

Transformations

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Homothétie 1 | 14. Réflexion - 2 |
| 2. Homothétie 2 | 15. Rotation |
| 3. Homothétie 3 | 16. Rotation |
| 4. Barycentres + Homothétie | 17. Carré et parallélogramme |
| 5. Barycentres + Homothétie | 18. Triangle isocèle |
| 6. Homothétie et translation | 19. Transformation |
| 7. Homothétie | 20. Triangle |
| 8. Homothétie | 21. Triangle et rotation |
| 9. Cercles et lieux | 22. Parabole |
| 10. Cercles et lieux | 23. Triangle et lieux |
| 11. Lieux géométriques | 24. Homothéties dans un trapèze (c) |
| 12. Homothétie et cercles | 25. QCM Homothéties (c) |
| 13. Réflexion - 1 | |

1. Homothétie 1

Soit ABC un triangle, (Γ) son cercle circonscrit et O le centre de (Γ) .

Soit H le milieu de $[BC]$ et D le point de (Γ) diamétralement opposé à A . B' est le symétrique de A par rapport à B et C' le symétrique de A par rapport à C . D se projette orthogonalement en K sur $[B'C']$.

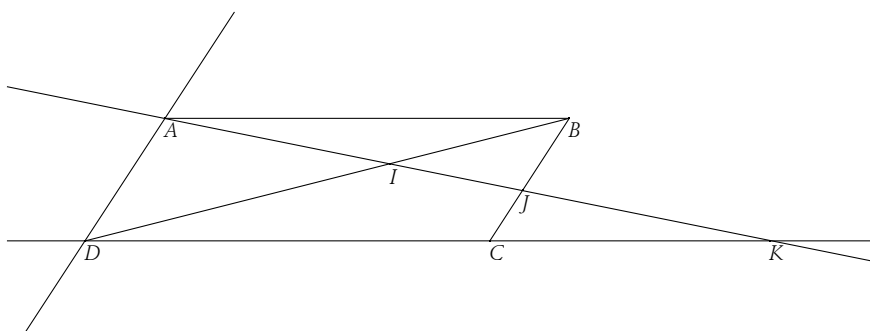
Le but de l'exercice est de démontrer que K est le milieu de $[B'C']$ et que les points A , H et K sont alignés. Pour cela on considère l'homothétie h de centre A qui transforme B en B'

1. Quel est le rapport de h ?
2. Déterminer les images par h des points O et C , puis l'image du segment $[BC]$.
3. Soit (Γ') l'image du cercle (Γ) par h . Quel est le centre de (Γ') ? Montrer que (Γ') passe par B' et C' .
4. Montrer que (DK) est médiatrice de $[B'C']$. En déduire que $K = h(H)$ puis que les points A , H et K sont alignés.

2. Homothétie 2

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un parallélogramme, I est un point donné de (BD) , (AI) coupe (BC) en J et (DC) en K .

1. Montrer que les triangles AID et BIJ sont semblables de même que AIB et DIK .
2. Montrer que $IA^2 = IJ \times IK$.



3. Homothétie 3

Soit un triangle ABC . On appelle I le milieu de $[BC]$.

Soit Γ le cercle circonscrit au triangle ABC . On appelle O son centre. D est le point diamétralement opposé à A sur le cercle Γ .

On considère l'homothétie h de centre A et de rapport 2.

1. Construire le point E , image de B par h , et le point F , image de C par h .
2. a. Déterminer l'image de O par h .

- b. Construire l'image de la droite (IO) par h .
 - c. Montrer que l'image de (IO) est perpendiculaire à (EF) .
3. K est le projeté orthogonal de D sur (EF) .
- a. Déterminer l'image de I par h .
 - b. Montrer alors que I est le milieu de $[AK]$.
 - c. En déduire que K est le milieu de $[EF]$.

4. Barycentres + Homothétie

On considère dans un plan P un triangle ABC , B' le milieu de $[AC]$, C' celui de $[AB]$, I le barycentre du système $\{(A, 2), (B, 2), (A, 1), (C, 1)\}$, et D celui de $\{(A, 3), (B, 2)\}$.

