Première S

Exercices probabilités - statistiques

1. Boules

Une urne contient une boule blanche numérotée 1, deux boules rouges numérotées 1 et 2 et trois boules vertes numérotées 1, 2 et 3. Les boules sont indiscernables.

On extrait successivement deux boules de l'urne sans remise dans l'urne de la première boule tirée.

Trouver la probabilité de chacun des événements suivants :

A : les deux boules sont rouges.

B : les deux boules sont de couleurs différentes.

C : le tirage comporte au moins une boule rouge.

D : le tirage comporte exactement une boule verte.

E : le tirage comporte une boule verte et une boule numérotée 1.

F : le tirage comporte une boule rouge ou une boule numérotée 1.

2. Dés - 1

On lance deux dés cubiques équilibrés, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : obtenir exactement un 1.

B : obtenir aucun 1.

C : obtenir au moins un 1.

D : obtenir au plus un 1.

E : obtenir deux nombres pairs.

F : obtenir une somme supérieure ou égale à 8.

2. Expliciter l'événement $E\times F$ et calculer sa probabilité.

3. Dés - 2

Un dé cubique parfaitement équilibré a trois faces marquées 1, une face marquée 10 et deux faces marquées 100.

On lance le dé une fois.

Déterminer la loi de probabilité correspondant à cette expérience., son espérance et sa variance.

4. Dés - 3

On joue avec un dé pipé à six faces numérotées de 1 à 6.

Soit A : "Il sort un nombre pair" et B : "Il sort un nombre impair", nous avons $p(A)=\frac{3}{4}p(B)$ (avec équiprobabilité entre les numéros pairs et également équiprobabilité entre les numéros impairs).

1. Calculer la probabilité d'obtenir 1, 2 … 6.

2. Soit X la variable aléatoire "Numéro sorti". Calculer l'espérance mathématique de X.

5. Dés - 4

On lance au hasard un dé équilibré quatre fois de suite et on considère le nombre formé par les quatre numéros pris dans l'ordre de sortie.

Ω désigne l'ensemble des issues possibles.

Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : " Le nombre est 4211 ".

B : " Le nombre est formé de quatre chiffres distincts ".

C : " Le nombre est formé d'au moins deux chiffres identiques ".

P : " Le nombre est pair ".

E : " Le nombre est impair et est formé de quatre chiffres distincts ".

F : " Le nombre est pair ou est formé d'au moins deux chiffres identiques " (on note I : " Le nombre est impair ").

6. Dés 5

On lance deux dés non truqués. X est la variable aléatoire égale au plus grand des deux numéros obtenus.

1. A l'aide d'un tableau à double entré déterminer toutes les possibilités et en déduire la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

2. Calculer E(X), $\sigma(X)$.

7. Chemises

On place au hasard trois chemises de couleurs bleue, blanche et rouge dans quatre tiroirs a, b, c et d .

1. Combien y-a-il de répartitions possibles ?

2. Calculer les probabilités des évènements suivants :

   A : " toutes les chemises sont dans le tiroir a ".

   M : " Toutes les chemises sont dans le même tiroir ".

   V : " Les tiroirs b et c sont vides ".

   V' : " Seuls les tiroirs b et c sont vides ".

3. V désigne la variable aléatoire qui à une répartition associe le nombre de tiroirs vides.

Quelle est la loi de probabilité de V ?

4. En moyenne, combien de tiroirs restent vides lors d'un grand nombre de rangements ?

8. Graines

Un paquet de graines de potiron contient 12 graines. Le pouvoir germinatif de chacune des graines est 0,8 (la probabilité qu'une graine mise en condition germe est de 0,8).

1. On sème 8 graines. Quelle est à 10^{-3} près la probabilité pour que :

a. 5 graines exactement germent ?

b. Au moins 7 graines germent ?

2. Quand une graine est germée, la probabilité pour que les limaces détruisent le jeune plan est 0,5.

a. Calculer la probabilité pour qu'une graine semée donne un plan bon à repiquer.

b. Combien devra-t-on semer de graines pour que la probabilité d'avoir au moins un plan bon à repiquer soit supérieure à 0,99 ?

9. Sécu

Une étude des fichiers de la Sécurité Sociale concernant une région, montre qu'en 1990, 17% des personnes de moins de 70 ans ainsi que 75% des personnes âgées de 70 ans ou plus ont été vaccinées contre la grippe. On sait que les personnes de 70 ans ou plus représentent 12% de la population de cette région.

