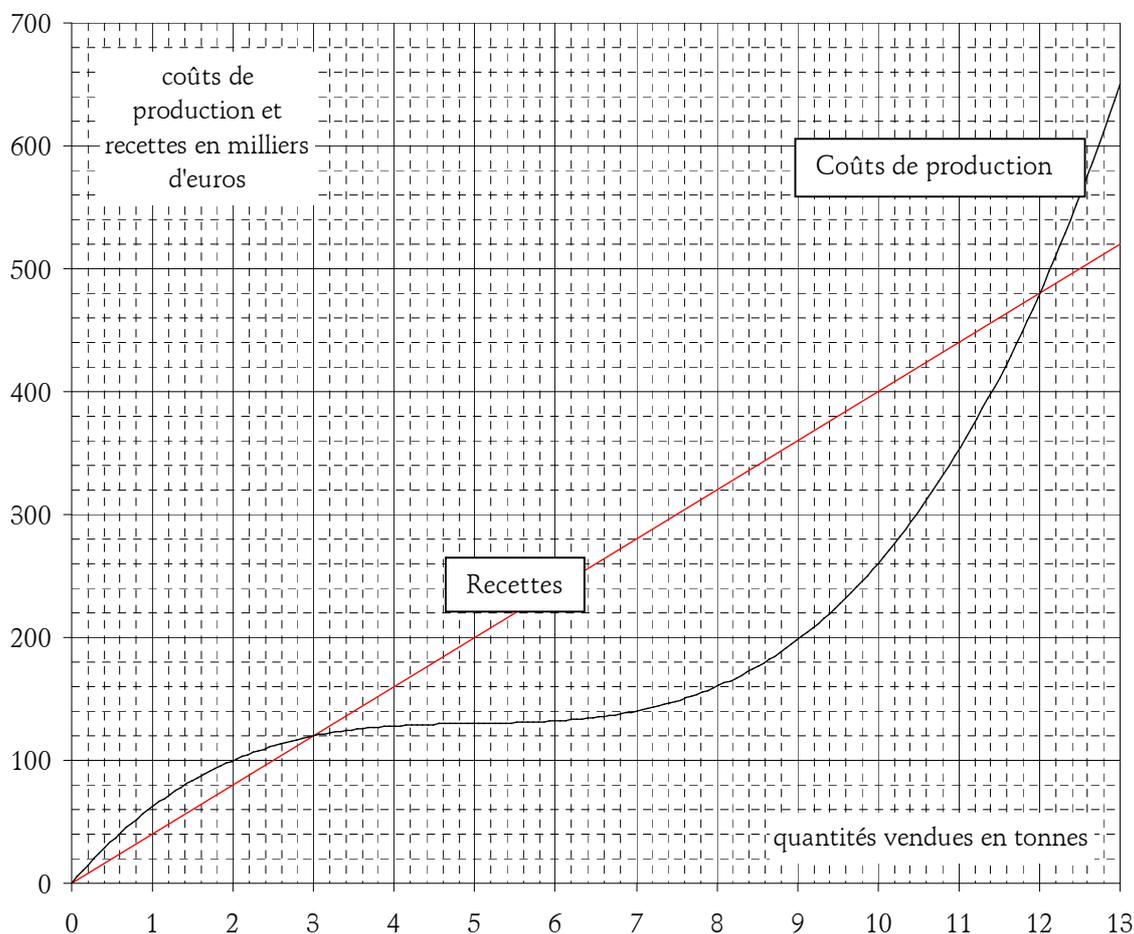


## Fonctions numériques, exercices

1. Amérique du Sud, novembre 2002, 9 points	1
2. Amérique du Nord, juin 2004, 8 points	2
3. Antilles, juin 2004, 8 points	3
4. Pondichéry, avril 2002, 8 points	4
5. Pondichéry, avril 2004, 11 points (c)	5
6. Antilles, septembre 2004, 8 points	11
7. Antilles, juin 2005, 12 points	12
8. La Réunion, juin 2005, 10 points	14

