Amérique du Nord

L'usage de la calculatrice est autorisé. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

1. Exercice 1 (8 points)

La température est relevée chaque heure pendant 4 jours dans une forêt. Les 97 résultats obtenus ont été triés et sont rassemblés dans le tableau ci-contre :

Température en ° C	Nombre de fois où cette température a été relevée
14,5	5
15	7
15,5	10
16	12
16,5	15
17	10
17,5	11
18	9
18,5	7
19	7
19,5	4

1. a.Déterminer la médiane M, les quartiles Q_1 et Q_3 de cette série statistique.

On appelle premier décile (noté D_1) la plus petite valeur de la température telle qu'au moins 10 % des valeurs sont inférieures ou égales à D_1. On appelle neuvième décile (noté D_9) la plus petite valeur telle qu'au moins 90 % des valeurs lui sont inférieures ou égales.

b. Justifier que $D_1 = 15$ et calculer D_9.

c. Calculer l'écart interquartile.

2. La température a été relevée de la même manière et aux mêmes instants dans un champ à l'extérieur de la forêt. Cette deuxième série de résultats ne figure pas ici, mais :

- la médiane de cette deuxième série est M' = 23 °C,

- les quartiles de cette deuxième série sont $Q'_1 = 15$ °C et $Q'_3 = 28$ °C,

- les déciles de cette deuxième série sont $D'_1 = 13$ °C et $D'_9 = 31$ °C.

a. Calculer l'écart interquartile de cette nouvelle série.

b. On a construit sur la feuille annexe, à rendre avec la copie, un diagramme en boîte de cette série. Les extrémités du diagramme correspondent aux premier et neuvième déciles. Construire au-dessous de ce diagramme celui de la série des températures relevées dans la forêt.

c. En quelques lignes, expliquer quelle semble être l'influence des arbres sur la température à l'intérieur de la forêt.

2. Exercice 2 (12 points)

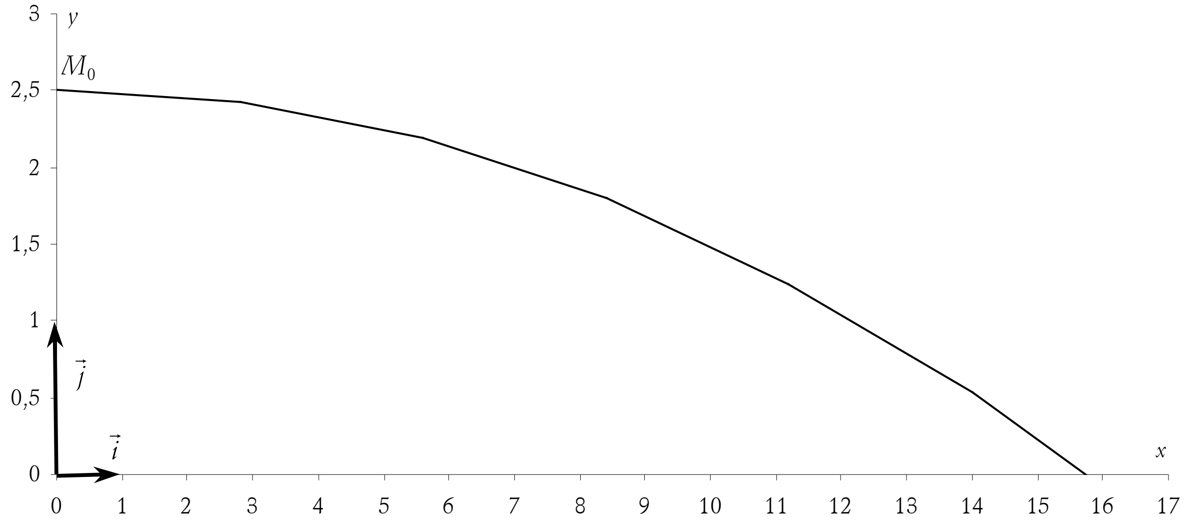
Dans cet exercice tous les temps sont exprimés en dixième de seconde et les distances en mètre.

On modélise la trajectoire d'une balle de tennis par une courbe dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ représentée dans le graphique ci-dessous. Une unité représente un mètre.

Le joueur de tennis frappe sa balle à l'instant 0 en M_0 de coordonnées (0 ; 2,5).

Pour un entier n, la position de la balle du joueur dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ à l'instant n est le point M_n de coordonnées $(x_n\,;y_n)$. Des valeurs x_n et y_n pour n compris entre 0 et 5 secondes sont données par le tableau de l'annexe, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur.