1. Montrer que I est le barycentre de $\{(B', 1), (C', 2)\}$ et de $\{(D, 5), (C, 1)\}$. En déduire une construction géométrique simple de I . Faire la figure.
2. La droite (AI) coupe (BC) en E . Préciser la position de E sur $[BC]$.
3. B et C restent fixes, A se déplace dans le plan de sorte que AE soit constante. Déterminer et construire l'ensemble des points A , des points I et des points D .

5. Barycentres + Homothétie

Dans le plan, on considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\pi}{3}$. On appelle Γ le cercle circonscrit à ABC , I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[OI]$. Les droites (OA) et (OC) recoupent Γ respectivement en D et E .

1. Faire la figure (unité : $OA = 4$ cm)
2. On note G l'isobarycentre de A, B, C, D et E . Exprimer \overline{OG} en fonction de \overline{OB} puis en fonction de \overline{OJ} et \overline{OD} . En déduire une construction géométrique simple de G .
3. A tout point M du plan on fait correspondre le point $M' = f(M)$ défini par :

$$\overline{MM'} = \frac{1}{4}(\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} + \overline{ME}).$$

Montrer que f est une homothétie dont on donnera le centre et le rapport.

6. Homothétie et translation

Dans le plan on considère le triangle ABC isocèle rectangle en A tel que $\|\overline{AB}\| = \|\overline{AC}\| = 3a, a \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Déterminer le barycentre G des points A, B, C affectés des coefficients $4, -3, 2$. Construire G .
2. Soit $f : P \rightarrow \mathbb{R} \mid M \rightarrow f(M) = 4MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = -36a^2$. Représenter cet ensemble.
3. Soit $F : \begin{cases} P \rightarrow P \\ M \rightarrow M' \end{cases}, \overline{MM'} = k\overline{AM} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}$.

Discuter suivant les valeurs de k la nature de F .

7. Homothétie

Soit deux cercles (C) et (C') de centres respectifs O et O' et de rayons R et R' distincts.

1. Déterminer les homothéties transformant (C) en (C') . On précisera leurs centres et leurs rapports.
2. Construire les tangentes communes à (C) et (C') .

8. Homothétie

ABC est un triangle isocèle ($AB = AC$). E et F sont deux points du segment $[BC]$. Les parallèles à (AB) menées par E et F coupent (AC) en G et H respectivement. Les parallèles à (AC) menées par E et F coupent (AB) en I et J respectivement.

1. Montrer que $GH = IJ$.
2. Quelle condition doivent vérifier E et F pour que (JG) et (IH) soient parallèles ?

9. Cercles et lieux

Il est vivement recommandé d'utiliser un logiciel de géométrie...

1. Partie préliminaire : on considère un triangle ABC, G son centre de gravité, Ω le centre de son cercle circonscrit et H son orthocentre.

Montrer que H est l'image de Ω dans une homothétie de centre G dont on précisera le rapport.

2. On considère un cercle Γ de centre O, de rayon R, passant par un point fixe A. Soient B et C deux points de Γ tels que la distance BC soit constante et égale à l.

a. Quel est le lieu géométrique des milieux I de [BC] ?

b. Quel est le lieu géométrique des centres de gravité G de ABC ?

c. Quel est le lieu géométrique des orthocentres H de ABC ?

3. Reprendre la partie 2. avec BC sur une droite Δ ne passant pas par A, A fixe.

10. Cercles et lieux

Il est vivement recommandé d'utiliser un logiciel de géométrie...

Dans le plan on donne deux points A et B distincts. Soit (D) la droite perpendiculaire à (AB) en B. On considère tous les cercles (C) du plan caractérisés par la propriété suivante : T et T' étant les points de contact des tangentes menées de A à (C), le triangle ATT' est équilatéral.

1. En étudiant le rapport des distances du centre d'un cercle (C) aux points A et B, déterminer et préciser la nature de l'ensemble des centres des cercles (C) qui passent par B.

