Classe de 1°S

Transformations

1. Homothétie 1

Soit ABC un triangle, (Γ) son cercle circonscrit et O le centre de (Γ).

Soit H le milieu de [BC] et D le point de (Γ) diamétralement opposé à A. B' est le symétrique de A par rapport à B et C' le symétrique de A par rapport à C. D se projette orthogonalement en K sur [B'C'].

Le but de l'exercice est de démontrer que K est le milieu de [B'C'] et que les points A, H et K sont alignés . Pour cela on considère l'homothétie h de centre A qui transforme B en B'

1. Quel est le rapport de h ?

2. Déterminer les images par h des points O et C, puis l'image du segment [BC].

3. Soit (Γ') l'image du cercle (Γ) par h. Quel est le centre de (Γ') ? Montrer que (Γ') passe par B' et C' .

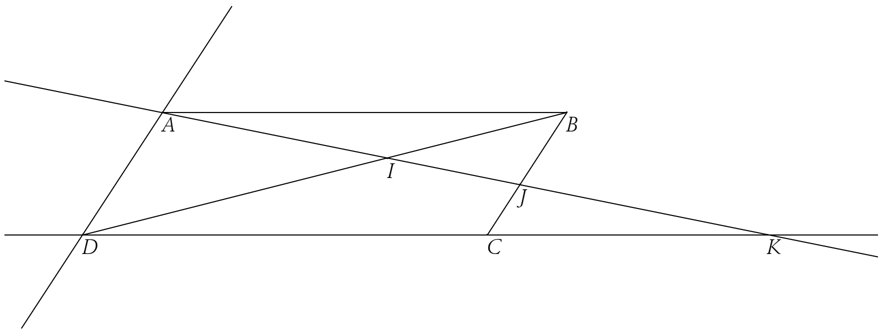
4. Montrer que (DK) est médiatrice de [B'C'] . En déduire que K = h(H) puis que les points A, H et K sont alignés.

2. Homothétie 2

Dans la figure ci-dessous, *ABCD* est un parallélogramme, *I* est un point donné de (*BD*), (*AI*) coupe (*BC*) en *J* et (*DC*) en *K*.

1. Montrer que les triangles *AID* et *BIJ* sont semblables de même que *AIB* et *DIK*.

2. Montrer que $IA^2 = IJ \times IK$.



3. Homothétie 3

Soit un triangle *ABC*. On appelle *I* le milieu de [*BC*].

Soit Γ le cercle circonscrit au triangle *ABC*. On appelle *O* son centre. *D* est le point diamétralement opposé à *A* sur le cercle Γ .

On considère l'homothétie *h* de centre *A* et de rapport 2.

1. Construire le point *E*, image de *B* par *h*, et le point *F*, image de *C* par *h*.

2. a. Déterminer l'image de *O* par *h*.

b. Construire l'image de la droite (IO) par h.

c. Montrer que l'image de (IO) est perpendiculaire à (EF).

3. K est le projeté orthogonal de D sur (EF).

a. Déterminer l'image de I par h.

b. Montrer alors que I est le milieu de [AK].

c. En déduire que K est le milieu de [EF].

4. Barycentres +Homothétie

On considère dans un plan P un triangle ABC , B' le milieu de [AC] , C' celui de [AB], I le barycentre du système {(A, 2), (B, 2), (A, 1), (C, 1)}, et D celui de {(A, 3), (B, 2)}.

1. Montrer que I est le barycentre de {(B', 1), (C', 2)} et de {(D, 5),(C, 1)}. En déduire une construction géométrique simple de I. Faire la figure.

2. La droite (AI) coupe (BC) en E . Préciser la position de E sur [BC] .

3. B et C restent fixes, A se déplace dans le plan de sorte que AE soit constante. Déterminer et construire l'ensemble des points A, des points I et des points D.

5. Barycentres +Homothétie

Dans le plan, on considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\dfrac{\pi}{3}$. On appelle Γ le cercle circonscrit à ABC, I le milieu de [AB] et J celui de [OI]. Les droites (OA) et (OC) recoupent Γ respectivement en D et E.