### 1. Amérique du Sud, novembre 2002, 9 points

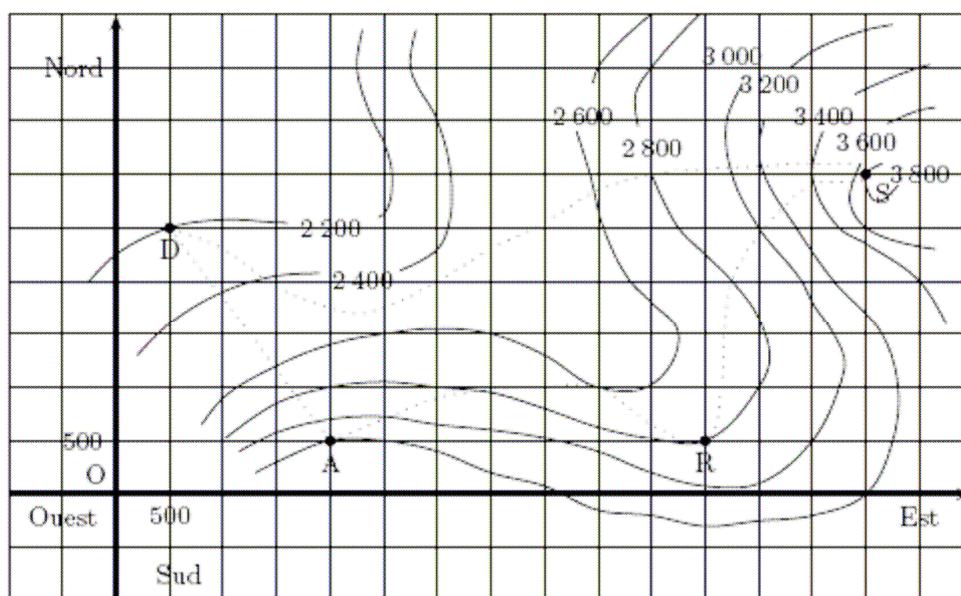


Le graphique donné ci-dessus représente les coûts de production et les recettes, en milliers d'euros, d'une entreprise, en fonction de la quantité de produit vendu, exprimée en tonnes. Les coûts de production sont représentés par la courbe et les recettes par la droite.

En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Les recettes et les coûts seront exprimés en milliers d'euros.

1. L'entreprise vend 2 tonnes de marchandises. Quels sont ses recettes et ses coûts de production ? L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ou une perte ? De combien ?
2. L'entreprise fait une recette de 200 milliers d'euros. Quelle quantité de marchandise a-t-elle vendue ? Quels sont ses coûts de production ? Est-ce rentable ?
3. L'entreprise a des coûts de production de 160 milliers d'euros. Quelle quantité de marchandise a-t-elle vendue ? Quelles sont ses recettes ? Est-ce rentable ?
4. a. L'entreprise vend 10 tonnes de marchandises. Quel est son bénéfice ?  
b. Quelles sont les quantités vendues qui permettent à l'entreprise de réaliser un bénéfice ?  
c. Quelle quantité, approchée à 0,5 près, doit être vendue pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximum ? Quel est alors ce bénéfice ?
5. En utilisant les résultats précédents, dresser le tableau de variation, sur l'intervalle  $[3 ; 12]$ , de la fonction exprimant le bénéfice en fonction de la quantité de produit vendu.

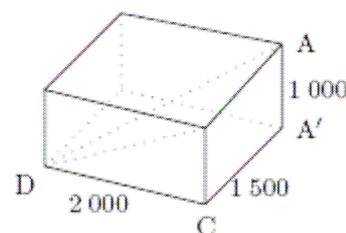
## 2. Amérique du Nord, juin 2004, 8 points



La carte présente le trajet aller-retour que projette d'effectuer un groupe d'alpinistes. Le but de la randonnée est de gravir le sommet S. Le premier jour, ils se donnent rendez-vous au point D, départ d'un téléphérique qui les conduit au point A. Ils décident ensuite de gagner à pied le refuge R où ils passeront la nuit. Ils prévoient pour le lendemain de faire l'ascension de R à S, puis le retour direct à pied de S à D.

On rapporte l'espace à un repère orthonormal d'origine O, dont l'axe Ouest-Est est celui des abscisses, l'axe Sud-Nord celui des ordonnées, l'axe des cotes (ou altitudes) n'étant pas représenté. Les carrés du quadrillage ont, sur le terrain, 500 mètres de côté. Des lignes de niveau, dont l'altitude est indiquée en mètres, permettent d'imaginer le relief. Par exemple, le point S a pour coordonnées (7 000 ; 3 000 ; 3 800).

1. a. Quelles sont les coordonnées des points D et A ?  
b. Calculer la différence d'altitude (appelée dénivelée) entre D et A.  
c. Le téléphérique met 10 minutes pour aller de D à A. Calculer sa dénivelée moyenne par heure (en mètres par heure).
2. On désire calculer la longueur du câble du téléphérique (supposé tendu). Pour cela, on pourra s'aider du parallélépipède rectangle représenté, le point A' étant situé à la verticale du point A, à la même altitude que D.



Utiliser deux fois de suite le théorème de Pythagore pour démontrer que la longueur DA est, au mètre près, égale à 2 693 mètres.

3. Les alpinistes quittent le téléphérique en A et se dirigent vers le refuge R. Donner les coordonnées du point B le plus bas du trajet de A à R.

4. Le lendemain, pour des raisons de sécurité, les alpinistes doivent quitter le refuge très tôt de façon à arriver au sommet S au plus tard à 10 heures. Ils prévoient d'accéder à S en s'élevant, en moyenne, d'une altitude de 200 mètres par heure. A quelle heure doivent-ils quitter le refuge R ?

