2,1 \text{ m}^3$ , combien dois-je verser de seaux de 7 litres ?

exercice 129 : La somme des longueurs d'un cube vaut 60 cm. Quel est le volume de ce cube ?

exercice 130 : Une boîte de forme cubique de 5 cm de côté est remplie, autant que possible, avec des cubes de 2 cm de côté ; ceux-ci sont disposés de telle manière que leurs faces soient parallèles aux parois de la boîte. Quel est, en centimètres cubes, le volume restant libre dans la boîte ?

exercice 131 : La figure ci-contre représente, sans respecter les proportions, le profil longitudinal d'une piscine de plan rectangulaire, dont la largeur est de 10 m. Quelle est sa capacité ?



exercice 132 : Une piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle ; sa longueur est de 10 m et sa largeur de 5 m. Lorsqu'elle contient 10 000 litres, quelle est en centimètres la hauteur atteinte par l'eau ?

exercice 133 : Pour faire polir toutes les faces d'une pierre de forme cubique, j'ai dû payer 147 euros : le polissage coûte 50 euros par mètre carré. Quel est le volume de cette pierre ?

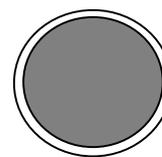
exercice 134 : Un cube métallique plein de 20 cm d'arête pèse 64 kg. Combien pèse un cube d'1 cm d'arête du même matériau ?

exercice 135 : Tous les coins d'un cube en bois sont coupés à mi-arête, les sections étant planes. Quel est le nombre de faces et d'arêtes du polyèdre restant ?

**1-6 : Autour du cercle**

exercice 136 : **(6-5-4-3-2)** Supposons que l'on fasse le tour de la Terre avec une ficelle. Si on rallonge la ficelle de 1 mètre et qu'on la dispose à égale distance du sol suivant le schéma, qui pourra passer sous la ficelle sans la toucher ?

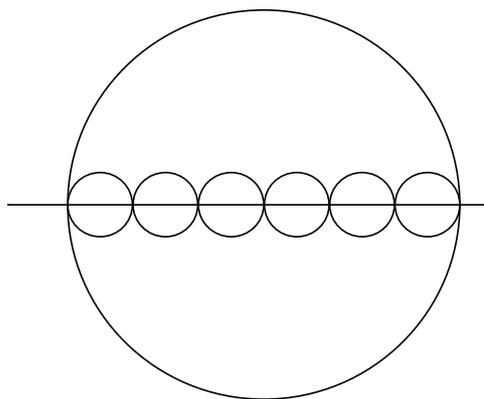
Un microbe ? Une fourmi ? Une souris ? Un boa ? Un chien ? Un éléphant ?



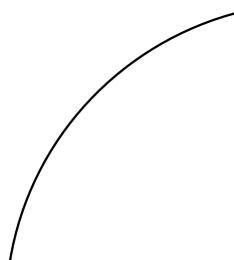
exercice 137 : **(5-4-3-2)** Avec 30 cm de ficelle on peut faire le tour d'un ballon. Quelle longueur de ficelle faut-il ajouter pour faire le tour d'un autre ballon dont le rayon est supérieur de 2 cm ?

exercice 138 : **(4-3-2)** Supposons que l'on ait une ficelle assez longue pour faire le tour d'une boule de la taille de la Terre. Pour placer la ficelle à une distance constante de 2 cm de la boule, quelle longueur de ficelle faut-il ajouter ?

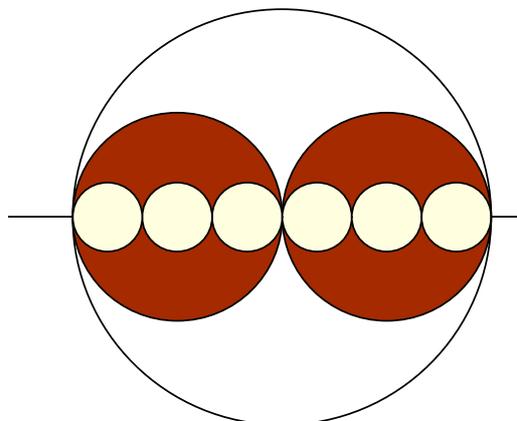
exercice 139 : **(5-4-3-2)** L'aire de chaque petit disque est  $2 \text{ cm}^2$ . Quelle est l'aire du grand disque ? Refaire la figure exacte.



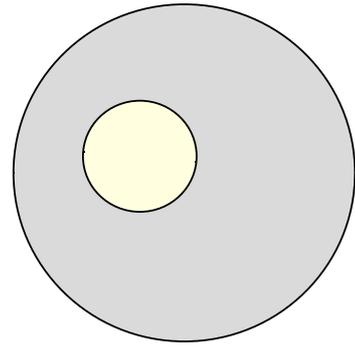
exercice 140 : **(5-4-3-2)** Trouver le centre du cercle.



exercice 141 : **(3-2)** A quelle fraction du grand disque correspondent les six petits disques ? A quelle fraction du grand disque correspond l'aire en marron ?



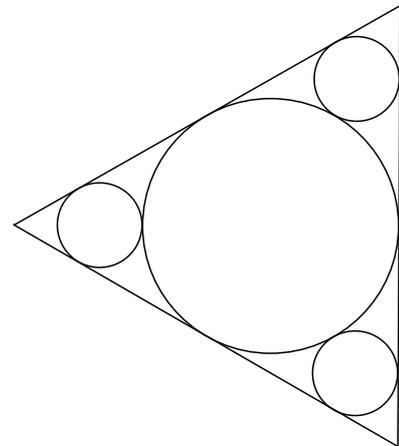
exercice 142 : **(5-4-3-2)** La couronne ci-contre est délimitée par deux cercles de rayons  $R$  et  $r$  : quelle est l'aire de la partie grisée en fonction de  $R$  et  $r$ .



exercice 143 : **(3-2)** Le triangle ci-contre est équilatéral. Les cercles sont tangents au triangle et tangents deux à deux.

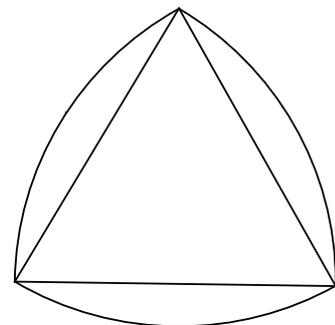
a. Construire la figure.

b. Si le grand cercle a pour rayon 3, quel est le rayon des petits cercles ?



exercice 144 : **(3-2)** Le triangle est équilatéral de côté 1.

Les trois sommets sont les centres des arcs de cercle. Trouver l'aire de la figure délimitée par les arcs de cercle.



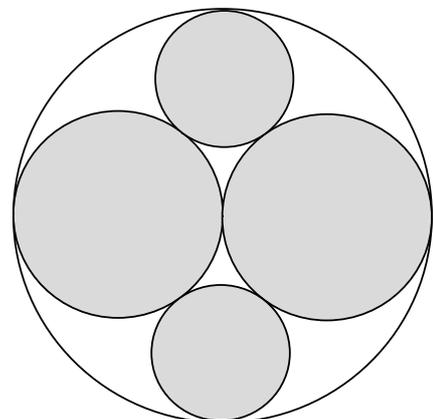
exercice 145 : **(3-2)** Les cercles sont tangents deux à deux.