1. Faire la figure (unité : OA = 4 cm)

2. On note G l'isobarycentre de A, B, C, D et E. Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$ puis en fonction de $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OD}$. En déduire une construction géométrique simple de G.

3. A tout point M du plan on fait correspondre le point $M' = f(M)$ défini par :

$$\overrightarrow{MM'}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right).$$

Montrer que f est une homothétie dont on donnera le centre et le rapport.

6. Homothétie et translation

Dans le plan on considère le triangle ABC isocèle rectangle en A tel que $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=3a,\ a\in\mathbb{R}_+^*$.

1. Déterminer le barycentre G des points A, B, C affectés des coefficients 4, −3, 2. Construire G.

2. Soit $f:P\to\mathbb{R}\left|\,M\to f(M)=4MA^2-3MB^2+2MC^2\right.$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $f(M)=-36a^2$. Représenter cet ensemble.

3. Soit $F:\left|\begin{array}{l}P\to P\\ M\to M''\end{array}\right.,\ \overrightarrow{MM'}=k\overrightarrow{AM}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$.

Discuter suivant les valeurs de k la nature de F.

7. Homothétie

Soit deux cercles (C) et (C') de centres respectifs O et O' et de rayons R et R' distincts.

1. Déterminer les homothéties transformant (C) en (C'). On précisera leurs centres et leurs rapports.

2. Construire les tangentes communes à (C) et (C').

8. Homothétie

ABC est un triangle isocèle ($AB = AC$). E et F sont deux points du segment [BC]. Les parallèles à (AB) menées par E et F coupent (AC) en G et H respectivement. Les parallèles à (AC) menées par E et F coupent (AB) en I et J respectivement.

1. Montrer que $GH = IJ$.

2. Quelle condition doivent vérifier E et F pour que (JG) et (IH) soient parallèles ?

9. Cercles et lieux

Il est vivement recommandé d'utiliser un logiciel de géométrie…

1. Partie préliminaire : on considère un triangle ABC, G son centre de gravité, Ω le centre de son cercle circonscrit et H son orthocentre.

Montrer que H est l'image de Ω dans une homothétie de centre G dont on précisera le rapport.

2. On considère un cercle Γ de centre O, de rayon R, passant par un point fixe A. Soient B et C deux points de Γ tels que la distance BC soit constante et égale à l.

a. Quel est le lieu géométrique des milieux I de [BC] ?

b. Quel est le lieu géométrique des centres de gravité G de ABC ?

c. Quel est le lieu géométrique des orthocentres H de ABC ?

3. Reprendre la partie 2. avec BC sur une droite Δ ne passant pas par A, A fixe.

10. Cercles et lieux

Il est vivement recommandé d'utiliser un logiciel de géométrie…

Dans le plan on donne deux points A et B distincts. Soit (D) la droite perpendiculaire à (AB) en B. On considère tous les cercles (C) du plan caractérisés par la propriété suivante : T et T' étant les points de contact des tangentes menées de A à (C), le triangle ATT' est équilatéral.

1. En étudiant le rapport des distances du centre d'un cercle (C) aux points A et B, déterminer et préciser la nature de l'ensemble des centres des cercles (C) qui passent par B.

2. Déterminer et préciser la nature de l'ensemble des centres des cercles (C) tangents à la droite (D).

11. Lieux géométriques

Soit k un réel différent de 0 et de 1. On considère trois points A, B et C deux à deux distincts tels que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ et les cercles Γ_1 et Γ_2 de diamètres respectifs [AB] et [AC].

Une droite Δ non perpendiculaire à (AB) et distincte de (AB), passant par A, recoupe les cercles Γ_1 et Γ_2 respectivement en M et N.

1. a. Quelle est la position relative des droites (BM) et (CN) ?

b. pour quelle valeur de k les droites (BN) et (CM) sont-elles parallèles ?