5. Ayant atteint comme prévu le sommet à 10 heures, ils s'appêtent à redescendre en perdant en moyenne 300 mètres d'altitude par heure. A quelle heure seront-ils au point D ? (Donner la réponse en heures et minutes).

### 3. Antilles, juin 2004, 8 points

Un magasin vend deux types de téléphones mobiles : des modèles standard notés S et des modèles miniatures notés M.

Ce magasin propose deux types de forfait mensuel : un forfait d'une heure noté A et un forfait de deux heures noté B.

Le service commercial effectue une enquête sur un échantillon de 2000 clients ayant acheté dans ce magasin un téléphone et un seul et ayant opté pour un seul des forfaits proposés.

Sur les 2000 clients interrogés, 1200 ont acheté le modèle S et 960 ont choisi le forfait A.

Parmi les clients ayant acheté le modèle S, 32 % ont pris le forfait A.

#### Partie A - Étude de l'enquête

1. Le tableau de l'annexe 1, à rendre avec la copie, fait apparaître le nombre de clients interrogés selon le modèle de téléphone et le type de forfait choisis. Compléter le tableau.

2. a. Quel est le pourcentage de clients interrogés qui ont choisi le forfait A ?

b. Quel est le pourcentage de clients interrogés qui ont choisi le modèle M ?

c. Quel est le pourcentage de clients interrogés qui ont choisi le modèle M et le forfait A ?

d. Parmi les clients interrogés ayant choisi le modèle M, quel est le pourcentage de clients interrogés qui ont opté pour le forfait A ?

#### Partie B - Comparaison des deux forfaits

Le forfait mensuel A coûte 27 € et le forfait mensuel B coûte 45 €. L'opérateur facture 0,50 € chaque minute au-delà du forfait.

On s'intéresse à la consommation d'un client ayant souscrit un forfait A au cours du mois suivant l'achat du téléphone et on appelle  $t$  le nombre de minutes consommées au-delà du forfait.

1. Quel serait le montant de la facture payée par ce client s'il avait téléphoné 15 minutes au-delà du forfait A pendant ce mois ?

2. Exprimer en fonction de  $t$  le prix à payer par ce client ayant dépassé son forfait de  $t$  minutes.

3. Soit  $p$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 50]$  par  $p(t) = 27 + 0,5t$ . Représenter la fonction  $p$  dans le repère fourni en annexe.

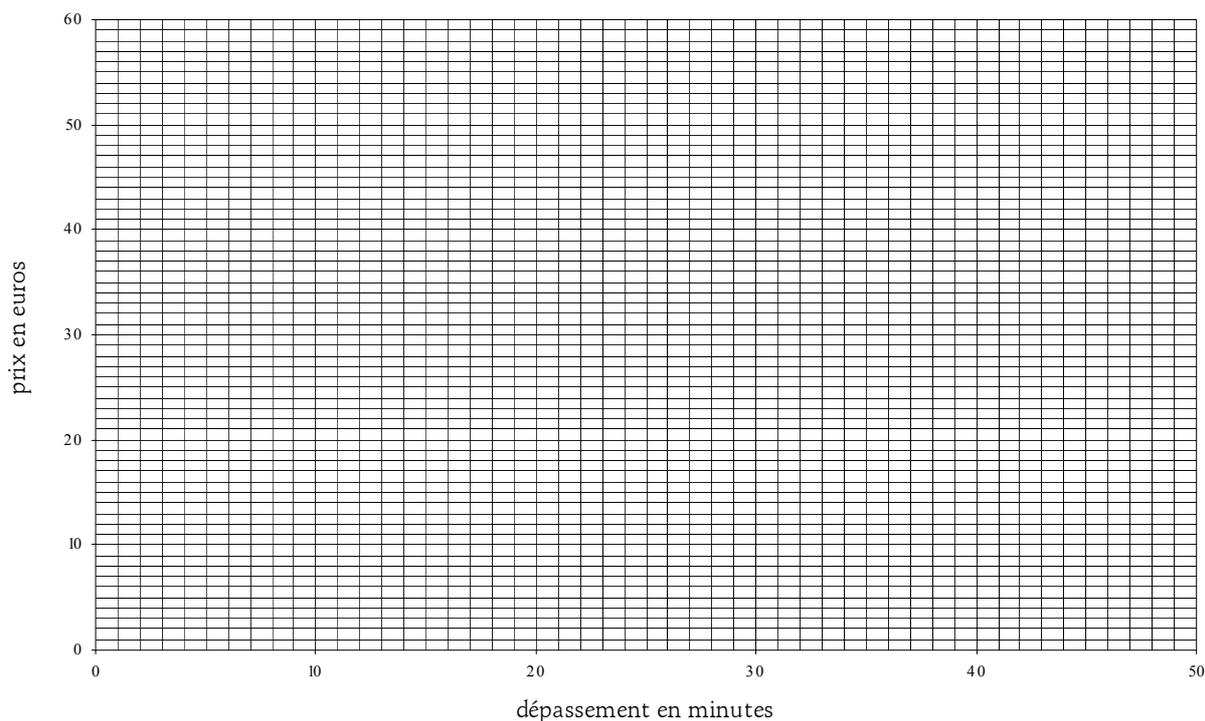
4. Déterminer graphiquement à partir de combien de minutes de consommation au-delà du forfait A ce client aurait intérêt à souscrire un forfait B.