2. Déterminer et préciser la nature de l'ensemble des centres des cercles (C) tangents à la droite (D).

11. Lieux géométriques

Soit k un réel différent de 0 et de 1. On considère trois points A, B et C deux à deux distincts tels que $\overline{AC} = k\overline{AB}$ et les cercles Γ_1 et Γ_2 de diamètres respectifs [AB] et [AC].

Une droite Δ non perpendiculaire à (AB) et distincte de (AB), passant par A, recoupe les cercles Γ_1 et Γ_2 respectivement en M et N.

1. a. Quelle est la position relative des droites (BM) et (CN) ?

b. pour quelle valeur de k les droites (BN) et (CM) sont-elles parallèles ?

2. On suppose désormais que k est fixé et différent de -1. Soit P le point d'intersection des droites (BN) et (CM).

a. Soit h l'homothétie de centre P telle que $h(B) = N$. Montrer que $h(M) = C$. Calculer le rapport de h en fonction de k.

b. Déterminer le réel α tel que $\overline{BP} = \alpha\overline{BN}$. Quel est le lieu géométrique du point P lorsque Δ varie ?

c. En se plaçant dans le cas où $k = 2$ et où la distance $BA = 6$ cm, donner les éléments géométriques remarquables du lieu géométrique L de P et faire une figure soignée.

12. Homothétie et cercles

On se place dans un repère orthonormé du plan. Soit deux cercles (C) et (C') de centres respectifs $O(0 ; 0)$ et $O'(4 ; 0)$ et de rayons 2 et 1. Faire la figure.

1. Soit l'homothétie de rapport -2 transformant O en O'.

a. Montrer que l'écriture analytique de h est : $h : M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \begin{cases} x' = -2x + 4 \\ y' = -2y \end{cases}$.

b. Vérifier alors que l'image de (C) est bien (C').

c. Quelles sont les coordonnées de centre Ω de h ?

2. Il existe une deuxième homothétie h' transformant (C) en (C') mais de rapport 2. Trouver son écriture analytique puis les coordonnées de son centre.

3. Construire les cercles (c) et (c') de diamètres respectifs ΩO et $\Omega O'$. Ces cercles coupent (C) et (C') en P, P', Q et Q'. Que peut-on dire des droites (PQ), (P'Q), (PQ') et (P'Q') ?

Calculer la distance PQ .

13. Réflexion - 1

Soit ABC un triangle ni isocèle ni rectangle. I le milieu de $[BC]$ et (Δ) la médiatrice de $[BC]$. A' est le symétrique de A par rapport à (BC) et A'' le symétrique de A par rapport à I .

Soit K le point d'intersection de (CA') et de (BA'') . On se propose de montrer que K appartient à (Δ) .

1. Soit S_I la symétrie de centre I . Déterminer les images de A , B et C par S_I .
2. Soit s_{BC} la réflexion d'axe (BC) . Déterminer les images de A , B et C par s_{BC} .
3. Soit s_{Δ} la réflexion d'axe (Δ) . Déterminer la nature et les caractéristiques de $s_{\Delta} \circ s_{BC}$. En déduire que $S_I \circ s_{BC} = s_{\Delta}$.
4. Déterminer l'image de A' par $S_I \circ s_{BC}$. En déduire l'image de (CA') par s_{Δ} . Que peut-on dire de K ?

14. Réflexion - 2

Dans un repère orthonormé, une transformation T a pour expression analytique:

$$\begin{cases} X' = \frac{4}{5}X + \frac{3}{5}Y + 1 \\ Y' = \frac{3}{5}X - \frac{4}{5}Y - 3 \end{cases}$$

X' et Y' sont les coordonnées de l'image d'un point $M(X; Y)$

1. Nous avons un carré $DEFG$ dont les sommets sont :

$$D(3; 3) \quad E(7; 3) \quad F(7; 7) \quad G(3; 7)$$

Calculer les coordonnées de H, I, J et K images de D, E, F , et G dans la transformation T .

Démontrer que $H I J K$ est un carré et qu'il a les mêmes dimensions que $DEFG$.

En supposant que la transformation T est une symétrie orthogonale, construire son axe.

