

Polynésie

La calculatrice est autorisée. Le candidat doit traiter les DEUX exercices. L'annexe 1 est à rendre avec la copie.

1. Exercice 1 (12 points)

On donne, au 1^{er} janvier 2005, dans le tableau de l'annexe 1 les prix, en euros, du litre de gazole dans quinze pays d'Europe. Ce tableau fournit :

- le prix HT (prix hors taxes),
- le montant de la taxe intérieure qu'ajoute chaque pays au prix hors taxes,
- le taux de TVA appliqué après ajout de la taxe intérieure,
- le prix TTC (prix toutes taxes comprises).

Exemple : Au Royaume-Uni, le prix hors taxes du gazole est de 0,302 € auquel s'ajoute la taxe intérieure de 0,693 €. Puis au prix hors TVA de 0,995 € s'applique une TVA de 17,5%, ce qui conduit à un prix TTC de 1,169 €

Partie A. Travail sur tableur

Le tableau de l'annexe 1 est une feuille de calcul. Les colonnes D et F ont nécessité l'usage de formules pour être remplies.

1. Quelle formule a-t-on saisie en D2 puis recopiée jusqu'en D16 pour obtenir le prix hors TVA ?
2. Quelle formule a-t-on saisie en F2 puis recopiée jusqu'en F16 pour obtenir le prix TTC ?
3. On veut obtenir dans la cellule B17 le prix moyen hors taxes ; quelle formule peut-on saisir dans cette cellule ?

Partie B. Étude des prix hors taxes

On a étudié la série statistique constituée des prix hors taxes et on a obtenu les caractéristiques données ci-dessous :

- moyenne : $\bar{x} \approx 0,324$;
- écart-type : $s \approx 0,019$;
- premier et troisième quartiles : $Q_1 = 0,306$ et $Q_3 = 0,34$;
- médiane : $m = 0,325$.

1. En utilisant l'axe gradué du diagramme 1 de l'annexe 2, à rendre avec la copie, construire le diagramme en boîte de cette série. On fera apparaître le premier et le troisième quartiles, la médiane, le maximum et le minimum de la série.
2. Donner le nombre de pays dont le prix HT du gazole appartient à l'intervalle $[x - s ; x + s]$.

Partie C. Étude des prix TTC

On s'intéresse maintenant au prix TTC du gazole de ces quinze pays.

1. Calculer la moyenne de cette série. Le résultat sera arrondi au millième.
2. Lire sur le diagramme 2 de l'annexe 2, la médiane, le premier et le troisième quartiles de cette série des prix TTC du gazole. Les valeurs seront données avec la précision permise par le diagramme.
3. **Q.C.M.** : Répondre aux deux questions ci-dessous en choisissant la bonne réponse parmi les trois propositions. Aucune justification n'est demandée.

Pour répondre, vous recopierez sur votre copie la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse enlève 0,25 point et une absence de réponse n'ajoute, ni n'enlève aucun point. Un total de points négatif est ramené à zéro.

- a. La médiane de la série des quinze prix TTC est :

- la 8^{ème} valeur ;
 - la demi-somme de la 7^{ème} et de la 8^{ème} valeur ;
 - la demi-somme de la 8^{ème} et de la 9^{ème} valeur.
- b. Le premier quartile de la série des quinze prix TTC est :
- la 3^{ème} valeur ;
 - la 4^{ème} valeur ;
 - la demi-somme de la 3^{ème} et de la 4^{ème} valeur.
4. Un journaliste écrit : « En Europe, les taxes sur le gazole harmonisent les prix au sein de l'union européenne. » Confirmer ou infirmer ce propos en argumentant.