#### Annexe 1 à rendre avec la copie

Tableau

Modèle S	Modèle M	Total
Forfait	A	960
Forfait	B	
Total	1200	2000

Représentation graphique de la fonction  $p$



**4. Pondichéry, avril 2002, 8 points**

Questionnaire à choix multiples : Dans chaque exercice, plusieurs réponses sont proposées. Parmi ces réponses, une seule est juste : entourer, sur la feuille annexe, la bonne réponse. Pour chaque question, la bonne réponse rapporte 1 point, une réponse fausse coûte 0,5 points. L'absence de réponse est notée 0. La note minimale pour l'exercice entier est 0.

1. Le prix d'un article est passé en un mois de 28 euros à 29,54 euros. Le pourcentage d'augmentation de cet article est, à  $10^{-1}$  près :

5,2 %	5,5 %	1,54 %	1,055 %
-------	-------	--------	---------

2. Une production de 40 000 unités augmente de 4,5 % chaque année (par rapport à l'année précédente). On veut établir la production au cours des années suivantes à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E
1	Année	2000	2001	2002	
2	Production	40 000			

La formule de calcul qu'il faut écrire dans la cellule C2 est :

=B2+4,5%	=B2*1,045	=B2*0,045	=1,45*B2
----------	-----------	-----------	----------

3. On lance deux dés cubiques, un rouge et un bleu, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et on considère la somme des deux résultats obtenue. Le nombre de façons d'obtenir une somme égale à 8 est :

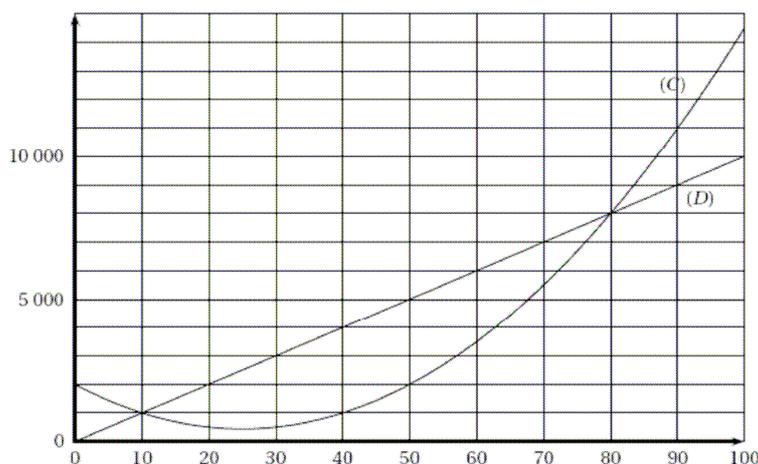
2	4	5	6
---	---	---	---

4. Entre le 1er novembre 1999 et le 1er novembre 2000 le nombre de chômeurs en France est passé de 2 628 600 à 2 175 500. Si l'on utilise une interpolation linéaire, le nombre de chômeurs que l'on peut estimer au 1er août 2000 est :

2 572 300	2 277 885	2 402 050	2 288 775
-----------	-----------	-----------	-----------

5. Une entreprise fabrique sur commande des moteurs électriques.

La courbe (C) ci-dessous représente le coût de fabrication, en euros, des moteurs en fonction du nombre  $x$  de moteurs fabriqués. la droite (D) représente la recette, en euros, issue de la vente de ces moteurs. Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût.



a. Le bénéfice est strictement positif lorsque :

$x = 10$	$x \in [0 ; 10] \cup ]80 ; 100]$	$10 < x < 80$	$x = 90$
----------	----------------------------------	---------------	----------

b. Le bénéfice est maximal lorsque

$x = 100$	$x = 80$	$x = 45$	$x = 25$
-----------	----------	----------	----------

### 5. Pondichéry, avril 2004, 11 points (c)

La distance d'arrêt d'une voiture est égale à la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur augmentée de la distance de freinage.

Dans cette étude, on suppose que pour une voiture donnée et son conducteur :

- la distance parcourue pendant le temps de réaction est fonction de la vitesse et dépend de deux états possibles du conducteur : conducteur en forme ou conducteur fatigué ;
- la distance de freinage de la voiture est fonction de la vitesse et dépend de deux états possibles de la route : route sèche ou route mouillée.

Les résultats demandés seront obtenus par lecture graphique, avec la précision permise par les graphiques donnés.

Partie A : étude de la distance parcourue pendant le temps de réaction en fonction de la vitesse (Annexe 2)

1. La distance parcourue pendant le temps de réaction est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier la réponse.