2. On suppose désormais que k est fixé et différent de -1. Soit P le point d'intersection des droites (BN) et (CM).

a. Soit h l'homothétie de centre P telle que $h(B) = N$. Montrer que $h(M) = C$. Calculer le rapport de h en fonction de k.

b. Déterminer le réel α tel que $\overrightarrow{BP}=\alpha\overrightarrow{BN}$. Quel est le lieu géométrique du point P lorsque Δ varie ?

c. En se plaçant dans le cas où $k = 2$ et où la distance $BA = 6$ cm, donner les éléments géométriques remarquables du lieu géométrique L de P et faire une figure soignée.

12. Homothétie et cercles

On se place dans un repère orthonormé du plan. Soit deux cercles (C) et (C') de centres respectifs $O(0 ; 0)$ et $O'(4 ; 0)$ et de rayons 2 et 1. Faire la figure.

1. Soit l'homothétie de rapport -2 transformant O en O'.

a. Montrer que l'écriture analytique de h est : $h:M(x,y)\to M'(x',y')\begin{cases}x'=-2x+4\\y'=-2y\end{cases}$.

b. Vérifier alors que l'image de (C) est bien (C').

c. Quelles sont les coordonnées de centre Ω de h ?

2. Il existe une deuxième homothétie h' transformant (C) en (C') mais de rapport 2. Trouver son écriture analytique puis les coordonnées de son centre .

3. Contruire les cercles (c) et (c') de diamètres respectifs ΩO et $\Omega O'$. Ces cercles coupent (C) et (C') en P, P', Q et Q'. Que peut-on dire des droites (PQ), ($P'Q$), (PQ') et ($P'Q'$) ?

Calculer la distance PQ.

13. Réflexion - 1

Soit ABC un triangle ni isocèle ni rectangle. I le milieu de [BC] et (Δ) la médiatrice de [BC]. A' est le symétrique de A par rapport à (BC) et A'' le symétrique de A par rapport à I.

Soit K le point d'intersection de (CA') et de (BA''). On se propose de montrer que K appartient à (Δ).

1. Soit S_I la symétrie de centre I. Déterminer les images de A, B et C par S_I.

2. Soit s_{BC} la réflexion d'axe (BC). Déterminer les images de A, B et C par s_{BC}.

3. Soit s_Δ la réflexion d'axe (Δ). Déterminer la nature et les caractéristiques de $s_\Delta \circ s_{BC}$. En déduire que $S_I \circ s_{BC} = s_\Delta$.

4. Déterminer l'image de A' par $S_I \circ s_{BC}$. En déduire l'image de (CA') par s_Δ. Que peut on dire de K ?

14. Réflexion - 2

Dans un repère orthonormé, une transformation T a pour expression analytique:

$$\begin{cases} X' = \dfrac{4}{5}X + \dfrac{3}{5}Y + 1 \\ Y' = \dfrac{3}{5}X - \dfrac{4}{5}Y - 3 \end{cases}$$

X' et Y' sont les coordonnées de l'image d'un point $M(X\,;\,Y)$

1. Nous avons un carré $DEFG$ dont les sommets sont :

$D\,(3\,;\,3)$ $E(7\,;\,3)$ $F(7\,;\,7)$ $G\,(3\,;\,7)$

Calculer les coordonnées de H, I, J et K images de D, E, F, et G dans la transformation T.

Démontrer que $HIJK$ est un carré et qu'il a les mêmes dimensions que $DEFG$.

En supposant que la transformation T est une symétrie orthogonale, construire son axe.

2. a. Déterminer l'ensemble des points invariants dans la transformation T. Soit (Δ) l'ensemble trouvé.

b. Montrer que pour tout point M d'image M', le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe et que cette direction est perpendiculaire à celle de (Δ).

c. Soit $M(X\,;\,Y)$ quelconque, calculer les coordonnées de m milieu de $[MM']$ en fonction de X et Y. Montrer que m appartient à (Δ).

d. Pouvez vous en déduire que la transformation T est une symétrie orthogonale d'axe (Δ) ?