Le grand cercle a pour rayon 2.

Les cercles intermédiaires et les petits sont identiques deux à deux.

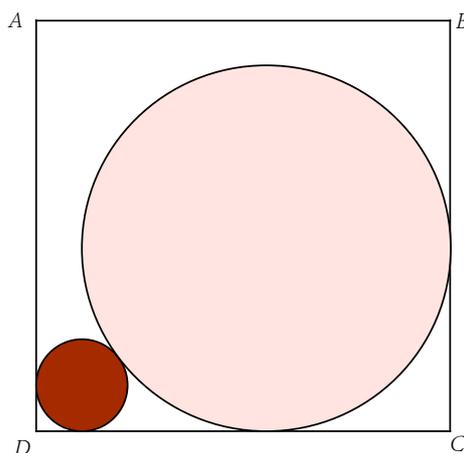
a. Quels sont les rayons des cercles intérieurs ?

b. Quelle est l'aire de la surface blanche ?

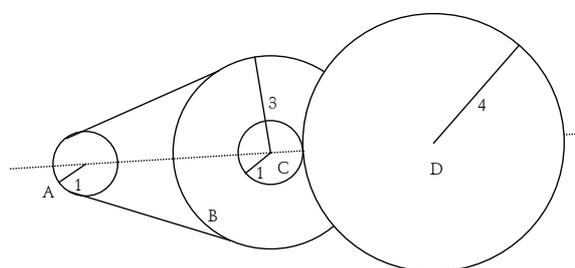


exercice 146 : **(3-2)** La boule et le cochonnet

Le rayon de la boule est quatre fois celui du cochonnet. Ils sont placés dans une boîte de 27 cm de côté. Quels sont leurs rayons ?



exercice 147 : La figure ci-dessous représente un système de roues. Les roues A et B sont reliées par une courroie qui ne patine pas ; les roues B et C sont solidaires d'un même axe ; la roue D est entraînée par la roue C, contre laquelle elle frotte sans patiner. Combien de tours faut-il faire faire à la roue A pour que la roue D effectue un tour ?



exercice 148 : On donne trois cercles de même rayon. Construire à la règle et au compas un cercle tangent à ces trois cercles et les contenant.

exercice 149 : Soit trois points formant un triangle  $ABC$ . Construire trois cercles  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  et  $(C_3)$  vérifiant :

- $(C_1)$  et  $(C_2)$  sont tangents en  $A$ ,
- $(C_1)$  et  $(C_3)$  sont tangents en  $B$ ,
- $(C_2)$  et  $(C_3)$  sont tangents en  $C$ .

exercice 150 : On donne  $n$  points dans le plan. Construire le plus petit disque les contenant.

exercice 151 : Soient  $(C)$  un cercle,  $(D)$  une droite,  $A$  un point. Trouver les points  $M$  de  $(D)$  et  $M'$  de  $(C)$  tels que  $A$  soit le milieu de  $[MM']$ .

exercice 152 : Quatre cercles d'un plan se coupent deux à deux en 2 points distincts ; trois de ces cercles n'ont jamais de point commun. En combien de régions partagent-ils le plan ?

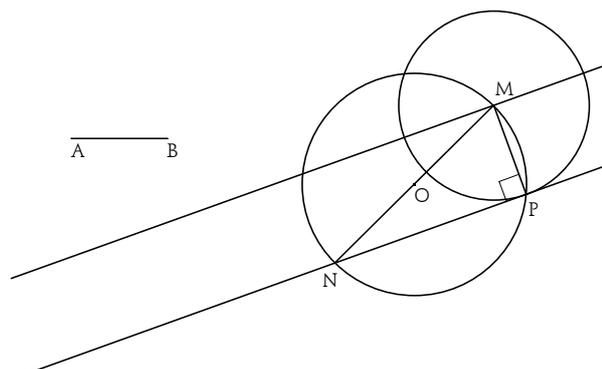
### 1-7 : Cercles et triangles rectangles

exercice 153 : **(4-3)** Dans un magazine Thomas a lu le problème suivant :

« Soient deux points  $M$  et  $N$  et un segment  $[AB]$ . Utiliser une simple règle non graduée et un compas pour construire deux droites parallèles situées à la distance  $AB$  l'une de l'autre et passant l'une par  $M$  et l'autre par  $N$ . »

Thomas a réalisé la construction ci-contre, solution du problème.

Expliquer la construction de Thomas.



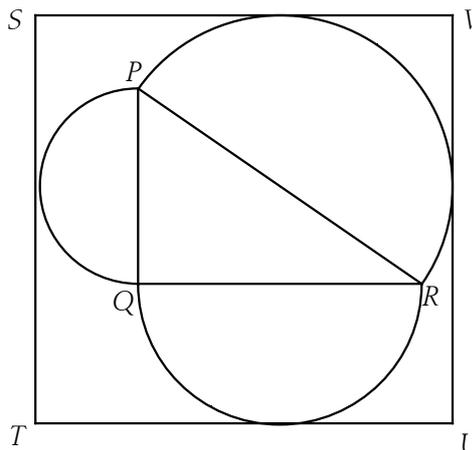
Le cercle de centre  $M$  est de rayon  $AB$ .

exercice 154 :  $STUV$  est un rectangle.

$PQR$  est un triangle rectangle en  $Q$  tel que  $PQ = 6$  et  $PQ$  est parallèle à  $ST$  ;  $QR = 8$  et  $QR$  est parallèle à  $TU$ .

Les demi-cercles de diamètres  $PR$ ,  $QP$  et  $QR$  sont tangents à  $STUV$ .

Quelle est l'aire de  $STUV$  ?



exercice 155 : **(4-3)** 1. Construire un cercle (C) de centre O, de rayon 3 cm.

2. Placer sur (C) deux points E et F tels que OEF soit équilatéral.

3. Tracer la tangente au cercle (C) passant par E ; elle coupe (OF) en A.

4. Montrer que OEA est rectangle.

5. Calculer les mesures des angles du triangle AEF.

6. Que dire de F ?

exercice 156 : **(4-3)** 1. Tracer un angle  $\widehat{xAy}$  de  $60^\circ$ .

2. Tracer la bissectrice (d) de  $\widehat{xAy}$ . Placer sur (d) un point B tel que  $AB = 7$  cm et I le milieu de AB.

3. La perpendiculaire issue de B au côté  $[Ax)$  coupe  $[Ax)$  en M et la perpendiculaire issue de B au côté  $[Ay)$  coupe  $[Ay)$  en N. Démontrer que  $BM = BN$  et que  $AM = AN$ .