2. a. Déterminer l'ensemble des points invariants dans la transformation T . Soit (Δ) l'ensemble trouvé.

b. Montrer que pour tout point M d'image M' , le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe et que cette direction est perpendiculaire à celle de (Δ) .

c. Soit $M(X; Y)$ quelconque, calculer les coordonnées de m milieu de $[MM']$ en fonction de X et Y . Montrer que m appartient à (Δ) .

d. Pouvez-vous en déduire que la transformation T est une symétrie orthogonale d'axe (Δ) ?

15. Rotation

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ la rotation R de centre O , d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1. Soit M un point de coordonnées polaires $(r; \theta)$ d'image par R le point M' de coordonnées polaires (r', θ') . Quelles relations existe-t-il entre r et r' puis entre θ et θ' ?

2. En déduire que si M a pour coordonnées cartésiennes $(x; y)$ et M' a pour coordonnées $(x'; y')$ alors on a :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \end{cases}$$

3. Déterminer les images A' et B' par R des points $A(0; 1)$ et $B(1; 0)$. Déterminer une équation de la droite (AB) ainsi qu'une équation de $(A'B')$. Quel est l'angle entre ces deux droites ?

4. Généraliser les questions 1. et 2. à une rotation de centre O , d'angle θ quelconque puis à une rotation de centre $\Omega(\alpha; \beta)$ et d'angle θ .

16. Rotation

Dans un plan P on considère un triangle équilatéral ABC inscrit dans un cercle Γ . Soit M un point de Γ distinct de A et C , situé sur celui des arcs AC dont B n'est pas élément. I est le point du segment $[MB]$ tel que $MI = MA$.

1. Montrer que le triangle IMA est équilatéral.
2. On oriente le plan P de sorte qu'une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ soit $+\frac{\pi}{3}$. Soit r la rotation de centre A d'angle $+\frac{\pi}{3}$. Déterminer les images de B et I par r .
3. En déduire $MA + MC = MB$.

17. Carré et parallélogramme

Dans un plan orienté, on considère un carré $PQRS$ de centre O pour lequel l'angle $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ})$ est égal à $+\frac{\pi}{2}$. Soit A, B, C, D un parallélogramme tel que P, Q, R, S appartiennent respectivement aux segments $[AB], [BC], [CD], [DA]$.

1. Montrer que les droites (AD) et (DC) sont les images des droites (BC) et (AB) par la symétrie de centre O . Montrer que O est le centre du parallélogramme $ABCD$.
2. Soit (Δ) l'image de la droite (AB) par la rotation de centre O , d'angle $+\frac{\pi}{2}$. Etablir que Q est commun à (Δ) et (BC) .
3. Soient $(1; -2), (3; 2), (-1; 2)$ et $(-3; -2)$ les coordonnées de A, B, C et D dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. En utilisant la question précédente, construire un carré inscrit dans le parallélogramme $ABCD$ (on donnera les coordonnées des sommets du carré).

18. Triangle isocèle

Dans le plan orienté on donne deux droites parallèles D et Δ , et un point A n'appartenant à aucune des deux droites. Construire un triangle ABC vérifiant simultanément les conditions suivantes :

- ABC est rectangle en A .
- ABC est isocèle.
- B est sur D et C est sur Δ .

1. Précisez le nombre de solutions au problème posé.
2. Généralisez à un triangle isocèle de sommet A .

19. Transformation

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. On considère l'application f de P dans lui-même qui, à tout point $M(x; y)$, associe le point $M'(x'; y')$ défini par

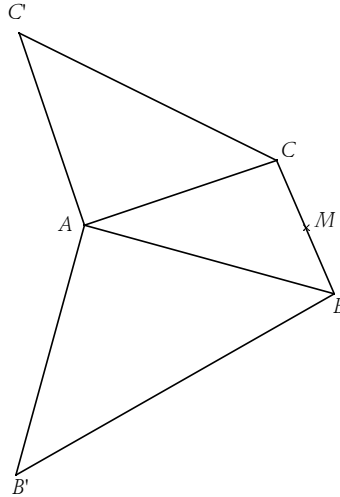
$$\begin{cases} x' = \frac{3}{4}x + \frac{\sqrt{3}}{4}y - \frac{1}{2} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{4}x + \frac{1}{4}y + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Montrer que, pour tout point M , le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est colinéaire à un vecteur fixe.