15. Rotation

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la rotation R de centre O, d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

1. Soit M un point de coordonnées polaires $(r\,;\,\theta)$ d'image par R le point M' de coordonnées polaires $(r',\,\theta')$. Quelles relations existe-t-il entre r et r' puis entre θ et θ' ?

2. En déduire que si M a pour coordonnées cartésiennes $(x\,;\,y)$ et M' a pour coordonnées $(x'\,;\,y')$ alors on a :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x + \dfrac{1}{2}y \end{cases}.$$

3. Déterminer les images A' et B' par R des points $A(0\,;\,1)$ et $B(1\,;\,0)$. Déterminer une équation de la droite (AB) ainsi qu'une équation de $(A'B')$. Quel est l'angle entre ces deux droites ?

4. Généraliser les questions 1. et 2. à une rotation de centre O, d'angle θ quelconque puis à une rotation de centre $\Omega(\alpha\,;\,\beta)$ et d'angle θ.

16. Rotation

Dans un plan P on considère un triangle équilatéral ABC inscrit dans un cercle Γ. Soit M un point de Γ distinct de A et C, situé sur celui des arcs AC dont B n'est pas élément. I est le point du segment $[MB]$ tel que $MI = MA$.

1. Montrer que le triangle IMA est équilatéral.

2. On oriente le plan P de sorte qu'une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ soit $+\frac{\pi}{3}$. Soit r la rotation de centre A d'angle $+\frac{\pi}{3}$. Déterminer les images de B et I par r.

3. En déduire $MA+MC=MB$.

17. Carré et parallélogramme

Dans un plan orienté, on considère un carré $PQRS$ de centre O pour lequel l'angle $\left(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}\right)$ est égal à $+\frac{\pi}{2}$. Soit A, B, C, D un parallélogramme tel que P, Q, R, S appartiennent respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

1. Montrer que les droites (AD) et (DC) sont les images des droites (BC) et (AB) par la symétrie de centre O. Montrer que O est le centre du parallélogramme $ABCD$.

2. Soit (Δ) l'image de la droite (AB) par la rotation de centre O, d'angle $+\frac{\pi}{2}$. Etablir que Q est commun à (Δ) et (BC).

3. Soient $(1\ ;\ -2)$, $(3\ ;\ 2)$, $(-1\ ;\ 2)$ et $(-3\ ;\ -2)$ les coordonnées de A, B, C et D dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. En utilisant la question précédente, construire un carré inscrit dans le parallélogramme $ABCD$ (on donnera les coordonnées des sommets du carré).

18. Triangle isocèle

Dans le plan orienté on donne deux droites parallèles D et Δ, et un point A n'appartenant à aucune des deux droites. Construire un triangle ABC vérifiant simultanément les conditions suivantes :

- ABC est rectangle en A.
- ABC est isocèle.
- B est sur D et C est sur Δ.

1. Précisez le nombre de solutions au problème posé.

2. Généralisez à un triangle isocèle de sommet A.

19. Transformation

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. On considère l'application f de P dans lui-même qui, à tout point $M(x\ ;\ y)$, associe le point $M'(x'\ ;\ y')$ défini par

$$\begin{cases} x' = \frac{3}{4}x + \frac{\sqrt{3}}{4}y - \frac{1}{2} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{4}x + \frac{1}{4}y + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

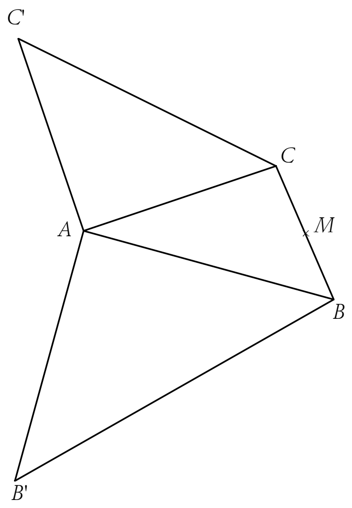
Montrer que, pour tout point M, le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est colinéaire à un vecteur fixe.