Ce tableau doit être complété et rendu avec la copie. Les questions 1 à 4 sont dans une large mesure indépendantes.



1. Etude de la suite des nombres x_n (abscisse de la position de la balle à l'instant n).

a. Montrer que les valeurs x_0, x_1 et x_2 sont les premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme x_0 et de raison r. Ecrire la valeur trouvée de r dans la cellule E1 du tableau de l'annexe.

b. On admet que les nombres x_n sont les termes de la suite arithmétique de premier terme x_0 et de raison r. Justifier que $x_n = 0,28n$.

c. On veut introduire dans la cellule B7 une formule recopiable jusqu'en B9, encore valable si on change la valeur de r. Donner cette formule.

d. Compléter les deux cellules manquantes de la colonne B du tableau de l'annexe.

e. La balle arrive au niveau du filet, situé à 12 mètres du point O, à l'instant t. A l'aide du tableau, donner un encadrement de t entre deux valeurs distantes de un dixième de seconde.

2. Etude de la suite des nombres y_n (ordonnée de la position de la balle à l'instant n).

a. Montrer que la suite des nombres y_n n'est ni arithmétique ni géométrique.

b. Les lois de la physique permettent d'établir la relation $y_n = -0,0784n^2 + 2,5$. Quelle formule tableur doit-on écrire en C4 de façon à la recopier jusqu'en C9 ?

3. Etude de la trajectoire de la balle

Le filet, situé à 12 mètres du point O mesure environ 0,90 m de hauteur. Expliquer, en utilisant le graphique rappelé en annexe, pourquoi la balle passe au-dessus du filet.

4. Mise en jeu

Lors de la mise en jeu, le joueur au service a droit à deux essais pour placer la balle dans le carré de service adverse. Ces essais sont appelés premier et deuxième service.

Au cours d'un match, le joueur a manqué 20 premiers services. Il a donc joué 20 deuxièmes services.

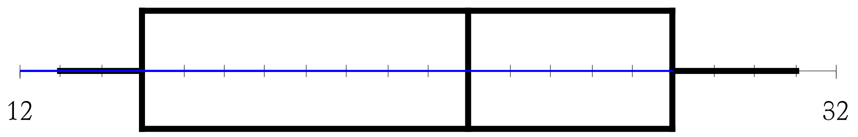
a. Lors de ce match, sur les 20 deuxièmes services, 3 ont été réussis sans être rattrapés par l'adversaire. Parmi les deuxièmes services, quel est le pourcentage de services réussis non rattrapés par l'adversaire ?

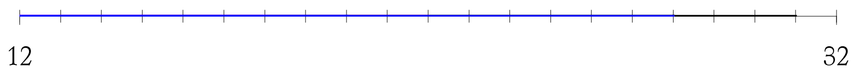
b. Sur ces 20 deuxièmes services, 65 % ont été placés dans le carré de service adverse. Calculer le nombre de deuxièmes services réussis.

c. Les 20 premiers services manqués correspondent, pour les premiers services joués, à un pourcentage d'échec de 26,7 % (arrondi à 0,1 %). Quel est le nombre total de des premers services que le joueur a effectués au cours de ce match ?

Annexe (à rendre avec la copie)

