

Nouvelle Calédonie

1. Exercice 1 (10 points)

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament M. On note c_0 la concentration (en milligrammes par litre noté mg/L) du médicament injecté, $c_0 = 4$. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement.

Le but de l'exercice est d'étudier la concentration du médicament M en fonction du temps.

On note c_n la concentration en mg/L du médicament au bout de n heures (n entier naturel). On rappelle que $c_0 = 4$.

1. On constate qu'une heure après l'injection, la concentration du médicament M dans le sang a diminué de 30 %.

a. Montrer que le coefficient multiplicatif, qui permet de calculer la concentration c_1 du médicament M présent dans le sang une heure après l'injection, est égal à 0,7.

b. Calculer c_1 .

2. On constate que la concentration du médicament M continue de diminuer de 30 % chaque heure.

a. Calculer la concentration c_2 du médicament M deux heures après l'injection, puis les concentrations c_3 et c_4 .

b. Déterminer la nature de la suite (c_n) et montrer que $c_n = 4 \times (0,7)^n$.

c. Calculer c_{13} (le résultat sera arrondi au centième).

d. On estime que le médicament M est totalement éliminé lorsque c_n est inférieur à 0,05. Après combien d'heures peut-on considérer que le médicament est totalement éliminé ?

3. Le tableau ci-dessous, élaboré à l'aide d'un tableur, donne la concentration en mg/L du médicament M en fonction du temps écoulé depuis l'injection. On a complété la colonne A pour avoir le temps écoulé (en heures) depuis l'injection.

	A	B	C	D	E	F
1	n	Concentration c_n (en mg/L)	Dose ajoutée	Concentration K_n (en mg/L)		
2	0	4,00		4		
3	1		1	3,80		
4	2		1	3,66	Coefficient	0,7
5	3		1	3,56		
6	4		1	3,49		
7	5		1	3,45	Dose ajoutée	1
8	6		1	3,41		
9	7		1	3,39		
10	8		1	3,37		
11	9		1	3,36		
12	10		1	3,35		
13	11		1			
14	12		1			

15	13		1			
16	14		1			
17	15		1			
18	16		1			
19	17		1			
20	18		1			

a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 de la colonne B avant de la recopier vers le bas pour calculer les concentrations c_1 à c_{18} du médicament M ?

b. Compléter alors la colonne B (les résultats seront arrondis au centième).

4. On a constaté que le médicament M entraîne des effets secondaires (migraine, nausées, ...) lorsque sa concentration dépasse 5 mg/L. Son efficacité est insuffisante lorsque sa concentration est inférieure à 3 mg/L. Il importe donc de maintenir la concentration du médicament M entre 3 et 5 mg/L pendant 18 heures.

Dans ce but, on décide de pratiquer une heure après la première injection, puis toutes les heures, une injection de 1mg/L du médicament M. On pose $K_0 = c_0 = 4$ et on note K_1, K_2, \dots, K_n les valeurs de la concentration après chaque heure. Ainsi, la cellule D3 donne la concentration K_1 de M après la 1^{ère} heure et on peut écrire $K_1 = 0,7K_0 + 1 = 3,80$.

a. On veut saisir dans la cellule D4 une formule pour calculer la concentration K_2 de M après la 2^{ème} heure de manière à pouvoir recopier vers le bas et ainsi calculer la concentration K_n après chacune des n heures.

Indiquer parmi les formules suivantes celles qui effectuent le calcul attendu.

(1) : =D3*\$F\$4+C4

(2) : =D3+1*0.7

(3) : =(D3+1)*\$F\$4

(4) : =D3*0.7+\$F\$7

b. Compléter alors la colonne D (les résultats seront arrondis au centième).

c. Devra-t-on stopper les injections pour éviter les effets secondaires pendant les 18 heures de traitement ?

d. L'efficacité du traitement sera-t-elle suffisante pendant 18 heures ?

2. Exercice 2 (10 points)

On veut carreler une pièce rectangulaire de 6 m de longueur et de 4 m de largeur, donc d'aire 24 m^2 , à l'aide de carreaux de 2 couleurs : rouge et gris. De plus, il y a deux types de carreaux dans chaque couleur : des carreaux avec motifs et des carreaux unis. Il y a donc au total 4 modèles de carreaux.

Les parties A, B et C de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

1. Chaque carreau est un carré de 0,2 m de côté. Quel est le nombre minimum de carreaux à prévoir pour carreler la pièce ?

2. Pour des impératifs liés à la pose, il est nécessaire d'acheter au moins 672 carreaux, dont 25 % en rouge, le reste en gris. On prévoit de poser pour chaque couleur $1/3$ de carreaux avec motifs, les autres étant unis.

Calculer le nombre minimum de carreaux de chaque modèle à acheter et compléter le tableau ci-dessous.

	Rouges	Gris	Total
Motifs	56		
Unis			
Total		504	

3. Les carreaux sont vendus en paquets de 15 d'un même modèle.

a. Calculer le nombre minimum de paquets de chaque sorte nécessaires et compléter le tableau ci-dessous.