2. Déterminer l'ensemble des points invariants par f .
3. Quelle est la nature de l'application f ?

20. Triangle

Le triangle ABC est quelconque, M est le milieu du segment $[BC]$. Les triangles BAB' et CAC' sont rectangles isocèles de sommet A .



1. Soit h l'homothétie de centre B de rapport 2. Déterminer les images de A et M par h .
2. Trouver une rotation r telle que $r \circ h$ transforme A en B' et M en C' .
3. En déduire que les droites (AM) et $(B'C')$ sont perpendiculaires et que $B'C' = 2AM$.

21. Triangle et rotation

Soit un triangle isocèle (OAB) de sommet O et un point P variable du segment ouvert $]AB[$. La parallèle menée de P à la droite (OB) coupe (OA) en A' et la parallèle menée de P à la droite (OA) coupe (OB) en B' .

1. Démontrer que $OA' = BB'$.
2. En déduire qu'il existe une rotation r telle que $r(O) = B$ et $r(A') = B'$ dont on déterminera l'angle en fonction de $(\overline{OA}, \overline{OB})$. Démontrer que $r(A) = O$. Déterminer alors le centre de cette rotation.
3. Démontrer que les points O, A', B', Ω sont sur un même cercle.

22. Parabole

1. On considère un point fixe F et une droite (Δ) ne passant pas par F . Soit (D) la perpendiculaire à (Δ) passant par F et O le point d'intersection de (D) et (Δ) .

On appelle *parabole* de sommet O , de foyer F et de directrice (Δ) l'ensemble (P) des points M tels que $MF = MH$ où H est le projeté orthogonal de M sur (Δ) .

- a. Faire une construction de (P) à l'aide de votre logiciel de géométrie préféré.
 - b. En considérant le repère orthonormal $(O; \overline{OI}, \overline{OF})$ donner une équation de (P) sous la forme $y = f(x)$.
 - c. Montrer que la médiatrice de $[HF]$ passe par M et est la tangente à (P) en M .
 - d. Si on avait choisi un repère comme $(O; \overline{OF}, \overline{OJ})$ quelle aurait été l'équation de (P) ? Même question avec un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{j} = \alpha \overline{OF}$.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(I; \vec{i}, \vec{j})$; α est un réel non nul, P_1 la parabole de sommet I et de foyer O_1 , P_2 la parabole de sommet O_1 et de foyer O_2 .
- a. Montrer que les équations de P_1 et P_2 sont $y^2 = 4\alpha x$ et $y^2 = -8\alpha x + 8\alpha^2$.
 - b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection M_α et N_α des deux paraboles.
 - c. Quel est l'ensemble des points M_α et N_α quand α décrit \mathbb{R}^* ?
 - d. Montrer que P_1 et P_2 sont respectivement les images des paraboles p_1 et p_2 d'équations $y^2 = 4x$ et $y^2 = -8x + 8$ par l'homothétie de centre I et de rapport α .

En déduire que $\overline{IM_\alpha} = \alpha \overline{IM_1}$ et $\overline{IN_\alpha} = \alpha \overline{IN_1}$ et retrouver le résultat du c.

23. Triangle et lieux

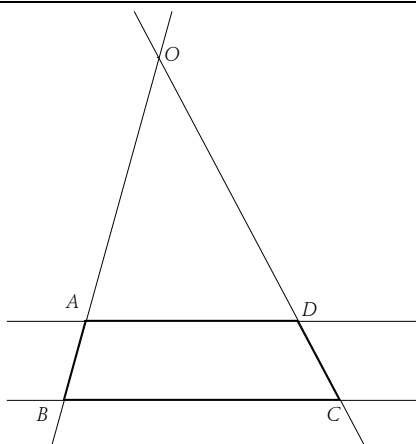
On considère dans un plan P un triangle ABC , B' le milieu de $[AC]$, C' celui de $[AB]$, I le barycentre du système $\{(A ; 2), (B ; 2), (A ; 1), (C ; 1)\}$ et D celui de $\{(A ; 3), (B ; 2)\}$.