2. Le conducteur en forme roule à 50 km/h.

a. Quelle distance parcourt-il pendant son temps de réaction ?

- b. Par combien, environ, est multipliée cette distance lorsque ce conducteur roule à 100 km/h ?  
 3. Le conducteur fatigué parcourt 50 mètres pendant son temps de réaction. À quelle vitesse roule-t-il ?

Partie B : étude de la distance de freinage en fonction de la vitesse (Annexe 3)

1. La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier la réponse.  
 2. Le conducteur roule à 50 km/h sur une route sèche.  
 a. Quelle est sa distance de freinage ?  
 b. Par combien, environ, est multipliée cette distance lorsque le conducteur roule à 100 km/h ?  
 3. Le conducteur roule à 130 km/h. Par combien, environ, est multipliée la distance de freinage entre un arrêt sur route sèche et un arrêt sur route mouillée ?

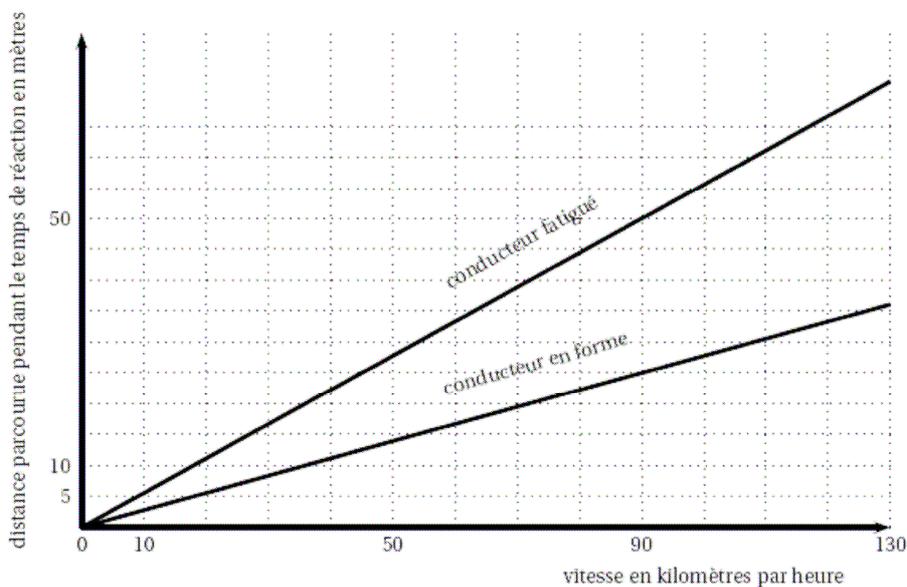
Partie C : étude de la distance d'arrêt en fonction de la vitesse (Annexe 4)

*On rappelle que : la distance d'arrêt d'une voiture est égale à la distance parcourue pendant le temps de réaction du conducteur augmentée de la distance de freinage.*

1. Le conducteur en forme roule à 50 km/h sur une route sèche.  
 a. En utilisant les résultats obtenus dans les parties A et B, donner sa distance d'arrêt.  
 b. Comment utiliser le graphique donné en annexe 4, pour retrouver cette distance d'arrêt ?  
 2. Le conducteur souhaite pouvoir s'arrêter, quel que soit son état et celui de la route, en moins de 100 mètres. À quelle vitesse maximum doit-il rouler ?