1. a. On prend une personne au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit vaccinée ?

b. On prend une personne vaccinée. Quelle est la probabilité pour que ce soit une personne de moins de 70 ans ?

2. On choisit 10 personnes de moins de 70 ans au hasard. Calculer la probabilité pour que trois d'entre elles exactement soient vaccinées.

10. Mots

On dispose de douze jetons indiscernables au toucher et portant les lettres de A à L. On place au hasard ces douze jetons sur une grille de 3 lignes de 4 cases.

1. a. Quelle est la probabilité de lire le mot "AIDE" sur la deuxième ligne ?

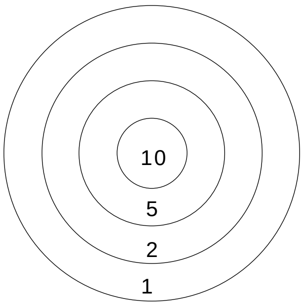
b. Quelle est la probabilité de lire à la fois le mot "BAC" dans la première colonne et le mot "AIDE" dans la deuxième ligne ?

2. Maintenant, pour remplir les cases de la première ligne, on tire un jeton parmi les douze, on écrit la lettre dans la première case, on remet le jeton et on recommence l'expérience pour chacune des 3 autres cases.

Soit X le nombre de A obtenus sur cette première ligne.

Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

11. Flêchettes



Un joueur lance des fléchettes sur une cible circulaire formée de 4 régions marquées 1, 2, 5 et 10.

Nous admettons que la probabilité que le joueur atteigne la cible est de 0,6 et que la probabilité d'atteindre la région i est inversement proportionnelle à i.

1. Calculer la probabilité d'atteindre la région i pour $i=1, 2, 5, 10$.

2. Si le joueur atteint la région i, il marque i points et 0 point s'il n'atteint pas la cible.

Soit la variable aléatoire X "nombre de points marqués lors d'un lancer".

Calculer l'espérance mathématique de X.

3. Le joueur lance deux flèches de suite, les lancers étant indépendants. Soit Y la variable aléatoire " Somme des points marqués lors des deux lancers". Calculer l'espérance mathématique de Y.

4. Le joueur lance trois flèches de suite. Quelle est la probabilité qu'il marque au moins 25 points ?

12. Billes

Un jeu consiste à lancer une bille dans un circuit comportant 5 portes: A, B, C, D et E rapportant respectivement 1, 2, 3, 4 et 5 points.

Au départ la bille passe au hasard par A, B ou C. De A, elle va au hasard vers B, D ou E. De B, elle va vers D ou E. De C, elle va vers E. De D ou E, elle sort du circuit.

1. Faire un schéma du circuit, indiquant tous les trajets possibles.

2. Les choix de chacune des portes étant équiprobables, calculer la probabilité du trajet (A, B, D)

3. Calculer la probabilité de chacun des trajets.

4. Soit X la variable aléatoire "Nombre de points marqués lors du trajet". Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

13. Urnes

Une première urne renferme 8 boules vertes, une de ces boules porte le nombre 1, trois portent le nombre 2 et quatre le nombre 4.

Une deuxième urne renferme 6 boules rouges, une de ces boules porte le nombre 3, deux portent le nombre 5 et trois le nombre 6.

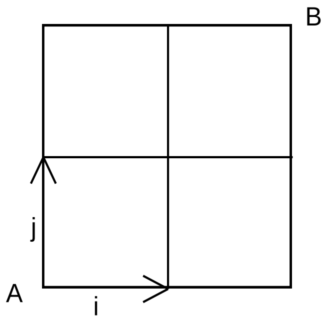
1. On extrait au hasard une boule de chaque urne. On note X le nombre porté par la boule verte et Y celui porté par la boule rouge.

Calculer la probabilité de A : "X+Y $\geq$ 8".

2. On effectue dix fois ce tirage en replaçant dans les urnes les boules tirées avant chaque nouveau tirage. Soit Z la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fois où A est réalisé lors de ces 10 tirages.