Partie D. Étude des prix en France

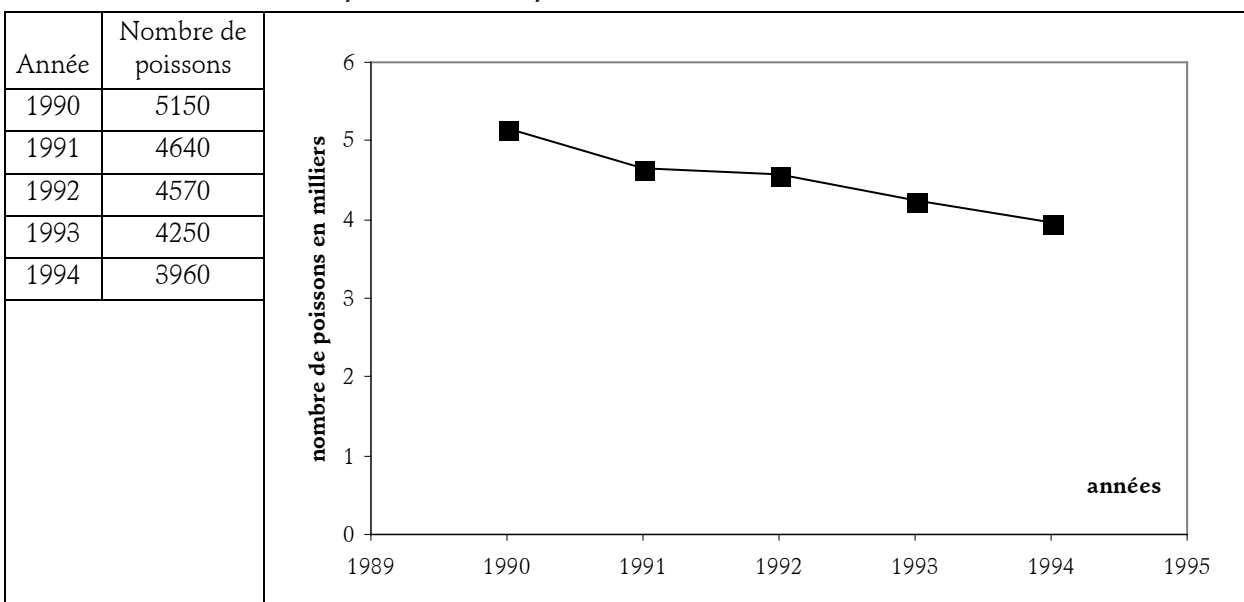
Q.C.M. : Répondre aux deux questions ci-dessous en choisissant la bonne réponse parmi les trois propositions (où les résultats ont été arrondis à 1 %). Aucune justification n'est demandée.

1. En France, la taxe intérieure sur le gazole représente :
- 230 % du prix HT ;
 - 57 % du prix HT ;
 - 130 % du prix HT.
2. En France, le pourcentage global des taxes appliquées au prix HT pour obtenir le prix TTC est :
- 175 %
 - 150 %
 - 64 %.

2. Exercice 2 (8 points)

Des scientifiques veulent étudier l'évolution à long terme d'une population de poissons d'une petite rivière. Pour cela ils disposent des résultats de comptages effectués dans une portion de cette rivière entre 1990 et 1994. Le tableau et le graphique ci après donnent les effectifs trouvés par année de 1990 à 1994.

Nombre de poissons dans la portion de rivière étudiée entre 1990 et 1994



1. Un premier scientifique suggère de modéliser l'évolution du nombre de poissons par une suite arithmétique. Pourquoi le graphique laisse-t-il penser qu'une suite arithmétique pourrait convenir ?

2. Ce premier scientifique choisit de modéliser l'évolution du nombre de poissons par la suite arithmétique (u_n) de raison $r = -300$ et de premier terme $u_0 = 5\,150$. Ainsi u_n représente le nombre de poissons l'année $(1990+n)$.

- a. Quelle interprétation peut-on donner de la raison de cette suite pour la population de poissons ?
- b. Exprimer u_n en fonction de n .
- c. Calculer l'effectif de la population prévu par ce modèle en 2004.

3. Un deuxième scientifique n'est pas convaincu par ce modèle et propose pour cette population une évolution exponentielle. En effet, il remarque que :

$$\frac{4840}{5150} \approx \frac{4570}{4840} \approx \frac{4250}{4570} \approx \frac{3960}{4250} \approx 0,935.$$

Il choisit alors de modéliser l'évolution du nombre de poissons par la suite géométrique (v_n) , de raison $q = 0,935$ et de premier terme $v_0 = 5\,150$. Ainsi v_n représente le nombre de poissons l'année $(1990+n)$.