2. Déterminer l'ensemble des points invariants par f.

3. Quelle est la nature de l'application f ?

20. Triangle

Le triangle ABC est quelconque, M est le milieu du segment $[BC]$. Les triangles BAB' et CAC' sont rectangles isocèles de sommet A.



1. Soit h l'homothétie de centre B de rapport 2. Déterminer les images de A et M par h.

2. Trouver une rotation r telle que $r \circ h$ transforme A en B' et M en C'.

3. En déduire que les droites (AM) et ($B'C'$) sont perpendiculaires et que $B'C' = 2AM$.

21. Triangle et rotation

Soit un triangle isocèle (OAB) de sommet O et un point P variable du segment ouvert $]AB[$. La parallèle menée de P à la droite (OB) coupe (OA) en A' et la parallèle menée de P à la droite (OA) coupe (OB) en B'.

1. Démontrer que $OA' = BB'$.

2. En déduire qu'il existe une rotation r telle que $r(O) = B$ et $r(A') = B'$ dont on déterminera l'angle en fonction de $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$. Démontrer que $r(A) = O$. Déterminer alors le centre de cette rotation.

3. Démontrer que les points O, A', B', Ω sont sur un même cercle.

22. Parabole

1. On considère un point fixe F et une droite (Δ) ne passant pas par F. Soit (D) la perpendiculaire à (Δ) passant par F et O le point d'intersection de (D) et (Δ).

On appelle *parabole* de sommet O, de *foyer* F et de *directrice* (Δ) l'ensemble (P) des points M tels que $MF = MH$ où H est le projeté orthogonal de M sur (Δ).

a. Faire une construction de (P) à l'aide de votre logiciel de géométrie préféré.

b. En considérant le repère orthonormal $\left(O\,;\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OF}\right)$ donner une équation de (P) sous la forme $y = f(x)$.

c. Montrer que la médiatrice de $[HF]$ passe par M et est la tangente à (P) en M.

d. Si on avait choisi un repère comme $\left(O\,;\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OJ}\right)$ quelle aurait été l'équation de (P) ? Même question avec un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{j} = \alpha\overrightarrow{OF}$.

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(I\,;\vec{i}, \vec{j})$; α est un réel non nul, $O_1(\alpha\,;0)$ et $O_2(-\alpha\,;0)$. P_1 est la parabole de sommet I et de foyer O_1, P_2 la parabole de sommet O_1 et de foyer O_2.

a. Montrer que les équations de P_1 et P_2 sont $y^2 = 4\alpha x$ et $y^2 = -8\alpha x + 8\alpha^2$.

b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection M_α et N_α des deux paraboles.

c. Quel est l'ensemble des points M_α et N_α quand α décrit $\mathbb{R}^*$?

d. Montrer que P_1 et P_2 sont respectivement les images des paraboles p_1 et p_2 d'équations $y^2 = 4x$ et $y^2 = -8x + 8$ par l'homothétie de centre I et de rapport α.

En déduire que $\overrightarrow{IM_\alpha} = \alpha\overrightarrow{IM_1}$ et $\overrightarrow{IN_\alpha} = \alpha\overrightarrow{IN_1}$ et retrouver le résultat du c.

23. Triangle et lieux

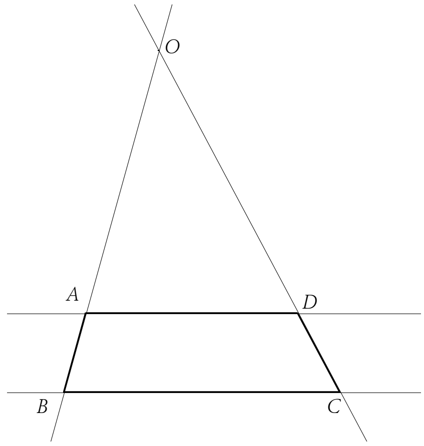
On considère dans un plan P un triangle ABC, B' le milieu de $[AC]$, C' celui de $[AB]$, I le barycentre du système $\{(A ; 2), (B ; 2), (A ; 1), (C ; 1)\}$ et D celui de $\{(A ; 3), (B ; 2)\}$.