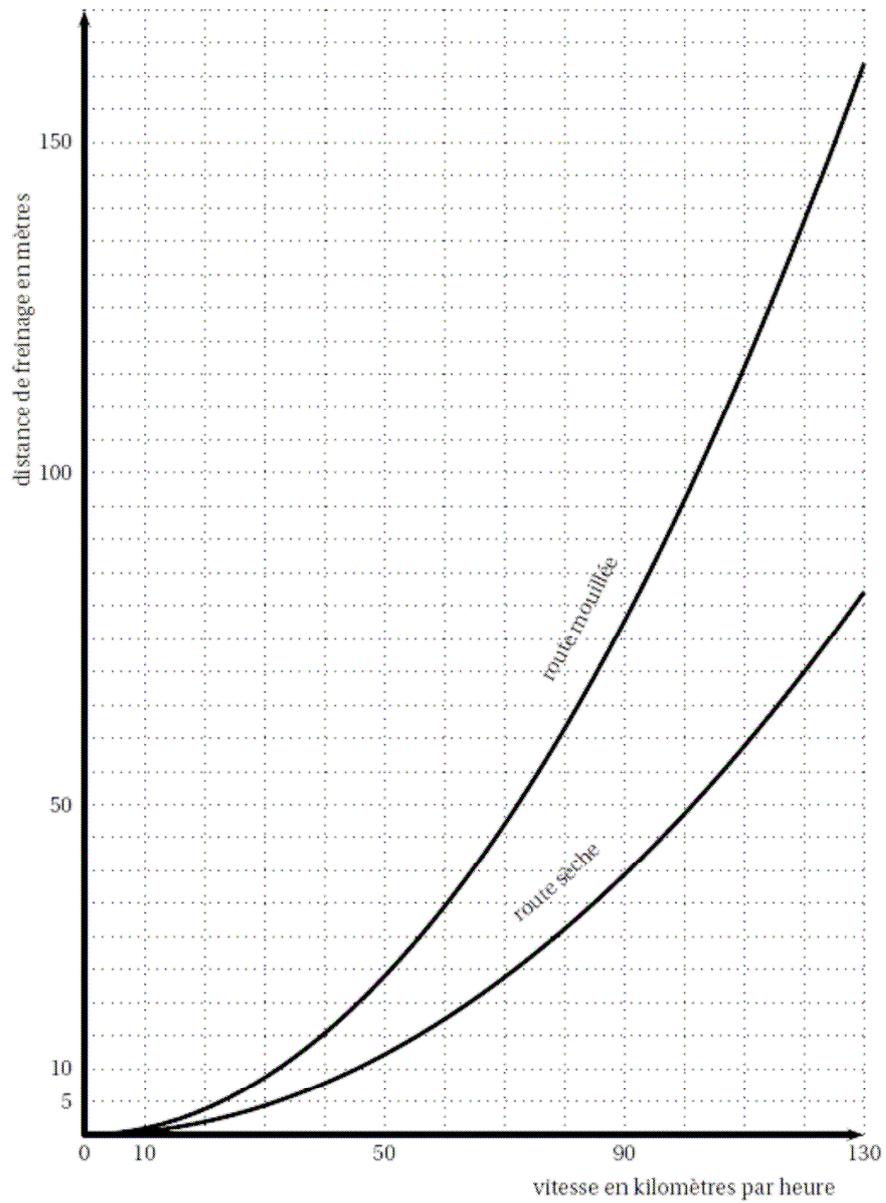
ANNEXE 2

Étude de la distance parcourue pendant le temps de réaction en fonction de la vitesse selon l'état du conducteur



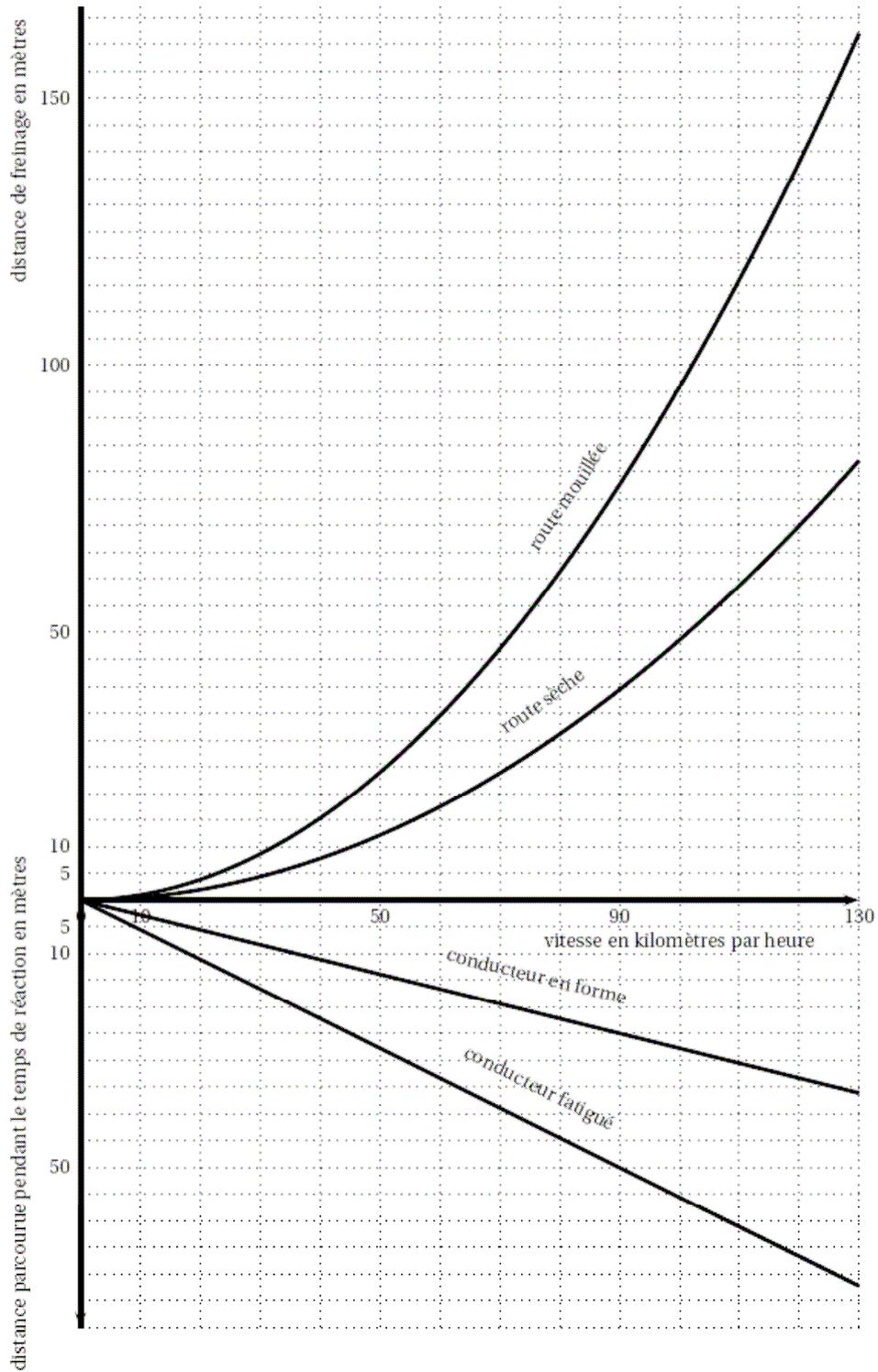
ANNEXE 3 (exercice 2)