- a. Quel est le pourcentage de diminution annuelle du nombre de poissons selon ce modèle ?
 - b. Exprimer v_n en fonction de n .
 - c. Calculer v_{14} . Le résultat sera arrondi à l'unité.
4. En 2004, un comptage a été effectué et on a relevé 1 980 poissons dans la portion de rivière étudiée.
- a. Lequel des deux modèles proposés ci-dessus est-il le plus pertinent ? Justifier la réponse.
 - b. On choisit d'utiliser le modèle proposé par le second scientifique. Calculer v_{30} et v_{40} (les résultats seront arrondis à l'unité).

Déterminer l'année à partir de laquelle la population des poissons passera en dessous des 500 individus.

Annexe 1

Exercice 1 : Prix du gazole en Europe au 1er janvier 2005

	A	B	C	D	E	F
1	Pays	Prix HT	Taxe intérieure	Prix hors TVA	TVA en %	Prix TTC
2	Luxembourg	0,325	0,253	0,578	15,00	0,665
3	Grèce	0,324	0,251	0,575	18,00	0,679
4	Portugal	0,306	0,292	0,598	17,00	0,700
5	Espagne	0,330	0,297	0,627	16,00	0,727
6	Belgique	0,307	0,305	0,612	21,00	0,740
7	Autriche	0,340	0,289	0,629	20,00	0,755
8	Irlande	0,342	0,327	0,669	21,00	0,809
9	France	0,301	0,392	0,693	19,60	0,829
10	Pays-Bas	0,340	0,358	0,698	19,00	0,831
11	Danemark	0,303	0,370	0,673	25,00	0,841
12	Suède	0,330	0,347	0,677	25,00	0,846
13	Finlande	0,354	0,347	0,701	25,00	0,876
14	Allemagne	0,309	0,470	0,779	16,00	0,904
15	Italie	0,351	0,403	0,754	20,00	0,905
16	Royaume-Uni	0,302	0,693	0,995	17,50	1,169
17	Moyenne :					

Annexe 2

À rendre avec la copie

Exercice 1

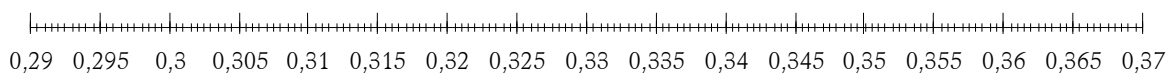


Diagramme 1 : Prix HT du gazole

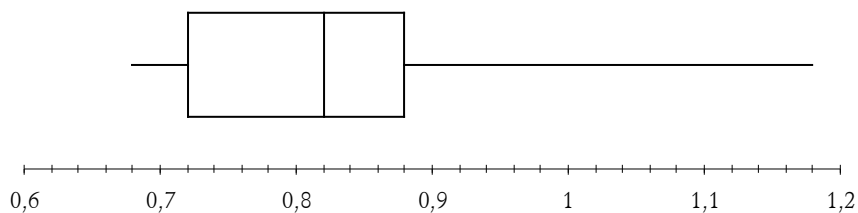


Diagramme 2 : Prix TTC du gazole

Polynésie**Correction****3. Exercice 1 (12 points)**Partie A. Travail sur tableur

	A	B	C	D	E	F
1	Pays	Prix HT	Taxe intérieure	Prix hors TVA	TVA en %	Prix TTC
2	Luxembourg	0,325	0,253	0,578	15,00	0,665
...
16	Royaume-Uni	0,302	0,693	0,995	17,50	1,169
17	Moyenne :					

1. Le prix hors TVA est la somme du prix HT et de la taxe intérieure, on a donc en D2 : « = B2 + C2 ». Lorsqu'on recopie la formule s'adapte.

2. Le prix TTC est appliqué au prix hors TVA, on utilise le coefficient multiplicateur, par exemple pour le Luxembourg : $\left(1 + \frac{15}{100}\right) = 1,15$. Mais comme on ne va pas le faire à la main, on utilise $\left(1 + \frac{E2}{100}\right)$; on a donc dans F2 : « = D2*(1 + E2/100) ».