1. Montrer que I est le barycentre de $\{(B' ; 1), (C' ; 2)\}$ et de $\{(D ; 5), (C ; 1)\}$. En déduire une construction géométrique simple de I. Faire la figure.

2. La droite (AI) coupe (BC) en E. Préciser la position de E sur $[BC]$.

3. B et C restent fixes, A se déplace dans le plan de sorte que AE soit constant. Déterminer et construire l'ensemble des points A, des points I et des points D.

24. Homothéties dans un trapèze (c)



Soit $ABCD$ un trapèze dont les côtés non parallèles (AB) et (CD) se coupent en un point O.

On considère l'homothétie h de centre O qui transforme A en B.

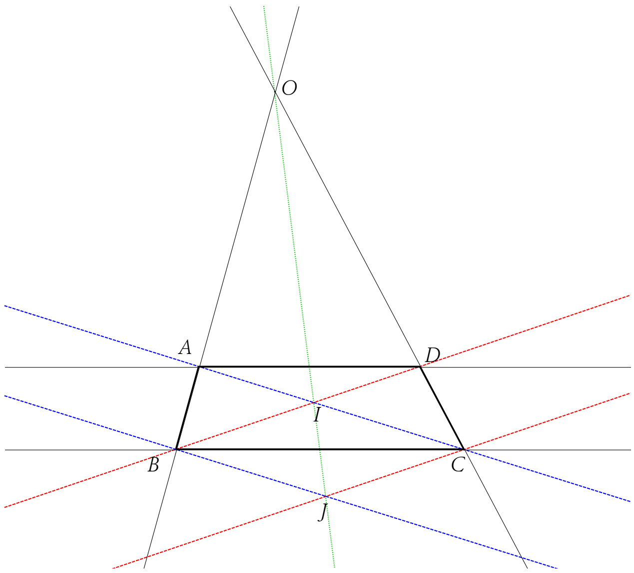
1. En justifiant la construction, construire l'image d_1 de la droite (AC) par l'homothétie h.

2. En justifiant la construction, construire l'image d_2 de la droite (BD) par l'homothétie h.

3. Les droites (AC) et (BD) se coupent en un point I. Les droites d_1 et d_2 se coupent en un point J. A l'aide de l'homothétie h, démontrer que les points I, J et O sont alignés.

4. En justifiant, déterminer les images des points B et C par h.

<u>Correction</u>



h de centre O transforme A en B.

1. d_1 est la droite parallèle à (AC) passant par $h(A)=B$.

2. d_2 est la droite parallèle à (BD) passant par l'image de D, soit C : comme h a pour centre O, et que $\overrightarrow{OB}=k\overrightarrow{OA}$ ainsi que $\overrightarrow{OC}=k\overrightarrow{OD}$, l'homothétie h transforme D en C.

3. Il s'agit de montrer que J est l'image de I par h : $\begin{cases}(AC)\to d_1\\(BD)\to d_2\end{cases}$ donc l'intersection I de (AC) et (BD) a bien pour image l'intersection J de d_1 et d_2.

4. Comme $\begin{cases}(BD)\to d_2\\(AB)\to(AB)\end{cases}$, l'image de B est à l'intersection de d_2 et (AB) ; de même l'image de C est à l'intersection de (DC) et d_1.

25. QCM Homothéties (c)

Cet exercice est sous forme de VRAI-FAUX.

Vous répondez à chaque énoncé par Vrai ou Faux sans justification.

Toute bonne réponse rapporte 0,5 point, tout mauvaise réponse enlève 0,25 point, pas de réponse = 0 point.

1. La transformation du plan définie par $f:M(x\,;y)\to M'(x'\ \ y')\begin{cases}x'=-2x+3\\y'=2y+1\end{cases}$ est une homothétie.