4. Donner les mesures des angles du triangle AMB en justifiant les réponses.

5. Démontrer que le triangle BIM est équilatéral.

6. Démontrer que MBNI est un losange.

7. Démontrer que les droites (AM) et (AN) sont tangentes au cercle de centre B et de rayon BI.

8. Démontrer que le triangle AMN est équilatéral.

9. Démontrer que  $[MN)$  est bissectrice de l'angle  $\widehat{IMB}$ .

### 1-8 : Tangentes au cercle

exercice 157 : **(4-3)** Avec un logiciel :

1. Placer un cercle de centre O et placer un point C extérieur au cercle.

2. Tracer les tangentes (CR) et (CS) au cercle.

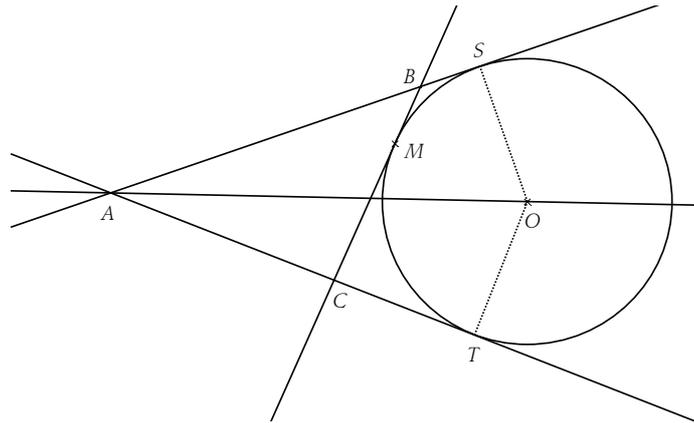
3. Placer un point sur le cercle, nommez le T et tracez la tangente en T au cercle qui coupe (CR) en M et (CS) en N.

4. Mesurer CM, CN, MN, CR et CS.

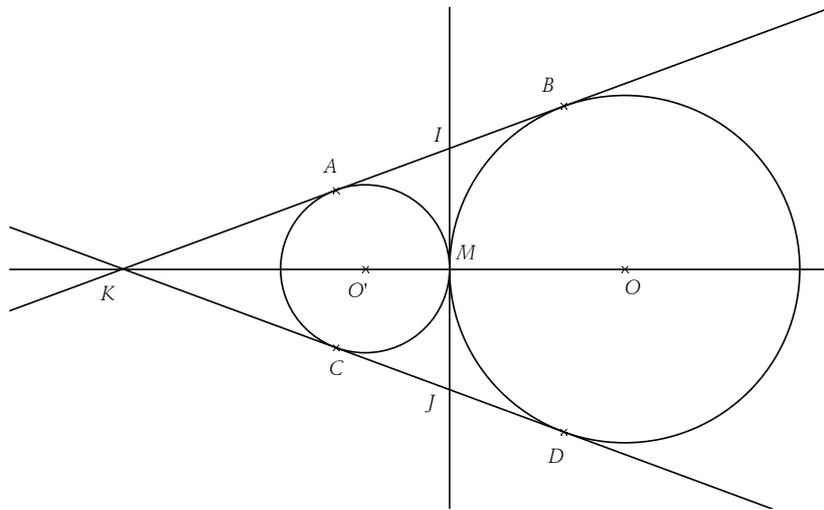
5. Calculer le périmètre du triangle CMN.

6. Déplacer le point C plusieurs fois, reprendre les mesures, comparer les différentes valeurs trouvées pour le périmètre de CMN avec celles de CR.

exercice 158 : **(3-2)** (AS) et (AT) sont tangentes au cercle. Par un point M de l'arc  $\widehat{ST}$  on a tracé une troisième tangente. Comparer le périmètre du triangle ABC aux longueurs AS et AT.



exercice 159 : **(3-2)** Les droites  $(AB)$ ,  $(CD)$  et  $(IJ)$  sont les tangentes communes aux deux cercles. Que peut-on dire de  $I$  et  $J$  ?



exercice 160 : **(3-2)**  $C$  est un point du segment  $[AB]$ . La perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$  coupe en  $D$  le cercle de diamètre  $[AB]$ . Le cercle de diamètre  $[AC]$  coupe  $[AD]$  en  $E$  et le cercle de diamètre  $[CB]$  coupe  $[DB]$  en  $F$ . Que peut-on dire de la droite  $(EF)$  ?

### 1-9 : Vecteurs

exercice 161 : **(2)**  $ABDC$  est un parallélogramme.  $E$  est un point à l'intérieur de ce parallélogramme. Par  $E$ , on construit les parallèles aux côtés qui coupent les côtés en quatre points  $F, G, H$  et  $I$  (définis en tournant sur les côtés). Construire le vecteur  $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FI}$ . Conjecture et démonstration.

exercice 162 : **(3-2)**  $A, B, C, D$  et  $M$  sont quatre points quelconques du plan.  $E$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $A$ ,  $F$  celui de  $E$  par rapport à  $B$ ,  $G$  celui de  $F$  par rapport à  $C$ ,  $N$  celui de  $G$  par rapport à  $D$ . A quelle(s) condition(s) a-t-on  $N = M$  ?

Est-ce la même chose avec 5 points ? Expliquez.

## 2. Arithmétique

### 2-1 : Calculs

exercice 163 : Que vaut  $1+2\times 3+4$  ?

exercice 164 : Que vaut  $10+9\times 10\times 11$  ?

exercice 165 : Que vaut  $3-\left(2-\left(1-\left(3-\left(2-\left(1-3\right)\right)\right)\right)\right)\right)$  ?

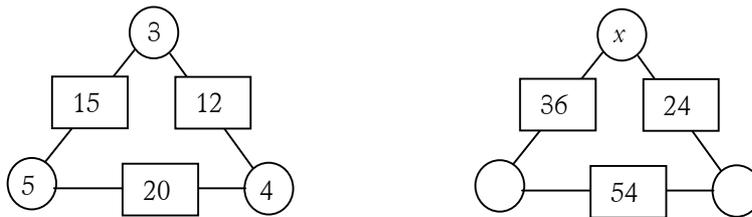
exercice 166 : Que vaut  $1001+2002+3003+\dots+9009$  ?

exercice 167 : Si  $a=4$ ,  $b=2$ ,  $c=3$ , alors  $a+10\times b+100\times c=$  ?

exercice 168 : A partir du deuxième, chaque nombre d'une liste s'obtient en ajoutant 1 au double du précédent. Si le premier nombre est 1, quel est le quatrième ?

exercice 169 : Jeanne note trois nombres. En les additionnant deux à deux elle obtient les sommes 63, 65 et 68. Quel est le plus petit des trois nombres notés ?

exercice 170 : Dans le schéma de gauche les carrés situés au milieu des côtés du triangle contiennent les produits des nombres positifs figurant dans les cercles qui occupent les sommets du triangle. Si le schéma de droite suit la même règle, que vaut  $x$  ?



exercice 171 : Les affirmations suivantes sont-elles exactes ?