Étude de la distance de freinage en fonction de la vitesse selon l'état de la route



ANNEXE 4 (exercice 2)

Étude de la distance d'arrêt en fonction de la vitesse

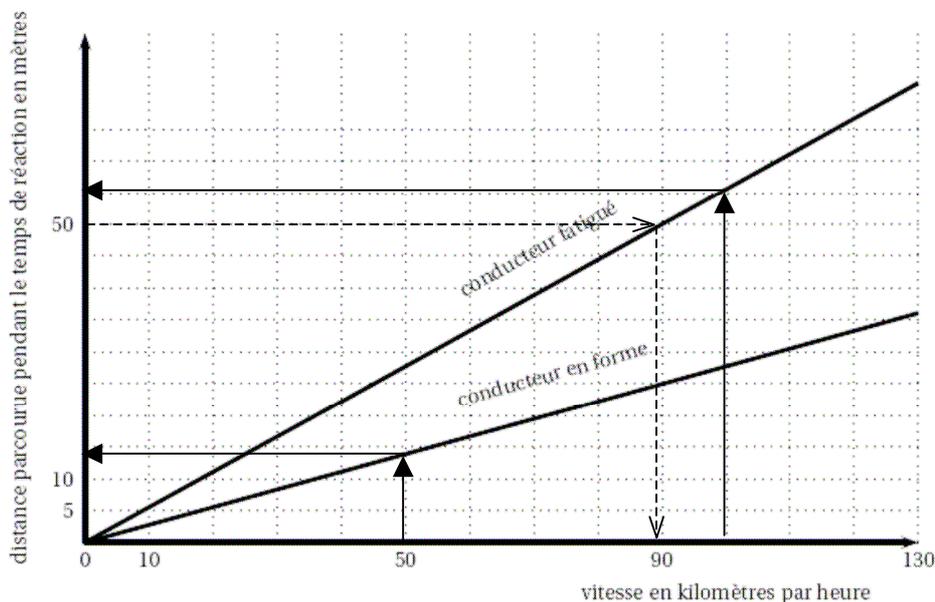


## Correction

Partie A : étude de la distance parcourue pendant le temps de réaction en fonction de la vitesse (Annexe 2)

1. Le graphique 1 donne pour les deux cas des droites : les distances parcourues et les vitesses sont proportionnelles (c'est la relation  $d = vt$ ).

2. a. Avec  $v = 50$  on lit environ 15 m sur le graphique.



b. A 100 km/h la distance est de 60 m, donc multipliée environ par 4.

3. Le conducteur fatigué parcourt 50 mètres, il roulait à 90 km/h (flèches pointillées).

Partie B : étude de la distance de freinage en fonction de la vitesse (Annexe 3)

1. Si la distance de freinage était proportionnelle à la vitesse la représentation graphique serait une droite, ce qui est loin d'être le cas. On peut même imaginer une relation du type  $d = kv^2$  où  $k$  est une constante.

2. a. Distance de freinage à 50 km/h sur route sèche, environ 12 m.

b. A 100 km/h la distance passe à environ 48 m, soit multipliée par 4.