Exercice 1 : Diagramme en boîtes

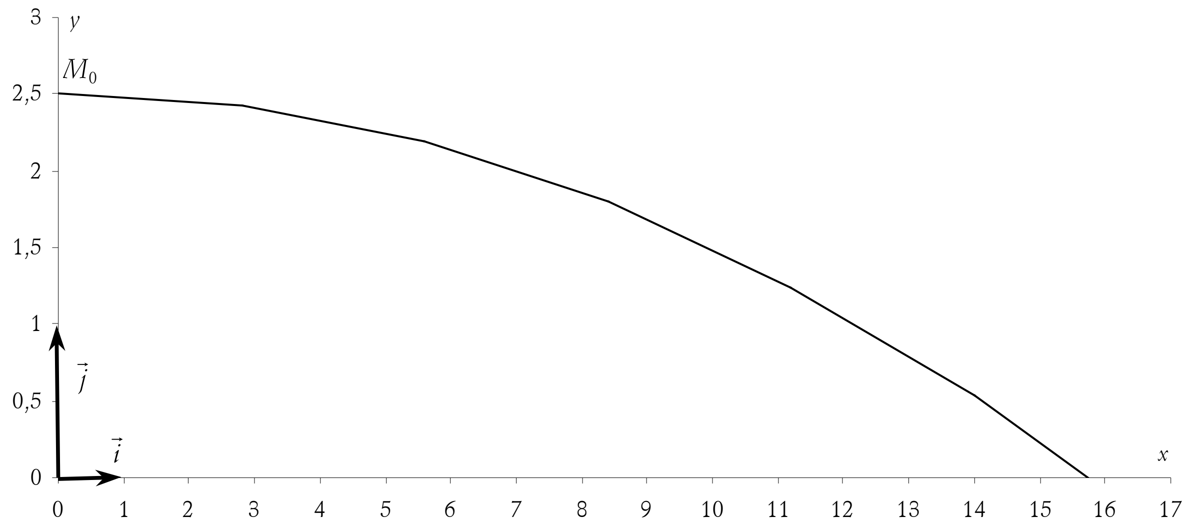




Exercice 2 : Valeurs de x_n et y_n

	A	B	C	D	E
1		Raison r de la suite arithmétique			
2					
3	Temps n écoulé (en dixième de seconde)	Abscisse x_n de la balle (en mètre)	Ordonnée y_n de la balle (en mètre)		
4	0	0	2,5		
5	1	2,8	2,4216		
6	2	5,6	2,1864		
7	3		1,7944		
8	4		1,2456		
9	5	14	0,54		

Exercice 2 : Graphique



Amérique du Nord Correction

3. Exercice 1 (8 points)

La température est relevée chaque heure pendant 4 jours dans une forêt. Les 97 résultats obtenus ont été triés et sont rassemblés dans le tableau ci-contre :

Température en ° C	Nombre de fois où cette température a été relevée	
		cumul
14,5	5	5
15	7	12
15,5	10	22
16	12	34
16,5	15	49
17	10	59
17,5	11	70
18	9	79
18,5	7	86
19	7	93
19,5	4	97

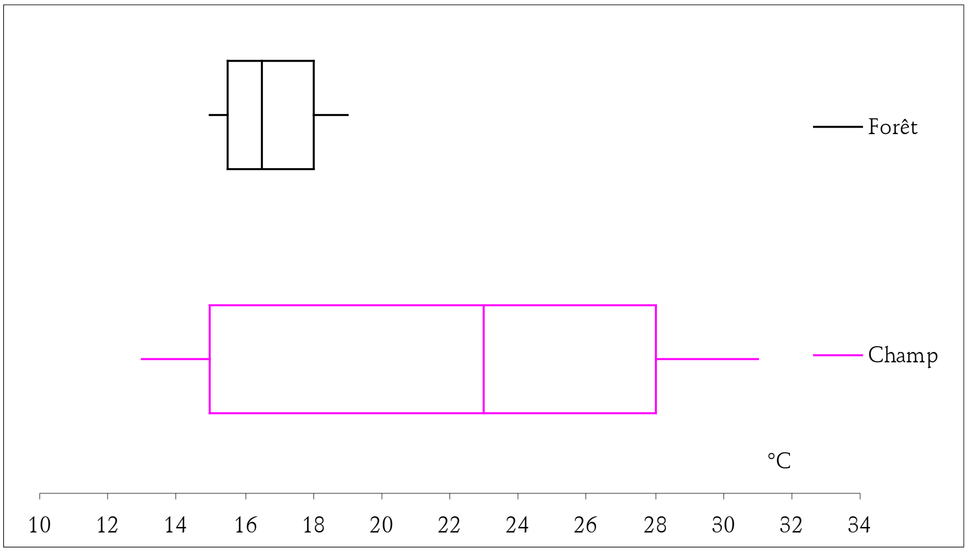
1. a. 50 % de 97 = 48,5 ; en faisant les cumuls la médiane tombe sur 16,5 °, Q_1 à 15,5 ° et Q_3 à 18 °.

b. 10 % de 97 = 9,7 d'où D_1 = 15 ° ; 90 % de 97 est 87,3 donc D_9 vaut 19 ° (18,5 ne convient pas par rapport à la définition donnée).

c. L'écart interquartile vaut 18 − 15,5 = 2,5.

2. a. $Q'_3 - Q'_1$ = 28° − 15 ° = 13.

b.



c. Les arbres semblent réguler la température dans des limites plus étroites et surtout avec une amplitude bien moindre. Il semble probable que les feuilles empêchent les rayons du soleil de réchauffer l'atmosphère sous les arbres.

4. Exercice 2 (12 points)

Dans cet exercice tous les temps sont exprimés en dixième de seconde et les distances en mètre.

On modélise la trajectoire d'une balle de tennis par une courbe dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ représentée dans le graphique ci-dessous. Une unité représente un mètre.