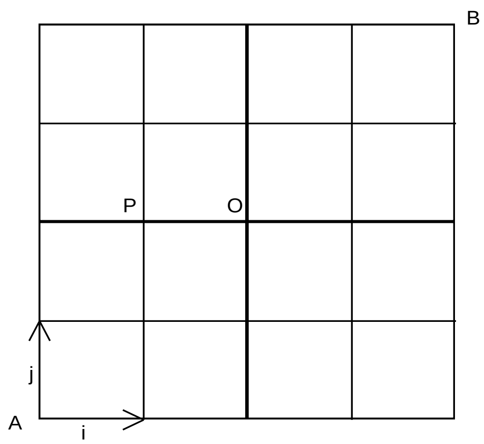
Calculer l'espérance mathématique de Z.

14. Chemins



1. Sur ce quadrillage 2 × 2, un chemin minimal de A vers B est la succession de 4 vecteurs $\vec{i}$ ou $\vec{j}$ dont la somme est $\overrightarrow{AB}$.

Combien y a-t-il de chemins minimaux différents de A vers B ?



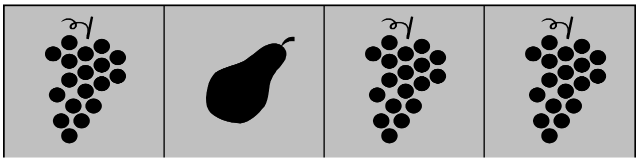
2. Sur ce quadrillage 4 × 4, combien y a-t-il de chemins minimaux de A vers B ?

3. Quelle est la probabilité pour qu'un chemin minimal choisi au hasard

- passe par O centre du quadrillage
- passe par P (1, 2) ?

15. Bandit manchot

Dans une salle de jeux, un appareil comporte 4 roues, chacune portant à sa périphérie 8 images de fruits différents : Ananas, Bananes, Cerises, Dattes, Fraises, Groseilles, Poires, Raisins



Une mise de 1 € déclenche le fonctionnement de l'appareil pour une partie. Chacune des 4 roues affiche au hasard dans une fenêtre un de ces fruits.

On admettra que tous les événements élémentaires sont équiprobables.

1. Calculer la probabilité des événements suivants:

E : " On obtient 4 fruits identiques " ;

F : " On obtient 3 fruits identiques et trois seulement "

G : " On obtient 4 fruits distincts ".

2. Certains résultats permettent de gagner de l'argent:

50 € pour 4 fruits identiques ; 5 € pour 3 fruits identiques ; 1 € pour 4 fruits distincts ; 0 € pour les autres résultats.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque résultat associe le gain indiqué. Calculer l'espérance mathématique de X.

16. L'astragale de Cassiopée

Les Grecs et les Romains utilisaient à la place des dés des osselets d'agneaux, appelés astragales.

Ces astragales pouvaient retomber sur une de leurs 4 faces numérotées 1, 2, 3, 4.

Des expériences statistiques ont permis d'établir que $p(1) = p(2)$; $p(3) = p(4)$ et $p(1) = 4p(3)$.

1. Calculer ces 4 probabilités élémentaires.

2. On jette un astragale 5 fois de suite. Calculer les probabilités d'obtenir:

– 3 fois exactement la face n°1 – 3 fois exactement la face n°3

– 3 fois exactement une même face – au moins une fois la face n°4

– uniquement les faces n°1 ou n°2

17. La chauve-souris (inspiré du sketch de J.M. Bigard…)

Une porte est munie d'un clavier portant les touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D.

La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre 3 chiffres et 2 lettres qui forment un code. Les chiffres sont distincts, les lettres peuvent être identiques. On suppose dans tout l'exercice que les manipulateurs connaissent le mode d'emploi du dispositif.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une chauve-souris ouvre la porte au 1er essai si :

a. Elle ignore le code.

b. Elle se souvient seulement que les 3 chiffres du code sont pairs.

c. De plus, elle se souvient que les deux lettres sont identiques.

2. La porte est équipée d'un système d'alarme se déclenchant lorsqu'aucun des 3 chiffres tapés ne fait partie du code. Une chauve-souris ignorant le code tente de déclencher l'alarme.

a. Quelle est la probabilité pour qu'elle provoque l'alarme au premier essai.

b. Elle effectue 4 essais successifs et indépendants. Quelle est la probabilité pour qu'elle déclenche l'alarme au moins une fois au cours des 4 essais ?