\*  $\left(3^3+3\right)\times 3+3\times 3+\frac{3}{3}=100$       \*  $4\times 4\times 4+4\times 4+\left(4+\frac{4}{4}\right)\times 4=100$

\*  $\left(5+5\right)\times\left(5+5\right)\neq 100$       \*  $\left(9+\frac{9}{9}\right)\times\left(9+\frac{9}{9}\right)\neq 100$

exercice 172 : **(3-2)** Calculer le quotient de  $2^{2^3}$  par  $\left(2^2\right)^3$ .

exercice 173 : Dans la multiplication incomplète ci-contre, que vaut le chiffre  $x$  ? (Les ? indiquent différents chiffres inconnus).

$$\begin{array}{r} \text{? } 564 \\ \times \quad \text{?} \\ \hline 13x\text{?}2 \end{array}$$

exercice 174 : Dans la multiplication  $2001\times 4a73=9750a73$ ,  $a$  représente un chiffre inconnu. Lequel ?

exercice 175 : Calculer le plus rapidement possible :

\*  $1^3=$       \*  $2^2\times 3+2\times 3^2=$       \* Un millième de  $2^6\times 5^3=$       \*  $\frac{7,2}{10^3}=$

\* La différence des carrés des nombres 5 et 8 augmentée du double du produit de ces deux nombres.

\* Le carré de la somme de 3 et de 1.

\* Quel est le nombre dont le carré est 0,000 121 ?

\*  $0,08^2-0,02^2=$       \* Le cube de  $-1$  moins le cube de  $-4=$       \*  $(-1)^{-1}=$       \*  $-2^2-2^2=$

$$\begin{array}{lll}
* (-1)^{1998} - (-1)^{1999} = & * 3^{13} - 2 \times 3^{10} = & * \left( 5 - \left( 4 - \left( 3 - \left( 2 - (1-0)^0 \right)^1 \right)^2 \right)^3 \right)^4 = \\
* (1,999 - 2,000)^2 = & * \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = & * \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = & * \frac{2000 \times 2001 + 2001 \times 2002}{2000 + 2002} = \\
* \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = & * \left( \frac{2}{1} + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \frac{6}{5} + \frac{7}{6} \right) + \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} \right) = & & \\
* \text{Le quotient de } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{ par } \frac{3}{2} + 2 = & & * \text{Le produit de } \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \text{ par } \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = & 
\end{array}$$

exercice 176 : Parmi les nombres suivants, lequel est le plus petit qui dépasse  $-\frac{11}{7}$  ?

$$* -1,56 \quad * -1,57 \quad * -1,58 \quad * -11,7 \quad * -11,71$$

exercice 177 : Parmi les nombres suivants, lequel est le plus petit ?

$$* -1 \quad * -\frac{1}{2} \quad * -\frac{37}{30} \quad * -\frac{1}{5} \quad * -\frac{3}{2}$$

exercice 178 : (2) Trouver les deux derniers chiffres de  $2^{222}$ .

exercice 179 : (3-2) Si l'on écrit sous forme décimale le nombre  $100^{33} - 33$ , quelle est la somme de ses chiffres ?

exercice 180 : (2) Quel est le chiffre des unités de  $37^{1995}$  ?

exercice 181 : (2) Le produit de deux nombres qui se terminent par 76 se termine aussi par 76.

exercice 182 : (2) Calculer  $25^2$ ,  $45^2$ ,  $75^2$ . Trouver une règle permettant de calculer mentalement  $35^2$ ,  $65^2$ , etc.

exercice 183 : (2) Ecrire un nombre de 3 chiffres, lui coller le même nombre (par ex. 257 donne 257257) ; le diviser par 7 puis par 11 puis par 13. Que pasa ?

exercice 184 : La suite des nombres naturels est écrite sans aucun séparateur : 012345678910111213... Quel est le 46<sup>ème</sup> chiffre de la liste ?

exercice 185 : Quel est le plus petit nombre entier naturel dont l'écriture décimale comporte trois chiffres distincts (le premier n'est pas 0) ?

exercice 186 : Lequel des nombres suivants est-il le plus proche de  $15,95 \times 2,478$  ?

exercice 187 : (3-2) Je gagne 1 € le premier jour, 2 € le deuxième, 3 € le troisième, etc. Au bout de combien de jours aurai-je 50 005 000 € ?

exercice 188 : Le cœur d'une personne de soixante-dix ans a battu en moyenne soixante-dix coups par minute. Parmi les nombres suivants, lequel est le plus proches du nombre total de battements de ce cœur ?

$$\begin{array}{lll}
* \text{Deux millions cinq cent mille} & * \text{Vingt-cinq millions} & * \text{Deux cent cinquante millions} \\
* \text{Deux milliards cinq cents millions} & * \text{Vingt-cinq milliards} & 
\end{array}$$

## 2-2 : Multiples et diviseurs

exercice 189 : (4-3-2) Tout multiple de 9 et 15 est un multiple de 135. Vrai ou Faux ?

exercice 190 : (3-2) Ecris un nombre de 3 chiffres (comme 359), répète le (comme 359359), divise le par 7 puis par 11 puis par 13. Conclusion et explication.

exercice 191 : Parmi les paires de nombres naturels premiers entre eux dont le plus petit commun multiple est 60, choisissons celle dont la somme est minimale. Que vaut cette somme ?

exercice 192 : Un nombre de trois chiffres a. son premier et son dernier chiffres identiques ; en outre, il est, multiple de 2, de 3 et de 7. Quel est ce nombre ?

exercice 193 : Quel est le reste de la division de  $3^{1999}$  par 9 ?

exercice 194 : Entre 1492 et 1789, combien y a-t-il de nombres entiers multiples de 17 ?

exercice 195 : Quel est le quotient de la division de 3 par 0,06 ?

exercice 196 : Parmi les nombres suivants, lequel est à la fois pair, multiple de 5, supérieur à 12 et diviseur de 60 ?

\* 25                      \* 20                      \* 18                      \* 15                      \* 10

exercice 197 : Lequel des nombres suivants n'est pas la somme de deux naturels dont le produit est 2000 ?

\* 120                      \* 141                      \* 262                      \* 405                      \* 1002

exercice 198 : Combien vaut la somme des diviseurs premiers de 2002 ?

exercice 199 : Trois cents réfugiés seront accueillis dans des villages. Si chaque village en accueille jusqu'à 22, combien de villages faudra-t-il au minimum ?

exercice 200 : Dans un bassin de natation de 25 m, combien faut-il accomplir de longueurs pour parcourir en tout 3,5 km ?

exercice 201 : Un escalier compte entre 30 et 100 marches. Si je le descendais par 2, par 3 ou par 4 marches à la fois, il resterait à chaque fois une marche. Par contre, j'arriverais exactement au pied de l'escalier en descendant les marches 5 par 5. Combien cet escalier a-t-il de marches ?

exercice 202 : Citer deux diviseurs communs à 666 et 666 666.

exercice 203 : L'écriture décimale d'un nombre naturel est  $x3676$ . Si ce nombre est divisible par 36, quel est le chiffre  $x$  ?

exercice 204 : Parmi les 250 premiers nombres entiers strictement positifs, combien y en a-t-il qui sont divisibles par 1, 2, 3, 4 et 5 à la fois ?

exercice 205 : Il existe des nombres naturels  $n$  pour lesquels  $n^6 - n^2$  n'est pas divisible par l'un des cinq nombres suivants. Lequel ?