2. L'image de la droite $D(-2x+2y+4=0)$ par f est la droite $D'(x+y=0)$.

3. La transformation du plan définie par $g:M(x\,;y)\to M'(x'\ \ y')\begin{cases}x'=-\dfrac{1}{2}x+3\\y'=-\dfrac{1}{2}y+6\end{cases}$ est une homothétie de rapport $-\dfrac{1}{2}$ et de centre $\Omega(1\,;2)$.

4. L'image de la courbe $(y=x^2)$ par la transformation h du plan définie par

$$h:M(x\,;y)\to M'(x'\ \ y')\begin{cases}x'=-3x+1\\y'=-3y-2\end{cases}$$

est la courbe d'équation $(y=-x^2+2x-1)$.

5. Les points $A'(1\ ;\ -2)$ et $B'(-1\ ;\ -3)$ sont les images de $O(0\ ;\ 0)$ et de $B(2\ ;\ -1)$ par h.

6. La transformation k définie par $k:M\to M'$ telle que $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ où A, B et C sont trois points fixes est une translation de vecteur $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$.

7. Il existe une homothétie ou une translation telle que les points $A'(1\ ;\ -2)$ et $B'(-1\ ;\ -3)$ soient les images de $O(0\ ;\ 0)$ et de $B(2\ ;\ -1)$.

8. Lorsqu'on fait une homothétie de rapport 2 et de centre $\Omega(1\,;2)$ suivie d'une translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ on fait une homothétie de rapport 2 et de centre $\Omega'(4\,;3)$.

Correction

1. **Faux :** f serait une homothétie si on avait par exemple $\begin{cases}x'=2x+3\\y'=2y+1\end{cases}$.

2. **Vrai :** $\begin{cases}x'=-2x+3\\y'=2y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-1}{2}(x'-3)\\y=\dfrac{1}{2}(y'-1)\end{cases}$ d'où l'image de la droite $D(-2x+2y+4=0)$ par f est $-2\left(\dfrac{-x'+3}{2}\right)+2\left(\dfrac{y'-1}{2}\right)+4=0\Leftrightarrow x'-3+y'-1+4=0\Leftrightarrow x'+y'=0$, soit la droite $D'(x+y=0)$.

3. **Faux :** Pour le rapport c'est bon, pour le centre regardons si $\Omega(1\,;2)$ est invariant :

$$\begin{cases}1=-\dfrac{1}{2}.1+3\\ 2=-\dfrac{1}{2}.2+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=5\\2=5\end{cases}\text{ … bof.}$$

4. **Faux :** $\begin{cases}x'=-3x+1\\y'=-3y-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}(x'-1)\\ y=-\dfrac{1}{3}(y'+2)\end{cases}$ d'où en remplaçant :

$$(y=x^2)\Leftrightarrow-\frac{1}{3}y'-\frac{2}{3}=\frac{1}{9}(x'-1)^2\Leftrightarrow y'+2=-\frac{1}{3}(x'^2-2x'+1)\Leftrightarrow y'=-\frac{1}{3}x'^2+\frac{2}{3}x'-\frac{7}{3}.$$

5. **Faux :** $h:\begin{cases}x'=-3x+1\\y'=-3y-2\end{cases}$. O a pour image le point $A'(1\,;\,-2)$; $h(B):\begin{cases}x'=-3.2+1=-5\\y'=-3(-1)-2=1\end{cases}$ le point $B'(-5\,;\,1)$ est l' image de $B(2\,;\,-1)$ par h.

6. **Vrai :** $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$.

7. **Faux :** Dans tous les cas il faut que $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ soient colinéaires :

$$\det(\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{A'B'})=\begin{vmatrix}2&-2\\-1&-1\end{vmatrix}=-2-2=-4\ \text{; bof...}$$

8. **Faux :** $t\circ h:\begin{cases}x''=2(x'-1)+1=2(x+3-1)+1=2x+5\\y''=2(y'-2)+2=2(y+1-2)+2=2y\end{cases}$; le rapport 2 est bon mais le centre est $(-5\,;\,0)$.