18. Boîtes et boules

Une boîte contient 6 boules vertes et n boules blanches. Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte. Si les deux boules sont de même couleur, le joueur gagne 1 €, si elles sont de couleurs différentes, le joueur perd 1 €.

1. Nous supposons que $n = 3$. Calculer les probabilités d'obtenir :

– deux boules de même couleur ;

– deux boules de couleurs différentes.

2. Nous supposons n quelconque et supérieur ou égal à 2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.

– Exprimer en fonction de n les probabilités de A : " $X = 1$ " et B : " $X = -1$ ".

– Calculer l'espérance mathématique de X, notée $E(X)$.

– Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X)=0$? $E(X) < 0$?

19. Lip ou Swatch ?

Un usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Certaines montres peuvent présenter un défaut x ou un défaut y.

Des études statistiques menées sur 10000 montres ont donné les renseignements suivants :

- 10% des montres présentent le défaut x ;
- parmi les montres présentant le défaut x, 12% présentent le défaut y ;
- parmi les montres ne présentant pas le défaut x, 5% présentent le défaut y.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

Nombre de montres	Avec le défaut x	Sans le défaut x	Totaux
Avec le défaut y			
Sans le défaut y			
Totaux			10000

2. On choisit au hasard une des 10000 montres, chacune de ces montres ayant la même probabilité d'être choisie.

a. Déterminer la probabilité de l'événement A " la montre présente le défaut x".

b. Déterminer la probabilité de l'événement B " la montre présente le défaut y".

c. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$. Calculer sa probabilité.

d. Calculer la probabilité d'obtenir une montre sans défaut.

20. Malade or not malade ?

Une maladie atteint 3 % d'une population donnée. Dans ce qui suit on appellera “ malades ” les individus atteints de cette maladie et “ bien portants ” ceux qui ne le sont pas. On dispose d'un test pour la détecter. Ce test donne les résultats suivants :

- chez les individus malades, 95 % de tests positifs et 5 % de tests négatifs ;
- chez les individus bien portants, 2 % de tests positifs et 98 % de tests négatifs.

On décide d'hospitaliser tous les individus ayant un test positif.

On note :

M l'événement “ être malade ” ;

$\overline{M}$ l'événement contraire ;

T l'événement “ avoir un test positif ” ;

$\overline{T}$ l'événement contraire.

1. Calculer la probabilité de l'événement “ M et T ” [c'est-à-dire $P(M \cap T)$] et la probabilité de l'événement “ $\overline{M}$ et T ” [c'est-à-dire $P(\overline{M} \cap T)$]. En déduire $P(T)$ et $P(\overline{T})$.

2. a. Calculer la probabilité d'être bien portant parmi les individus hospitalisés.

2. b. On considère un échantillon de 10 personnes prises de façon indépendante parmi les personnes hospitalisées. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une personne bien portante parmi elles ?

On donnera tous les résultats à 10^{-4} près.

21. Avis, Hertz et les autres

Une entreprise de location de voitures relève dans sa comptabilité les frais de réparation des pannes d'origine mécanique et ceux de remise en état de la carrosserie.Elle a observé que, pour une voiture louée une semaine :

la probabilité de panne mécanique est 0,32,

la probabilité de dégâts à la carrosserie est 0,54.

D'autre part la probabilité pour qu'une voiture ayant une panne mécanique présente également des dégâts à la carrosserie est de 0,45.

1. Calculer les probabilités pour qu'une voiture :

a. ait une panne mécanique et présente des dégâts à la carrosserie ;

b. ait seulement une panne mécanique ;

c. présente seulement des dégâts à la carrosserie ;

d. n'ait ni panne mécanique, ni dégâts à la carrosserie.

2. Calculer la probabilité pour qu'une voiture louée pendant les cinquante deux semaines d'une année n'ait ni panne mécanique, ni dégâts à la carrosserie pendant exactement vingt six semaines.

3. Pour une voiture louée une semaine, les frais s'élèvent en moyenne à :

300 € en cas de panne mécanique,

500 € en cas de dégâts à la carrosserie.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le montant moyen en euros des frais hebdomadaires pour une voiture.

Calculer l'espérance mathématique de X.

22. Rhesus

Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A, B, AB et O. Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur Rhésus.

Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (noté Rh^+), s'il ne possède pas ce facteur, il est dit de Rhésus négatif (noté Rh^-).