Le joueur de tennis frappe sa balle à l'instant 0 en M_0 de coordonnées (0 ; 2,5).

	A	B	C	D	E
1		Raison r de la suite arithmétique			**2,8**
2					
3	Temps n écoulé (en dixième de seconde)	Abscisse x_n de la balle (en mètre)	Ordonnée y_n de la balle (en mètre)		
4	0	0	2,5		
5	1	2,8	2,4216		
6	2	5,6	2,1864		
7	3	**8,4**	1,7944		
8	4	**11,2**	1,2456		
9	5	14	0,54		

1. Etude de la suite des nombres x_n (abscisse de la position de la balle à l'instant n).

a. On fait les différences : $x_1 - x_0 = 2,8$ et $x_2 - x_1 = 2,8$ donc la raison est $r = 2,8$.

b. On sait pour une suite arithmétique (cours) que $x_n = x_0 + nr$, soit ici $x_n = 0,28n$.

c. On prend la valeur de la cellule au-dessus, soit B6 et on ajoute le contenu de E1 (avec des $ pour que ce ne soit pas modifié à la copie) : « = B6 + E1 » ou bien « = B6 + E$1 » qui marche également.

d. Voir ci-dessus.

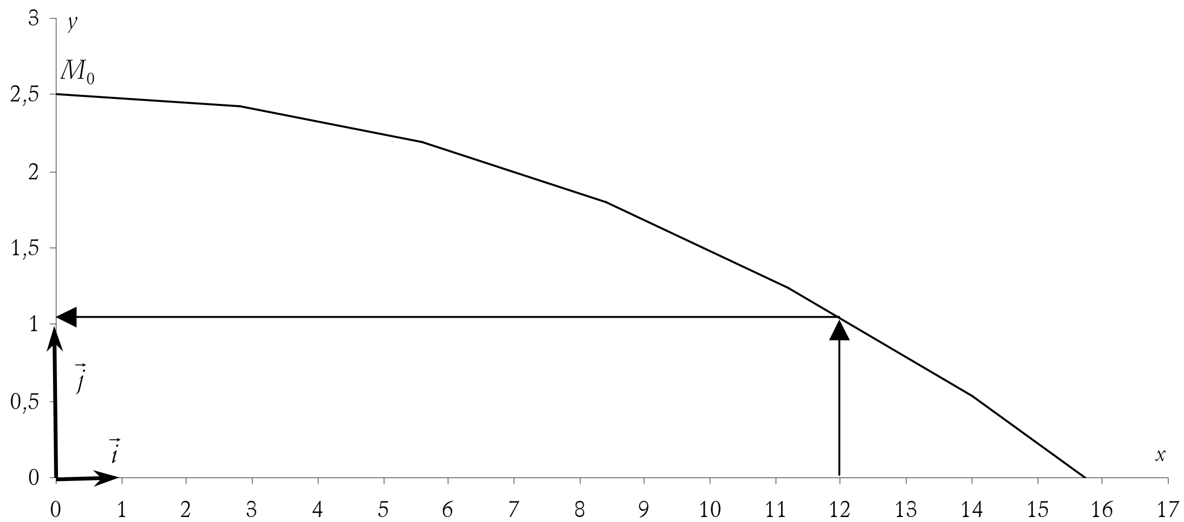
e. Un petit peu après 4 dixièmes de seconde on aura une abscisse de 12, metttons environ 4,3 dixièmes de seconde.

2. Etude de la suite des nombres y_n (ordonnée de la position de la balle à l'instant n).

a. Lorsqu'on fait les quotients, par exemple $\frac{y_1}{y_0} = \frac{2,4216}{2,5} \approx 0,97$ et $\frac{y_2}{y_1} = \frac{2,1864}{2,4216} \approx 0,90$ on n'a pas le même résultat… de même pour les différences. Donc la suite y_n n'est ni arithmétique ni géométrique.

b. $y_n = -0,0784n^2 + 2,5$ se traduit par « = −0,0784*(A4^2)+2,5 ».

3. Etude de la trajectoire de la balle



L'ordonnée de la courbe correspondant à 12 mètres est à environ 1m, soit au dessu de 0,90 m de hauteur. Donc la balle passe au-dessus du filet, ouf…

4. Mise en jeu

a. 3 parmi 20, soit $\frac{3}{20}=0,15$, soit 15 %.

b. 65 % de 20 = 13 deuxièmes services réussis.

c. Appelons T le total de premiers services ; 0,267T donnent les services ratés, soit 20 ; il a donc lancé $T=\frac{20}{0,267}=74,9$, soit 75 premiers services joués.