\* 8                      \* 10                      \* 12                      \* 15                      \* 20

### 2-3 : Entiers

exercice 206 : (3-2) Les entiers de la forme  $n^3 - n$  sont divisibles par 6. Vrai ou faux ? Ceux de la forme  $n^6 - n^2$  sont divisibles par 36. Vrai ou faux ?

exercice 207 : (2) Peut-on écrire 2004 comme somme de trois entiers consécutifs ? Et 2005 ? Y-a-t'il une règle ?

exercice 208 : (2) Peut-on écrire 2004 comme somme de quatre entiers consécutifs ? Et votre année de naissance ? Y-a-t'il une règle ?

exercice 209 : Le plan est muni d'un repère orthonormé. Existe-t-il un triangle équilatéral dont les coordonnées sont des nombres entiers ?

exercice 210 : Si  $n$  est un entier, lequel des nombres suivants est nécessairement impair ?

\*  $n+3$                       \*  $2n+3$                       \*  $3n$                       \*  $n^2+1$                       \*  $n^3$

exercice 211 : Trouver un nombre qui soit à la fois somme de 3 entiers consécutifs et somme de cinq entiers consécutifs.

exercice 212 : Quel est le plus petit entier naturel supérieur à 2 qui soit à la fois un carré parfait et un cube parfait ?

exercice 213 : Lequel des nombres suivants s'écrit-il sous la forme  $n^n$  pour un certain  $n$  ?

\* 4      \* 64      \* 81      \* 625      \* 1024

exercice 214 : La somme du nombre  $2a3$  et du nombre  $326$  est égale au nombre de trois chiffres  $5b9$  qui est divisible par 9. Alors  $a+b=$  ?

exercice 215 : Si  $x$  est négatif et que  $xy=6$ ,  $yz=24$  et  $xz=16$ , que vaut  $xyz$  ?

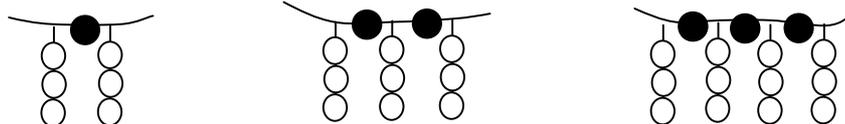
exercice 216 : La moitié du nombre  $a$ , diminuée de 2, dépasse d'une unité le tiers de ce nombre  $a$ .

Que vaut  $a$  ?

exercice 217 : Combien y a-t-il de nombres premiers dont la somme des chiffres est 12 ?

exercice 218 : Les colliers suivants sont tous construits selon le même schéma.

Si  $n$  est le nombre de perles noires de l'un d'entre eux et  $b$  le nombre de ses perles blanches, quelle relation existe-t-il entre  $n$  et  $b$  ?



## 2-4 : Nombres premiers

exercice 219 : Combien y a-t-il d'entiers naturels inférieurs à 14 et premiers avec 14 ?

exercice 220 : **(5-4-3)** Les nombres suivants sont-ils premiers ? 1117, 1121, 1123.

exercice 221 : **(2)** Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. Sachant que  $a^2 - b^2$  est un nombre premier que peut-on dire de  $a$  et  $b$  ?

exercice 222 : **(4-3-2)** 2, 3, 5, 7, 11, ... sont des nombres premiers, 4, 6, 8, 9, 10, 12, ... sont composés. Quels sont les nombres premiers sommes de deux nombres composés comme  $31 = 6 + 25$  ?

exercice 223 : **(3-2)** On range tous les nombres entiers à partir de 6 dans six colonnes.

6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23
...	...				

Où se trouvent tous les nombres premiers ?

exercice 224 : Il existe un seul entier naturel  $p$  tel que  $p$ ,  $p+2$  et  $p+4$  soient premiers. Que vaut  $p$  ?

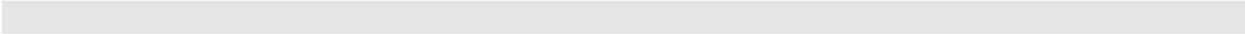
exercice 225 : Deux nombres premiers jumeaux sont deux nombres premiers dont la différence est 2, comme par exemple 3 et 5, 5 et 7 ou encore 11 et 13. L'un des nombres suivants n'appartient pas à une paire de nombres premiers jumeaux, lequel ?

\* 17      \* 59      \* 101      \* 107      \* 119

exercice 226 : Combien existe-t-il de paires de nombres premiers dont la somme est 103 ?

exercice 227 : Vrai ou Faux ?

Un nombre naturel qui n'a pas d'autre diviseur impair que 1

- \* Est nécessairement un nombre premier.
  - \* Est nécessairement un nombre impair.
  - \* Est nécessairement une puissance de 2.
  - \* Peut être n'importe quel nombre pair.
  - \* Peut être n'importe quel nombre naturel.
- 

### 3. Algèbre

#### 3-1 : Pourcentages/Proportions

exercice 228 : **(5-4-3-2)** On augmente la longueur d'un rectangle de 10 % et on diminue sa largeur de 10 %. Que devient son aire ?

exercice 229 : **(5-4-3-2)** Trouver les nombres entiers qui sont à la fois des carrés et des cubes comme 64 ( $64 = 8^2 = 4^3$ ).

exercice 230 : **(4-3-2)** On augmente de 30 % la longueur et la largeur d'un rectangle. Que devient son aire ?

exercice 231 : Mon petit frère m'affirme que si on augmente le rayon d'un cercle de 100 % alors son aire augmente d'environ 314 %. Je ne suis évidemment pas d'accord avec lui et je lui affirme que l'aire du cercle augmente de 200 %. Qui a raison ?

exercice 232 : **(3-2)** De quel pourcentage faut-il augmenter la longueur des côtés d'un rectangle pour que son aire soit augmentée de 44 % ?

exercice 233 : **(4-3-2)** On a un rectangle de côtés 2 et 5. Dessiner un rectangle dont l'aire soit 30 % plus grande que celle-ci.

exercice 234 : **(5-4-3-2)** On a un rectangle de côtés 2 et 6. Dessiner un rectangle dont l'aire soit 5 fois plus grande.

exercice 235 : **(4-3-2)** L'an dernier les affaires de l'entreprise MATHS.S.A.net étaient peu brillantes et la prime annuelle des employés a été diminuée de 50 %.

Cette année tout va mieux et le patron annonce une augmentation de la prime de 50 %. Qu'en pensez-vous ?

exercice 236 : Jean a bu un quart d'un litre de jus d'orange que sa maman vient de préparer. Pour que cela ne se voie pas, il a remplacé le jus qu'il a bu par de l'eau... Peu après son petit frère opère de la même manière. Quelle est la proportion d'eau dans le dernier mélange ?

exercice 237 : Je te donne un tiers de la tarte, mais tu trouves le morceau trop grand et tu me rends le quart de ce que je t'ai donné. Quelle partie de la tarte me reste-t-il ?

exercice 238 : Vrai ou Faux ?