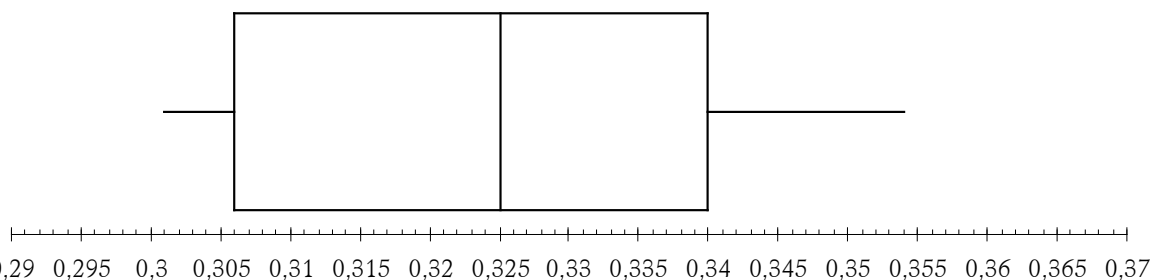
3. On fait la somme des valeurs de B2 à B16, on peut donc mettre « = SOMME(B2 : B16)/15 » ou encore plus beau : « = SOMME(B2 : B16)/NBVAL(B2 : B16) » et même encore mieux :

$$\text{« =MOYENNE(B2 : B16) »}$$

qui donne le résultat directement.

Partie B. Étude des prix hors taxes

1.



2. L'intervalle $[x - s ; x + s]$ est l'intervalle $[0,305 ; 0,343]$ auquel appartiennent 10 pays sur 15, soit approximativement 70 % ; a priori ça ressemble à une distribution gaussienne.

Partie C. Étude des prix TTC

On s'intéresse maintenant au prix TTC du gazole de ces quinze pays.

1. la moyenne est $\bar{x} \approx 0,818$.

2. La médiane vaut 0,82, Q_1 vaut 0,72, Q_3 vaut 0,88.

3. a. La médiane de la série des quinze prix TTC tombe entre la 8^{ème} et de la 9^{ème} valeur ; c'est la réponse 3 :
– la demi-somme de la 8^{ème} et de la 9^{ème} valeur.

b. Par définition :

• Q_1 est la valeur dont le rang est le premier entier pour lequel l'effectif est supérieur ou égal à 25%

• Q_3 est la valeur dont le rang est le premier entier pour lequel l'effectif est supérieur ou égal à 75% donc la réponse est la 4^{ème} valeur.

4. L'écart interquartile vaut en HT : 0,034, ce qui ramené à la moyenne fait environ 0,1 ; l'écart interquartile pour les prix TTC vaut $0,846 - 0,727 = 0,119$, ce qui rapporté à la moyenne 0,818 fait 0,15. Il semblerait que les prix se soient un peu plus dispersés entre le HT et le TTC. Pour bien faire il faudrait faire l'écart-type de la série TTC pour comparer vraiment...

Partie D. Étude des prix en France

1. En France, la taxe intérieure sur le gazole représente : $\frac{0,392}{0,301} = 1,30 = 130\%$.

2. En France, le pourcentage global des taxes appliquées au prix HT pour obtenir le prix TTC est : $\frac{0,829 - 0,301}{0,301} = 1,75 = 175\%$.

4. Exercice 2 (8 points)

1. L'alignement des points peut laisser supposer qu'une suite arithmétique conviendrait.

2. a. Prendre la raison $r = -300$ revient à dire que le nombre de poissons diminue de 300 unités d'une année sur l'autre.

b. $u_n = u_0 + nr = 5150 - 300n$.

c. En 2004 on a $n = 14$, soit $u_{15} = 5150 - 4200 = 950$.

3. a. Le coefficient multiplicateur 0,935 correspond à $1 - 0,065$, on a donc une baisse de 6,5 % par an.

b. $v_n = v_0 q^n = 5150 (0,935)^n$.

c. $v_{14} = v_0 q^{14} = 5150 (0,935)^{14} \approx 2010$.

4. a. La chute est trop brutale avec le premier modèle et le résultat est plutôt plus proche de celui donné par la deuxième méthode.

b. $v_{30} \approx 686$, $v_{40} \approx 350$. On a $v_{34} \approx 524$ et $v_{35} \approx 490$; on passe donc sous la barre des 500 en $1990 + 35 = 2025$.