Sur une population P, les groupes sanguins se répartissent d'après le tableau suivant :

A	B	AB	O
40 %	10 %	5 %	45 %

Pour chaque groupe, la proportion d'individus possédant ou non le facteur Rhésus se répartit d'après le tableau suivant :

GROUPE	A	B	AB	O
Rh^+	82 %	81 %	83 %	80 %
Rh^-	18 %	19 %	17 %	20 %

Un individu ayant un sang du groupe O et de Rhésus négatif est appelé un donneur universel.

1. a. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard ait un sang du groupe O ?

b. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard soit un donneur universel ?

c. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard ait un sang de Rhésus négatif ?

2. On choisit au hasard cinq individus de la population P et on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels figurant parmi ces cinq individus.

On supposera que la population P est suffisamment importante pour que la variable aléatoire X suive une loi binomiale.

2. a. Donner la loi de probabilité de X. (On donnera les résultats à 10^{-4} près).

2. b. Déterminer l'espérance mathématique de X.

23. Do you speak english ?

Un sondage est effectué dans une société comprenant 40 % de cadres et 60 % d'employés. On sait que 20 % des cadres et 10 % des employés de cette société savent parler l'anglais.

1. On interroge un individu au hasard ; quelle est la probabilité pour que ce soit :

a. un cadre sachant parler l'anglais ;

b. un employé sachant parler l'anglais ;

c. une personne sachant parler l'anglais.

2. L'individu interrogé sait parler l'anglais. Quelle est la probabilité pour que ce soit un employé ?

3. On interroge au hasard quinze personnes de cette société. Quelle est la probabilité pour que sur ces quinze personnes, huit parlent l'anglais ?

24. Au soleil

Parmi quinze appareils, quatre sont destinés à l'outremer et ont été "tropicalisés". L'ouvrier chargé de l'empaquetage a oublié d'étiqueter de manière distincte les appareils "tropicalisés".

Il a devant lui quinze paquets identiques et doit retrouver les quatre appareils "tropicalisés". Ils les ouvre jusqu'à ce qu'il ait obtenu les quatre.

1. Il ouvre quatre paquets. Quelle est la probabilité pour qu'il retrouve les quatre appareils "tropicalisés" ?

2. Quelle est la probabilité pour qu'il soit obligé d'ouvrir au moins cinq paquets ?

25. Pièces de monnaie

On lance deux pièces de monnaie bien équilibrées. Le joueur paye m francs. Si le lancer amène deux FACE, on gagne 30 €. Si le lancer amène un FACE, on gagne 5 €. On appelle X le gain net obtenu, gain exprimé en fonction de m.

Déterminer la probabilité d'obtenir deux FACE et d'obtenir un FACE.

Dresser la loi de probabilité de la variable X.

Calculer l'espérance mathématique de X, espérance de gain net.

Quel doit être le prix de la partie pour que ce soit un jeu équitable ?

26. Tennis

Un joueur de tennis réussit sa première balle de service à 75%. Il réussit sa seconde balle de service à 90%.

Quelle est la probabilité pour que ce joueur commette une double faute (service perdu à la seconde balle) ?

27. Première langue

Dans une classe , tous les élèves pratiquent deux langues : soit l'anglais et l'allemand, soit l'anglais et l'espagnol.

Dans la classe, 60% des élèves pratiquent l'allemand, 75% sont des filles et la moitié des élèves du cours d'espagnol sont des garçons. On interroge, au hasard, un élève de cette classe.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

G : « l'élève est un garçon ».

E : « l'élève pratique l'espagnol ».

$F \cap A$: « l'élève est une fille germaniste ».

1. Déterminer la probabilité d'interroger un élève germaniste, sachant que c'est une fille. Puis d'interroger une fille sachant que c'est un élève germaniste.

2. On interroge un garçon. Quelle est la probabilité pour qu'il pratique l'allemand ?

28. Urnes

On dispose de deux urnes U_1 et U_2. L'urne U_1 contient trois boules blanches et une boule noire, l'urne U_2 contient une boule blanche et deux boules noires.

On lance un dé non truqué. Si le dé donne un numéro inférieur ou égal à 2, on tire une boule dans l'urne U_1 ; sinon on tire dans l'urne U_2 (les boules sont indiscernables au toucher).