Des arbres sont plantés tous les trois mètres sur le pourtour d'une place rectangulaire dont la longueur  $a$  et la largeur  $b$ , exprimées en mètres, sont entières. S'il y a un arbre dans chaque coin de la place, alors :

- \* Les entiers  $a$  et  $b$  sont impairs.
- \* Le rapport  $a/b$  est entier et multiple de 3.
- \* Les rapports  $a/b$  et  $b/a$  sont tous deux entiers et multiples de 3.
- \* Le périmètre de la place, exprimé en mètres, est multiple de 12.
- \* L'aire de la place, exprimée en mètres carrés, est multiple de 9.

exercice 239 : Un quart d'une tarte, quel pourcentage de la tarte cela fait-il ?

exercice 240 : Le prix d'un objet, TVA de 20 % comprise, est de 1500 euros. Quel est son prix hors TVA ?

exercice 241 : Un étang de jardin contient 100 poissons ; 100% d'entre eux sont rouges. La moitié des poissons sont retirés. Quelle est alors la proportion de poissons rouges dans l'étang ?

exercice 242 : Pour faire un bon café ch'ti, il faut utiliser, paraît-il, 1 mesure de chicorée pour 3 mesures de café. Quel est le pourcentage de chicorée dans la mouture ainsi préparée ?

exercice 243 : Philippe a acheté 24 bouteilles de jus d'orange. Grâce à un marchandage, Mathilde a obtenu une réduction de 0,1 euro par bouteille ; elle a pu ainsi acheter pour le même prix 2 bouteilles de plus que Philippe.

Quel est le prix initial d'une bouteille ?

exercice 244 : Une paire de chaussures, qui coûtait initialement 100 euros, a subi une première augmentation de 60 %. Une seconde augmentation a ensuite amené le prix au double du prix initial. Quel est le taux de cette seconde augmentation ?

exercice 245 : Si  $b$  vaut 50 % de plus que  $a$ , si  $c$  vaut un tiers de plus que  $b$  et si  $d$  vaut  $x$  % de moins que  $c$ , que doit valoir  $x$  pour que  $a$  et  $d$  aient la même valeur ?

exercice 246 : Si je dors 8 heures par nuit pendant la semaine et 11 heures et demie durant chacune des deux nuits du week-end, quel pourcentage de mon temps est consacré à dormir ?

exercice 247 : Je veux représenter ma chambre graphiquement par un rectangle ayant la plus grande aire possible. Le sol de ma chambre mesure 3 m sur 4 m tandis que, sur ma feuille de papier, la surface disponibles est un rectangle de 36 cm sur 24 cm. A quelle échelle dois-je travailler ?

### 3-2 : Equations-Inéquations-Systèmes

exercice 248 : **(4-3-2)** La somme de deux nombres est 300. De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

exercice 249 : **(3-2)** En pliant une feuille de papier en deux parties égales dans le sens de la longueur on obtient un rectangle de périmètre 48 cm.

Si on la plie dans le sens de la largeur on obtient un rectangle de périmètre 30 cm. Quelles sont les dimensions de la feuille ?

exercice 250 : **(4-3-2)** Trouver deux nombres entiers  $a$  et  $b$  non nuls tels que  $28a = b^2$ .

exercice 251 : **(3-2)** A Lyon le funiculaire monte de Saint-Jean à Fourvière à la moyenne de 14 km/h. A quelle vitesse devrait-il descendre pour que sa moyenne sur l'ensemble du parcours soit 28 km/h ?

exercice 252 : **(3-2)** Lorsque je fais couler l'eau chaude je mets 30 mn pour remplir la baignoire. Lorsque je fais couler l'eau froide je mets 20 mn. Combien de temps mets-je avec les deux robinets ouverts simultanément ?

exercice 253 : **(4-3-2)** En fin de trimestre le professeur vérifie avec ses élèves leurs notes de DS et de DM. Un élève s'aperçoit qu'il lui manque 2 notes mais calcule sa moyenne quand même. Le lendemain le professeur les lui donne, l'élève dit : ça me fait la même moyenne de DS et la même moyenne de DM. Doit-il recalculer sa moyenne générale ?

exercice 254 : **(3-2)** On a entouré un tableau avec un cadre de largeur constante. Les deux rectangles ont-ils le même format ? (le format d'un rectangle est sa forme définie par le rapport Longueur/Largeur).

exercice 255 : **(3-2)** La calculatrice de Léo ne marche pas bien. Il peut seulement utiliser 5, 7, + et =.

Peut-il lui faire afficher 11 ? 14 ? 19 ?

Quel est le plus grand nombre que Léo ne peut pas afficher ?

exercice 256 : Que vaut  $6a$  si  $3a - 1 = 2b$  ?

exercice 257 : Soit  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois entiers naturels non nuls et différents de 1, tels que  $a(b+c) = 1001$ . Si l'un d'eux vaut 100, quelle est la somme des deux autres ?

exercice 258 : Quel entier naturel  $x$  satisfait  $\frac{x}{25} = \frac{16}{x}$  ?

exercice 259 : Parmi les valeurs suivantes du nombre  $a$ , lequel donne à la fraction  $\frac{1}{5+a}$  sa plus grande valeur ?

- \* -2                      \* -1                      \* 0                      \* 1                      \* 2

exercice 260 : Que vaut  $x$  si  $\frac{1}{5} = \frac{1}{7} + \frac{1}{x}$  ?

exercice 261 : Pour quelle valeur de  $x$  l'égalité  $\frac{2}{x-3} = 0,5$  est-elle vraie ?

exercice 262 : L'équation  $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = a$  admet pour solution un nombre entier lorsque  $a$  est remplacé par un des nombres suivants. Lequel ?

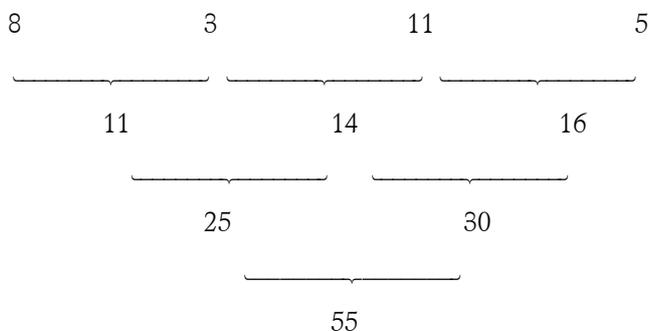
- \*  $\frac{1}{12}$                       \*  $\frac{12}{25}$                       \*  $\frac{25}{12}$                       \* 4                      \* 12

exercice 263 : Combien y a-t-il d'heures dans  $\left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)$  jours ?