1. Montrer que I est le barycentre de $\{(B' ; 1), (C' ; 2)\}$ et de $\{(D ; 5), (C ; 1)\}$. En déduire une construction géométrique simple de I . Faire la figure.

2. La droite (AI) coupe (BC) en E . Préciser la position de E sur $[BC]$.

3. B et C restent fixes, A se déplace dans le plan de sorte que AE soit constant. Déterminer et construire l'ensemble des points A , des points I et des points D .

24. Homothéties dans un trapèze (c)



Soit $ABCD$ un trapèze dont les côtés non parallèles (AB) et (CD) se coupent en un point O .

On considère l'homothétie h de centre O qui transforme A en B .

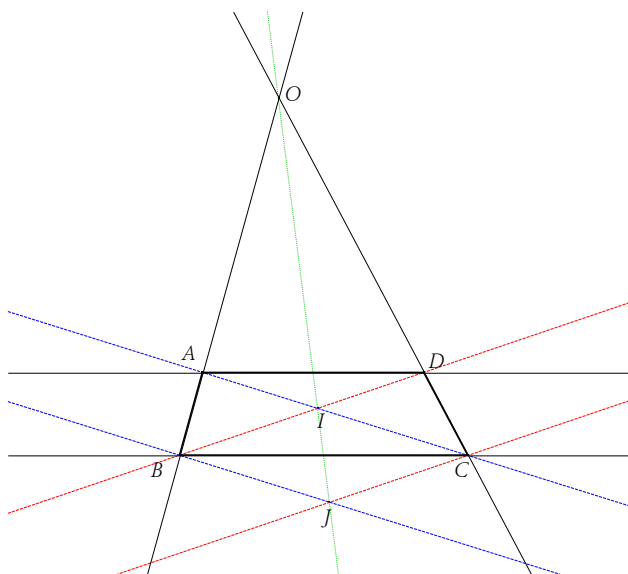
1. En justifiant la construction, construire l'image d_1 de la droite (AC) par l'homothétie h .

2. En justifiant la construction, construire l'image d_2 de la droite (BD) par l'homothétie h .

3. Les droites (AC) et (BD) se coupent en un point I . Les droites d_1 et d_2 se coupent en un point J . A l'aide de l'homothétie h , démontrer que les points I, J et O sont alignés.

4. En justifiant, déterminer les images des points B et C par h .

Correction



h de centre O transforme A en B .

1. d_1 est la droite parallèle à (AC) passant par $h(A)=B$.

2. d_2 est la droite parallèle à (BD) passant par l'image de D , soit C : comme h a pour centre O , et que $\overline{OB} = k\overline{OA}$ ainsi que $\overline{OC} = k\overline{OD}$, l'homothétie h transforme D en C .

3. Il s'agit de montrer que J est l'image de I par h : $\begin{cases} (AC) \rightarrow d_1 \\ (BD) \rightarrow d_2 \end{cases}$ donc l'intersection I de (AC) et (BD) a bien pour image l'intersection J de d_1 et d_2 .

4. Comme $\begin{cases} (BD) \rightarrow d_2 \\ (AB) \rightarrow (AB) \end{cases}$, l'image de B est à l'intersection de d_2 et (AB) ; de même l'image de C est à l'intersection de (DC) et d_1 .

25. QCM Homothéties (c)

Cet exercice est sous forme de VRAI-FAUX.

Vous répondez à chaque énoncé par Vrai ou Faux sans justification.

Toute bonne réponse rapporte 0,5 point, tout mauvaise réponse enlève 0,25 point, pas de réponse = 0 point.

1. La transformation du plan définie par $f : M(x; y) \rightarrow M'(x' y')$ $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = 2y + 1 \end{cases}$ est une homothétie.