Calculer la probabilité de tirer une boule blanche (on pourra faire un arbre.).

29. Cinéma

Une entreprise produisant des pellicules pour le cinéma dispose de 3 ateliers n°1, n°2, n°3, qui fabriquent respectivement 20%, 50% et 30% de la production de l'entreprise.

Pour chaque pellicule on note :

E l'événement : la pellicule est produite par l'entreprise (E est l'événement certain).

B_1 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°1.

B_2 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°2.

B_3 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°3.

D l'événement : la pellicule est défectueuse.

Sachant que les proportions des pellicules défectueuses fabriquées par les ateliers n°1, n°2, n°3 sont respectivement égales à 0,05 ; 0,03 et 0,04 ; Calculer :

1. la probabilité pour qu'une pellicule produite soit défectueuse.

2. la probabilité pour qu'une pellicule défectueuse provienne de l'atelier n°1.

30. Football

Un match de football doit opposer dimanche l'équipe des *Joyeux démolisseurs* à celle des *Artistes inconscients*. Par temps sec, la probabilité de victoire des *Artistes inconscients* est 0,6. Par temps de pluie elle tombe à 0,3. Hélas pour les *Artistes*, le match se déroule à Londres et la probabilité pour qu'il pleuve dimanche est de 0,9 (seulement 0,9 car c'est la saison sèche en Angleterre).

Quelle est la probabilité de victoire pour les *Artistes inconscients* ?

En fait on apprend en lisant le journal le lundi, que les *Artistes inconscients* ont gagné le match. Quelle est la probabilité pour qu'il est plu le dimanche ?

31. Dés spéciaux

On lance simultanément deux dés sur une table. L'un est cubique ; ses faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6. L'autre est tétraédrique ; ses faces sont numérotées 1, 2, 3, 4. Les deux dés sont homogènes (c'est-à-dire que pour chacun des deux dés, les faces ont la même probabilité d'apparition).

On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la valeur absolue de la différence des nombres figurant sur les deux faces en contact avec la table.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?

2. Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

32. Une population active

Dans une région, 45 % de la population active sont des hommes. On sait aussi que 5 % des femmes et 4 % des hommes de cette population active sont au chômage. On interroge au hasard une personne de cette région. On note F l'événement "être une femme", H l'événement "être un homme", et C l'événement "être au chômage".

1. Quelles sont les probabilités $p(H)$; $p(F)$; $p_F(C)$; $p_H(C)$?

2. En remarquant que $C = (C \cap F) \cup (C \cap H)$, calculer la probabilité pour qu'un individu pris au hasard soit au chômage.

3. Sachant que la personne interrogée est au chômage, quelle est la probabilité pour que ce soit une femme ? un homme ?

33. Tir à l'arc

Un tireur à l'arc envoie 10 flèches sur la cible. On admet que chaque tir est indépendant des précédants et que la probabilité d'atteindre la cible est pour chaque tir égale à 0,75.

1. Calculer la probabilité :

a. d'atteindre exactement 7 fois la cible ;

b. d'atteindre au moins une fois la cible ;

c. d'atteindre au moins 5 fois la cible.

2. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de fois où la cible est atteinte.

a. Calculer l'espérance de X.

b. Calculer la probabilité des événements : $(X \leq 1)$ et $(3 < X \leq 5)$.

Les résultats seront arrondis à la troisième décimale.

34. Etude de marché

Lors d'une étude de marché, la société PAPEX a étudié la répartition de ses clients selon deux critères, leur besoin en papier et leur possibilité de financement :

35% de ses clients utilisent moins de 12 tonnes de papier par an et, parmi ceux-ci, 80% sont solvables.

40% de ses clients utilisent de 12 à 20 tonnes de papier par an et, parmi ceux-ci, 85% sont solvables.

pour le reste de ses clients, seuls 10% ne sont pas solvables.

1. La société choisit au hasard l'un de ses clients. Quelle est la probabilité

a. pour qu'il utilise plus de 20 tonnes de papier ?

b. pour qu'il ne soit pas solvable ?

2. La société établit un échantillon de 20 de ses clients choisis au hasard. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de clients solvables parmi ces 20 clients.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et son espérance.

b. Donner la probabilité de l'événement $(X \geq 4)$.

On donnera les résultats à la cinquième décimale.