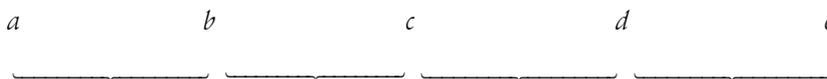
exercice 264 : Dans une pièce se trouvent dix animaux : lapins, canaris et mouches, dont sept peuvent voler. Ils totalisent trente-quatre pattes. Combien y a-t-il de canaris ? (Une mouche possède six pattes et deux ailes.)

exercice 265 : On dispose de deux balances équilibrées. Sur les plateaux de la première on trouve d'un côté 5 pommes et de l'autre 3 pommes et une banane. Sur les plateaux de la seconde on trouve d'un côté 2 bananes et une grappe de raisins et de l'autre 7 pommes. Si chaque pomme pèse 210 g, que pèse la grappe de raisin ?

exercice 266 : Dans le tableau

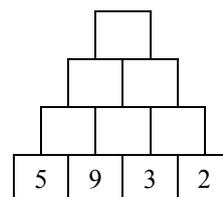


la somme de chaque paire de nombres adjacents est indiquée en dessous de l'accolade qui les relie. En procédant de même à partir de la ligne



quel sera le nombre inscrit à la cinquième ligne ?

exercice 267 : Sur la figure ci-contre, chaque brique du mur contient la différence des nombres contenus dans les deux briques sur lesquelles elle repose (le plus grand moins le plus petit). Quel nombre doit se trouver dans la brique du sommet ?



exercice 268 : Les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont utilisés chacun une fois pour former deux nombres entiers positifs de trois chiffres dont la somme est aussi petite que possible. Que vaut-elle ?

exercice 269 : Un fermier possède 6000 poules pendant chacune, en moyenne, 240 œufs par an. Chaque poule mange annuellement 40 kg de nourriture coûtant 6000 euros par tonne. À combien d'euros revient la nourriture nécessaire pour produire un œuf ?

exercice 270 : Si cinq enfants reçoivent chacun 6 bonbons d'un paquet, il reste 12 bonbons non distribués. Combien de bonbons resterait-il si chacun des cinq enfants recevait plutôt 7 bonbons ?

exercice 271 : Lorsqu'elle met au monde son quatrième enfant, une mère a trois fois la somme des âges de ses trois premiers enfants. Elle se dit alors que, dans huit ans, son âge sera la somme de ceux de ses quatre enfants. Quel est son âge actuel ?

exercice 272 : Au cours d'un marathon disputé par cinq coureurs, Marc est 225 m derrière Stéphane. Celui-ci est 575 m devant Patrick, qui est 150 m derrière Charles. Enfin, celui-ci suit Jean à 575 m. En mètres, quelle distance sépare le premier du dernier ?

exercice 273 : Stéphanie fait son jogging. Pour l'instant, il lui reste à parcourir la moitié de ce qu'elle a déjà couru ; un kilomètre plus tôt, il lui restait à courir le double de ce qu'elle avait déjà couru. Quelle est, en kilomètres, la longueur de son entraînement ?

exercice 274 : (2) Si on a  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7$  alors  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \zeta$

exercice 275 : (2) Résoudre l'équation  $3^x - 3^{x-3} = 78\sqrt{3}$ .

exercice 276 : (6-5-4-3-2) Une mouche volant à 400 km/h part de Paris à 8 h du matin en longeant la ligne TGV. Le TGV part en même temps qu'elle de Paris à 200 km/h ; à 9 h un autre TGV part de Marseille (la distance Paris-Marseille est de 700 km) à 300 km/h.

La mouche vole le long de la ligne jusqu'à ce qu'elle rencontre le TGV de Marseille ; à ce moment elle fait demi-tour, toujours en suivant la ligne, et rencontre le train venant de Paris, moment où elle fait demi-tour, etc. Lorsque les deux trains se croisent la mouche meurt. Sur quelle distance la mouche a-t-elle volé ?

### 3-3 : Identités - Comparaisons

exercice 277 : (5-4-3-2) Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels positifs. Des nombres suivants lequel est le plus grand ?

$$a^2 + b^2, ab, (a+b)^2, (a-b)^2, a^2 - b^2.$$

exercice 278 : (4-3-2) Soient  $x, y$  et  $z$  trois nombres réels positifs tels que  $x \leq y \leq z$ . Des nombres suivants lequel est le plus grand ?

$$x^y z^x, x^z y^x, y^{x^z}, y^{z^x}, z^{x^y}, z^{y^x}.$$

exercice 279 : (4-3-2) Si on a  $\begin{cases} -2,5 \leq a \leq -0,5 \\ -3 \leq b \leq 2 \end{cases}$ , donner un encadrement du produit  $ab$ .

exercice 280 : (4-3-2) Simplifier le produit  $(x-a)(x-b)\dots(x-z)$ .

exercice 281 : Comment peut-on simplifier l'expression suivante :  $x+5-5(x-1)$  ?

exercice 282 : Simplifier l'expression  $(x+5)^2 - 5(x+5)$ .

exercice 283 : Si  $y = 2x + 1$  alors  $4x + 3 = \zeta$

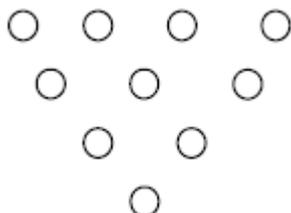
exercice 284 : Si les cinq nombres  $x+1, x-2, x+3, x+2$  et  $\frac{x}{4}$  sont réécrits dans l'ordre croissant, quel est celui qui se trouve en milieu de liste ?

#### 4. Dénombrement

exercice 285 : **(6-5)** Combien de menus peut-on composer avec 1 entrée froide, 1 entrée chaude, 1 plat et 1 dessert à choisir parmi : 3 entrées froides, 4 entrées chaudes, 2 plats et 5 desserts ?

Existe-t-il une méthode permettant de trouver directement le résultat ?

exercice 286 : **(4-3-2)** On arrange 2007 oranges en pyramide (dessin ci-dessous) de la façon suivante :



au sommet (1<sup>ère</sup> ligne) : 1 orange ; 2<sup>ème</sup> ligne : 2 oranges ; 3<sup>ème</sup> ligne : 3 oranges ; 4<sup>ème</sup> ligne : 4 oranges ; etc...

Combien y a-t-il d'oranges sur la dernière ligne ?

Et si on recommence avec 100 000 oranges ?

exercice 287 : **(3-2)** On réalise des châteaux de cartes : pour un château de 1 étage il faut 2 cartes ; pour un château de 2 étages il faut 7 cartes ; pour un château de 3 étages il faut 15 cartes.

Combien en faut-il pour 4 étages ? pour 5, puis 6, puis 10, puis 22, puis 2007 étages ?

exercice 288 : **(2)** On a placé plusieurs points sur une feuille de façon à ce que 3 points quelconques d'entre eux ne soient jamais alignés. Combien peut-on tracer de segments joignant deux quelconques de ces points ?

Expliquer chaque étape de votre recherche, même si vous n'arrivez pas à 108 points, à  $n$  points.

Si j'ai 1 point je peux tracer au plus 0 segment

Si j'ai 2 points je peux tracer au plus 1 segment

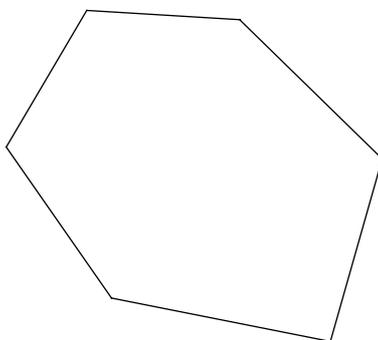
Si j'ai 3 points je peux tracer au plus ..... segments

Même question avec 7 points, 12 points, 20 points, 108 points,  $n$  points,  $n \in \mathbb{N}$ .

exercice 289 : **(3-2)** Quel est le nombre de diagonales d'un polygone convexe ?

exercice 290 : **(6-5-4)** Quel est le nombre de points d'intersection entre un cercle et un polygone ?