2. L'image de la droite $D(-2x + 2y + 4 = 0)$ par f est la droite $D'(x + y = 0)$.

3. La transformation du plan définie par $g : M(x; y) \rightarrow M'(x' y')$ $\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y' = -\frac{1}{2}y + 6 \end{cases}$ est une homothétie de rapport $-\frac{1}{2}$ et de centre $\Omega(1; 2)$.

4. L'image de la courbe $(y = x^2)$ par la transformation h du plan définie par

$$h : M(x; y) \rightarrow M'(x' y') \begin{cases} x' = -3x + 1 \\ y' = -3y - 2 \end{cases}$$

est la courbe d'équation $(y = -x^2 + 2x - 1)$.

5. Les points $A'(1; -2)$ et $B'(-1; -3)$ sont les images de $O(0; 0)$ et de $B(2; -1)$ par h .

6. La transformation k définie par $k : M \rightarrow M'$ telle que $\overline{MM'} = 2\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}$ où A, B et C sont trois points fixes est une translation de vecteur $\overline{BA} + \overline{CA}$.

7. Il existe une homothétie ou une translation telle que les points $A'(1; -2)$ et $B'(-1; -3)$ soient les images de $O(0; 0)$ et de $B(2; -1)$.

8. Lorsqu'on fait une homothétie de rapport 2 et de centre $\Omega(1; 2)$ suivie d'une translation de vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ on fait une homothétie de rapport 2 et de centre $\Omega'(4; 3)$.

Correction

1. **Faux** : f serait une homothétie si on avait par exemple $\begin{cases} x' = 2x + 3 \\ y' = 2y + 1 \end{cases}$.

2. **Vrai** : $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = 2y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2}(x' - 3) \\ y = \frac{1}{2}(y' - 1) \end{cases}$ d'où l'image de la droite $D(-2x + 2y + 4 = 0)$ par f est

$$-2\left(\frac{-x' + 3}{2}\right) + 2\left(\frac{y' - 1}{2}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow x' - 3 + y' - 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow x' + y' = 0, \text{ soit la droite } D'(x + y = 0).$$

3. **Faux** : Pour le rapport c'est bon, pour le centre regardons si $\Omega(1; 2)$ est invariant :

$$\begin{cases} 1 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + 3 \\ 2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 5 \\ 2 = 5 \dots \text{bof.} \end{cases}$$

4. **Faux** : $\begin{cases} x' = -3x + 1 \\ y' = -3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3}(x' - 1) \\ y = -\frac{1}{3}(y' + 2) \end{cases}$ d'où en remplaçant :

$$(y = x^2) \Leftrightarrow -\frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = \frac{1}{9}(x' - 1)^2 \Leftrightarrow y' + 2 = -\frac{1}{3}(x'^2 - 2x' + 1) \Leftrightarrow y' = -\frac{1}{3}x'^2 + \frac{2}{3}x' - \frac{7}{3}.$$

5. **Faux** : $h: \begin{cases} x' = -3x + 1 \\ y' = -3y - 2 \end{cases}$. O a pour image le point $A'(1; -2)$; $h(B): \begin{cases} x' = -3 \cdot 2 + 1 = -5 \\ y' = -3(-1) - 2 = 1 \end{cases}$ le point $B'(-5; 1)$ est l'image de $B(2; -1)$ par h .

6. **Vrai** : $\overline{MM'} = 2\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} = \overline{MA} + \overline{BM} + \overline{MA} + \overline{CM} = \overline{BA} + \overline{CA}$.

7. **Faux** : Dans tous les cas il faut que \overline{OB} et $\overline{A'B'}$ soient colinéaires :

$$\det(\overline{OB}; \overline{A'B'}) = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 2 = -4 ; \text{bof...}$$

8. **Faux** : $t \circ h: \begin{cases} x'' = 2(x' - 1) + 1 = 2(x + 3 - 1) + 1 = 2x + 5 \\ y'' = 2(y' - 2) + 2 = 2(y + 1 - 2) + 2 = 2y \end{cases}$; le rapport 2 est bon mais le centre est $(-5; 0)$.