35. Statistiques - 1

Au dernier devoir commun de mathématiques en PS2, un élève était absent : le professeur a relevé ci-dessous les 17 notes de ses élèves.

élève 1	élève 2	élève 3	élève 4	élève 5	élève 6	élève 7	élève 8	élève 9	élève 10	élève 11	élève 12	élève 13	élève 14	élève 15	élève 16	élève 17
9	12	3	10	9	14	15	14	8	11	5	11	14	17	5	15	7

1. La médiane de cette série est égale à : ☐ 9,5 ☐ 10 ☐ 10,5 ☐ 11.

2. Le premier quartile Q_1 est égal à : ☐ 7 ☐ 7,5 ☐ 8 ☐ 8,5 ☐ 9.

3. Le tableau de la série de notes avec effectifs est :

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	18
Effectifs	1	2	1	1	2	1	1	2	3	2	1

☐

Notes	4	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectifs	1	2	2	1	1	1	1	2	3	2	1

☐

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectif	1	2	1	1	2	1	2	1	3	2	1

☐

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectif	1	2	1	2	2	1	2	2	3	2	1

☐

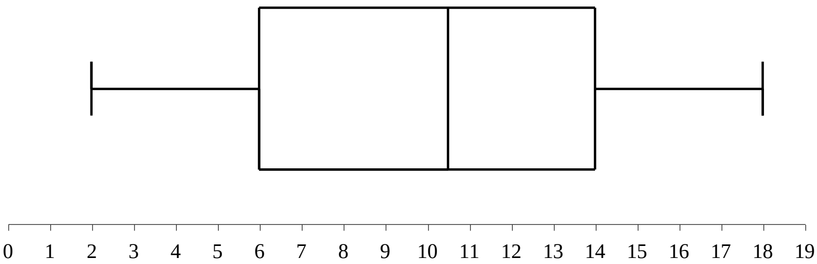
4. La valeur exacte de la moyenne de la série de notes est égale à :

☐ 10 ☐ $\frac{179}{17}$ ☐ 10,53 ☐ 10,52.

5. La variance de la série de notes est environ égale à :

☐ 3,92 ☐ 15,4 ☐ 4,05 ☐ 16,4.

6. A ce dernier devoir commun, la série des résultats de la 1°S1 est résumée par le diagramme en boîte suivant :

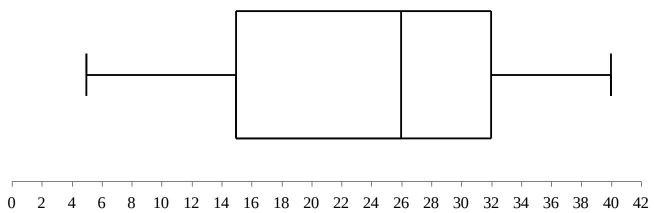


L'écart interquartile de la série des résultats de PS1 est égal à :

☐ 3,5 ☐ 16 ☐ 8 ☐ 4,5.

7. Sachant que la moyenne en 1°S1 pour les 30 élèves présents est 10,2, la moyenne globale sur les deux classes est environ égale à : ☐ 10,36 ☐ 10,75 ☐ 10,32 ☐ 10,5.

36. Statistiques - 2



Voici ci-dessus le diagramme en boîte d'une série statistique.

1. a. Quelle est la médiane de cette série ?

b. Quels sont les premier et troisième quartiles ?

c. Quelles sont les valeurs minimale et maximale de cette série ?

2. a. Déterminer l'écart interquartile.

b. Recopier et compléter les phrases :

« Au moins ….. % des valeurs sont inférieures ou égales à 15 » ;

« Au moins ….. % des valeurs sont inférieures ou égales à 32 » ;

« Environ …. % des valeurs sont comprises entre 15 et 32 ».

37. Statistiques - 3

On simule 1000 fois l'expérience qui consiste à lancer deux dés. On note à chaque lancer, la somme des deux nombres obtenus. On obtient les résultats suivants.

Somme x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
nombre de lancers n_i	28	64	76	102	148	170	142	106	72	74	18
$n_i\,x_i$											

$n_i\,(x_i - \bar{x})^2$										

1. Compléter la ligne des $n_i\,x_i$ et calculer la moyenne $\bar{x}$.

2. Compléter la dernière ligne du tableau et calculer la variance V à 10^{-2} près.

3. En déduire une valeur approchée de l'écart type σ à 10^{-1} près.

38. L'écartement interpupillaire.

Afin de centrer les lunettes en face des pupilles, les opticiens s'intéressent à « l'écartement interpupillaire ». Il est ainsi mesuré en millimètres.