	Rouges	Gris	Total
Motifs	4		
Unis			
Total			47

b. Justifier que le nombre minimum total de paquets nécessaires est bien égal à 47.

Partie B

Dans les paquets de 15 carreaux, on a étudié, sur un lot de 1000 paquets, le nombre de paquets comportant n carreaux défectueux (n étant un nombre compris entre 0 et 15) et on a obtenu le tableau suivant :

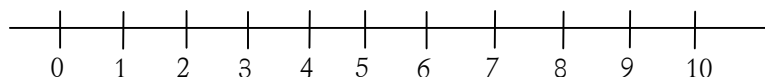
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nombre de paquets comportant n carreaux défectueux	30	80	170	440	190	70	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer la médiane de cette série statistique.

2. a. Déterminer le premier quartile Q_1 .

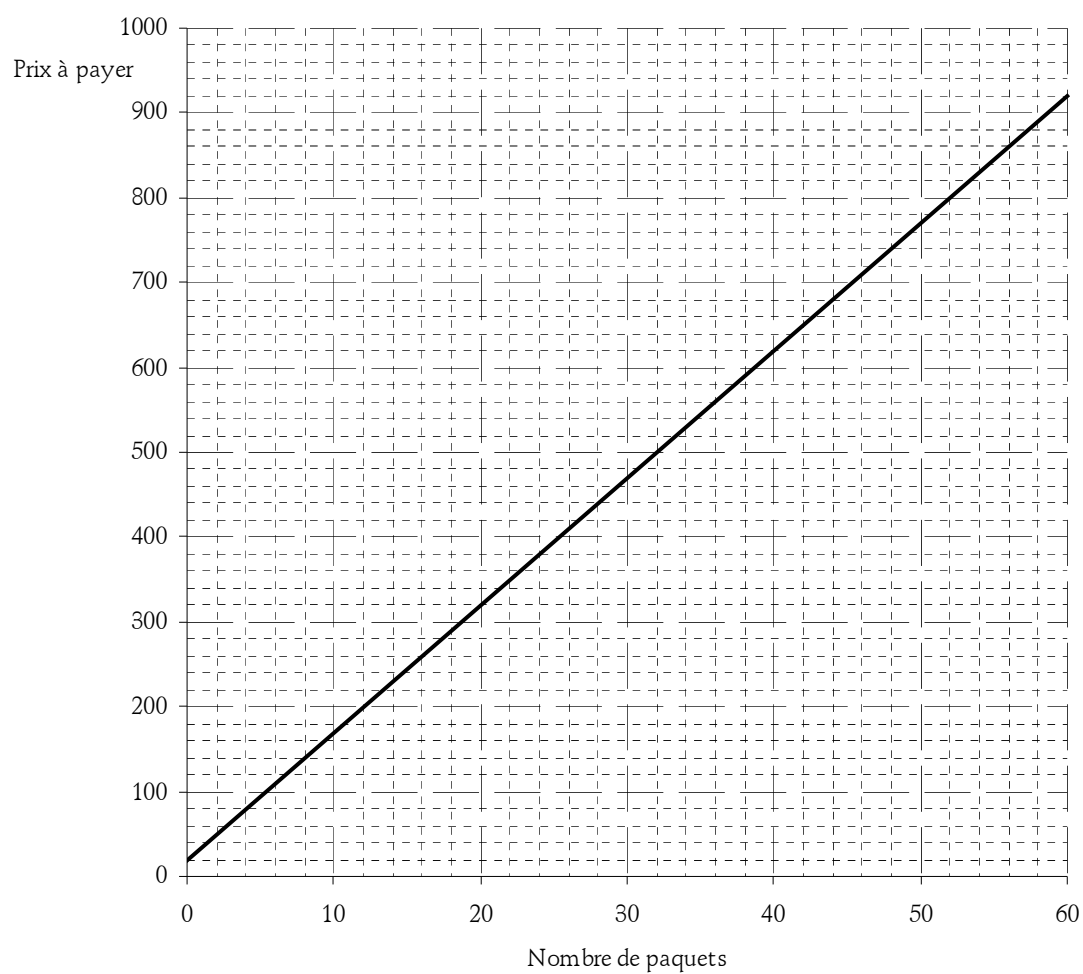
b. Rappeler la définition du troisième quartile Q_3 . Le calculer.

c. Tracer un diagramme en boîte de cette série dans le repère ci-dessous.



Partie C

On note (en euros) a le prix de d'un paquet de carreaux et b les frais de livraison fixes quel que soit le nombre de paquets livrés. Le graphique permet de calculer le prix payé par le client en fonction du nombre de paquets de carreaux achetés.



1. Déterminer graphiquement le prix payé par le client pour l'achat de 50 paquets de carreaux.
2. Calculer le prix a d'un paquet de carreaux et le montant b des frais de livraison. Calculer alors le prix payé par le client pour 47 paquets livrés.