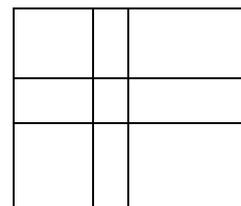
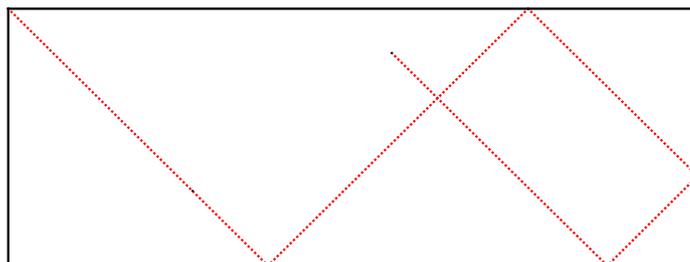
exercice 291 : **(6-5-4)** De combien de façons peut-on partager le polygone suivant en triangles ?



exercice 292 : **(3-2)** Dans chaque angle d'un billard rectangulaire une ouverture permet d'envoyer un rayon lumineux qui se réfléchit sur les côtés du rectangle. Le billard peut être quadrillé par des carrés identiques. Le rayon lumineux fait toujours 45° avec le côté de départ et donc se réfléchit toujours à 45° : la trajectoire suit donc toujours les diagonales du quadrillage.

Connaissant les dimensions du quadrillage, peut-on prévoir le nombre de carrés traversés par la boule ?

(Remarque : à un moment ou un autre le rayon se retrouvera dans la même position... pourquoi ?)



exercice 293 : Combien y a-t-il de rectangles dans la figure ci-contre ?

exercice 294 : Combien de montants, exprimés par un nombre entier strictement positif d'euros, est-il impossible de payer en utilisant uniquement des pièces de 2 et de 5 euros ?

exercice 295 : Combien existe-t-il de nombres de 4 chiffres tels que le chiffre des milliers est égal au chiffre des unités et le chiffre des centaines égal au chiffre des dizaines ?

exercice 296 : Trois couples mariés se retrouvent pour fêter un anniversaire. Chaque personne serre la main de chaque autre, sauf de son conjoint. Combien de poignées de mains sont ainsi échangées ?

exercice 297 : Quatre chevaux numérotés de 1 à 4 participent à une course. Le numéro 2 est arrivé avant le 3 et le 4 ; le 1 est arrivé avant le 3 mais après le 2, et le 4 est arrivé avant le 1. Quel est l'ordre d'arrivée des trois premiers ?

exercice 298 : 60 joueurs de basket doivent être répartis dans des équipes de 5 à 10 joueurs, de telle sorte qu'aucune équipe n'ait deux ou plus de deux joueurs de plus qu'une autre. Quels sont les nombres d'équipes que ces règles permettent de former ?

exercice 299 : Une commission de cinq membres A, B, C, D et E se réunit autour d'une table ronde où le siège du président A est déterminé. De combien de manières les membres peuvent-ils se disposer si A et B refusent d'être voisins, de même que D et E (Être assis à la gauche du président, n'est bien sûr pas la même chose qu'être assis à sa droite.)

exercice 300 : Stéphanie possède 5 jupes courtes, 3 jupes longues et 6 chemisiers. Avec ces vêtements, de combien de manières peut-elle se vêtir ?

exercice 301 : Les neuf points ci-contre se trouvent en des sommets d'un quadrillage régulier. Combien de carrés ont leurs quatre sommets parmi ces neuf points ?



exercice 302 : Combien de cartes d'un jeu de 52 cartes faut-il prendre pour être certain d'avoir au moins une carte de chacune des quatre couleurs ?

exercice 303 : Pour organiser mon emploi du temps, je dois répondre à Alexandre avant de répondre à Béatrice, à Claire avant Denis et à Claire avant-Béatrice. Dans combien d'ordres différents puis-je alors donner mes quatre réponses ?



exercice 316 : Dans l'École Billy Néaire, tous les élèves aux cheveux longs sont des poètes, et tous les poètes dînent à la cantine. Cinq élèves font les déclarations suivantes ; lequel ne dit certainement pas la vérité ?

Alice : « J'ai les cheveux longs et je dine à la cantine »

Baptiste : « Je ne dine pas à la cantine et j'ai les cheveux longs. »

Chloé : « Je n'ai pas les cheveux longs et je dîne à la cantine. »

Dimitri : « Je dine à la cantine et je ne suis pas poète »

Elodie : « Je ne suis pas poète et je n'ai pas les cheveux longs. »

exercice 317 : « Si je n'ai bu aucun jus de fruit, mon petit déjeuner est raté. »

Ce slogan est logiquement, équivalent à

a. « Si mon petit déjeuner est réussi, je n'ai bu aucun jus de fruit. »

b. « Si mon petit déjeuner est réussi, j'ai bu au moins un jus de fruit. »

c. « Si mon petit déjeuner est réussi, j'ai bu plusieurs jus de fruit. »

d. « 'Si j'ai bu au moins un jus de fruit, mon petit déjeuner est réussi. »

e. « Si je n'ai bu aucun jus de fruit, mon petit déjeuner est réussi. »

exercice 318 : Dans une classe de 30 élèves, il y a  $M$  filles ; par ailleurs, 22 des élèves sont droitiers. Quel est, au minimum, le nombre de filles droitières ?

exercice 319 : Le tableau ci-contre doit devenir un carré magique, c'est-à-dire que, un nombre ayant été écrit dans chaque case, les sommes de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale seront égales. Quelle doit être la valeur de  $a$  ?

$a+3$		
	$3a$	$a$
3		

exercice 320 : Lorsque Pierre, scénariste, rencontre Anne, dessinatrice de bandes dessinées, chacun d'eux a déjà publié seul plusieurs albums. Après plusieurs années de collaboration, pendant lesquelles ils n'ont travaillé avec personne d'autre, ils ont publié en tout 8 albums. Pierre a participé à 6 d'entre eux et Anne à 5 d'entre eux. Combien ont-ils réalisé d'albums ensemble ?

exercice 321 : Le point  $P$  appartient à la droite  $(d)$  ; l'image de  $P$  par la symétrie orthogonale d'axe  $(a)$  appartient encore à  $(d)$

a. Si et seulement si  $(a)$  passe par  $P$  ;

b. Si et seulement si  $(a)$  et  $(d)$  sont perpendiculaires ;

c. Si et seulement si  $(a)$  et  $(d)$  sont confondues ;

d. Si et seulement si  $(a)$  passe par  $P$  ou est perpendiculaire à  $(d)$  ;

e. Si et seulement si  $(a)$  et  $(d)$  sont perpendiculaires ou confondues.