On a mesuré cet écartement, désigné par e, pour 50 femmes et les résultats statistiques sont données ci-dessous avec une répartition en classes :

e (mm)	[55 ; 56,5[	[56,5 ; 58[	[58 ; 59,5[	[59,5 ; 61[	[61 ; 62,5[	[62,5 ; 64[	[64 ; 65,5[	[65,5 ; 67[	[67 ; 68,5[	[68 ; 70[
Nombre	2	3	4	7	9	8	7	5	3	2

1. Donnez les différents indices de position et de dispersion de cette série.

2. Dessinez la boîte à moustache de cette série. Vous donnerez évidemment le détail des calculs

3. Déterminez le pourcentage des valeurs de la série comprises entre -2σ et $+2\sigma$.

39. Les bébés

La série suivante donne la taille en cm des 550 nourrissons nés dans une maternité dans l'année.

Taille x_i	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
Nombre	20	31	52	56	65	90	80	82	38	18	9	9

a. Donnez les différents indices de position et de dispersion de cette série.

b. Dessinez la boîte à moustache de cette série. Vous donnerez évidemment le détail des calculs

40. Radar

Sur une autoroute, des relevés de vitesse par radar, effectués sur 2400 véhicules, ont permis de dresser le tableau ci-contre. Les vitesses sont exprimées en km/h.

1. A partir de ces données, on peut répartir les vitesses des véhicules par classes. Quelle est l'amplitude de chaque classe ? Quelles sont les différentes classes ?

2. Calculer la fréquence et l'effectif de chaque classe.

3. Combien de véhicules dépassent la vitesse maximale autorisée (130 km/h) ?

4. Quelles sont les classes modale et médiane ?

Vitesse v	Pourcentage des véhicules
v < 60	0
v < 70	3
v < 80	8
v < 90	18
v < 100	30
v < 110	48
v < 120	78
v < 130	86
v < 140	92
v < 150	100

41. Etude d'un minimum

On considère la série statistique formée des nombres 2, 3 et 5. On sait que la fonction qui au réel x associe : $(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-5)^2$ est minimale pour la moyenne de cette série.

On se propose de déterminer pour quelle valeur de x la fonction f qui à x associe :

$$|x-2| + |x-3| + |x-5|$$

est minimale.

1. Calculer la moyenne et la médiane de la série 2, 3 et 5

2. Montrer que pour $x > 2$: $|x-2| = x-2$. De la même façon simplifiez $|x-2|$ pour $x < 2$.

3. Faites la même chose pour les autres valeurs absolues.

4. En déduire l'expression simplifiée de $f(x)$ sur des intervalles bien choisis (on pourra faire un tableau).

5. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

6. Tracer la représentation graphique de f.

7. Montrer que f admet un minimum pour une valeur de x, que l'on déterminera. Que retrouve-t-on ?

42. Jetons sans remise

Une urne contient n jetons : 5 jetons rouges et $(n-5)$ jetons noirs, numérotés de 1 à n, $n \geq 5$.

Un joueur tire au hasard, successivement et **sans remise**, deux jetons de l'urne.

1. a. Soit Ω l'ensemble de tous les tirages. Déterminer le nombre de tirages possibles.

b. On note p_n la probabilité de l'événement A : " les deux jetons sont de couleurs différentes ". Montrer que $p_n = \dfrac{10n-50}{n^2-n}$.

2. Le joueur gagne 2 euros s'il réalise A et perd 1 euro dans le cas contraire. On note X le gain algébrique du joueur.

2. a. Donner la loi de probabilité de X et vérifier que $E(X) = \dfrac{-n^2+31n-150}{n^2-n}$.

b. Déterminer la composition de l'urne pour que le jeu soit équitable. Conclure.

3. a. Étudier les variations de la fonction f définie sur $[\,5\,;+\infty\,[$ par $f(x) = 10\,\dfrac{x-5}{x^2-x}$.

b. En déduire la ou les valeur(s) de n pour la quelle le joueur a le plus de chances de réaliser A. Préciser la probabilité correspondante.