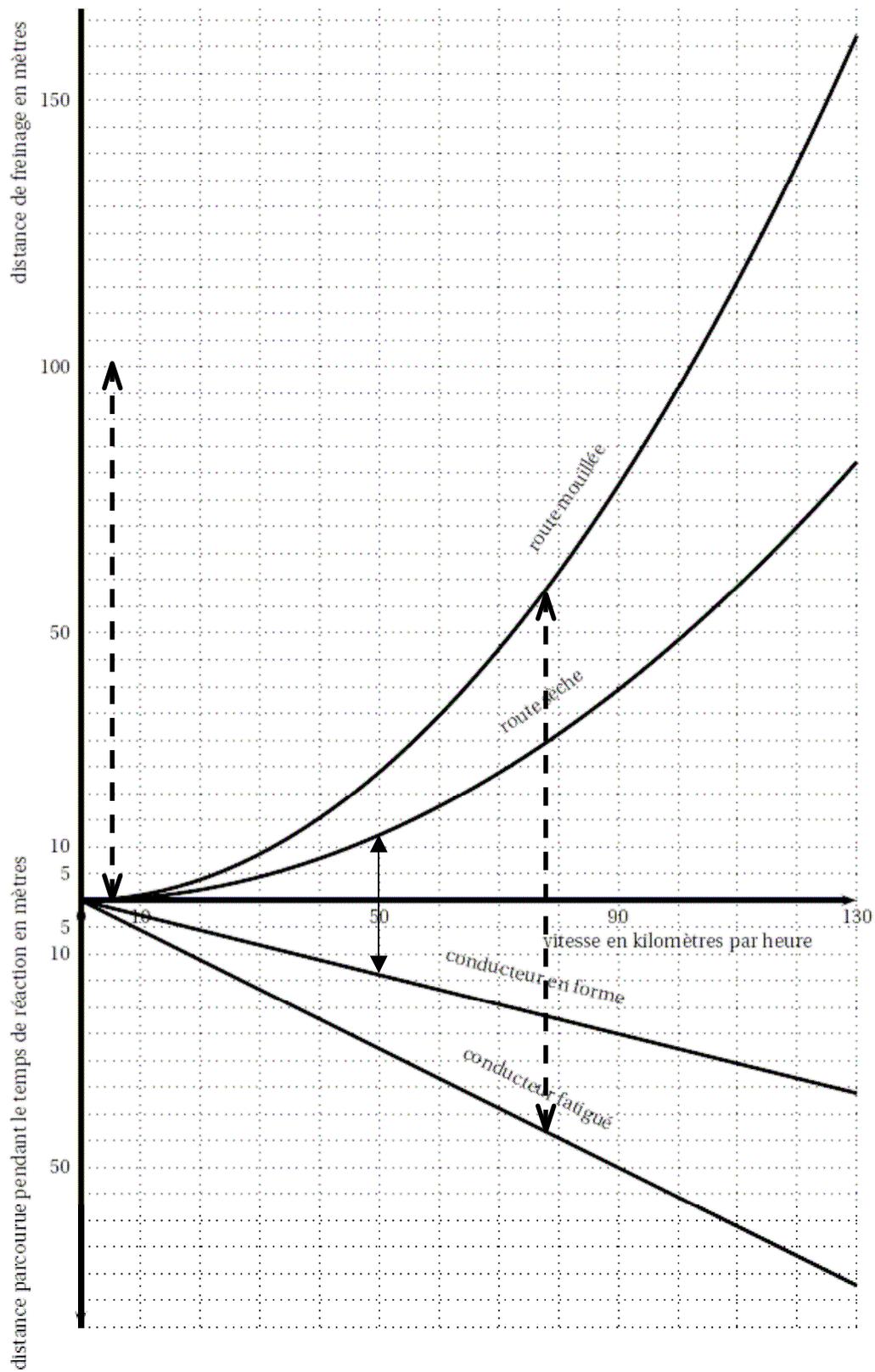
3. 125 m à 130 km/h sur route sèche, 175 m à 130 km/h sur route mouillée, quotient :  $\frac{175}{125} \approx 1,4$ , ce qui correspond à 40 % d'augmentation.

Partie C : étude de la distance d'arrêt en fonction de la vitesse (Annexe 4)

1. a. 50 km/h, route sèche : distance due au temps de réaction = 15 m, distance de freinage = 12 m, au total 27 m.

b. On mesure la longueur de la flèche double indiquée sur le graphique (vers le bas + vers le haut).

2. Il faut que la longueur de la flèche pointillée ne dépasse pas 100, ce qui correspond à environ 80 km/h.



**6. Antilles, septembre 2004, 8 points**

---

**Étude d'une loi du marché**

Dans cet exercice on désire étudier une loi de marché relative à une revue intitulée «MOTS » en fonction du prix de l'abonnement annuel.

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 200]$  par

$$f(p) = -50p + 12500.$$

On admet que cette fonction donne le nombre d'abonnés en fonction du prix  $p$  en euros, de l'abonnement annuel à cette revue « MOTS ».

**Partie A - Nombre d'abonnés**

1. Lorsque l'abonnement est fixé à 50 €, quel est le nombre d'abonnés ?
2. Quelle est l'image de 52 par  $f$  ? Que représente cette image ?
3. Justifier que toute augmentation de 2 € du prix de l'abonnement annuel fait diminuer de 100 le nombre d'abonnés à cette revue « MOTS ».
4. Le nombre d'abonnés à la revue « MOTS » est de 5 000, quel est alors le prix de l'abonnement annuel ?
5. En utilisant la fonction  $f$ , justifier que pour ce produit « plus un produit est cher, plus la demande diminue ».

**Partie B - Étude de la recette**

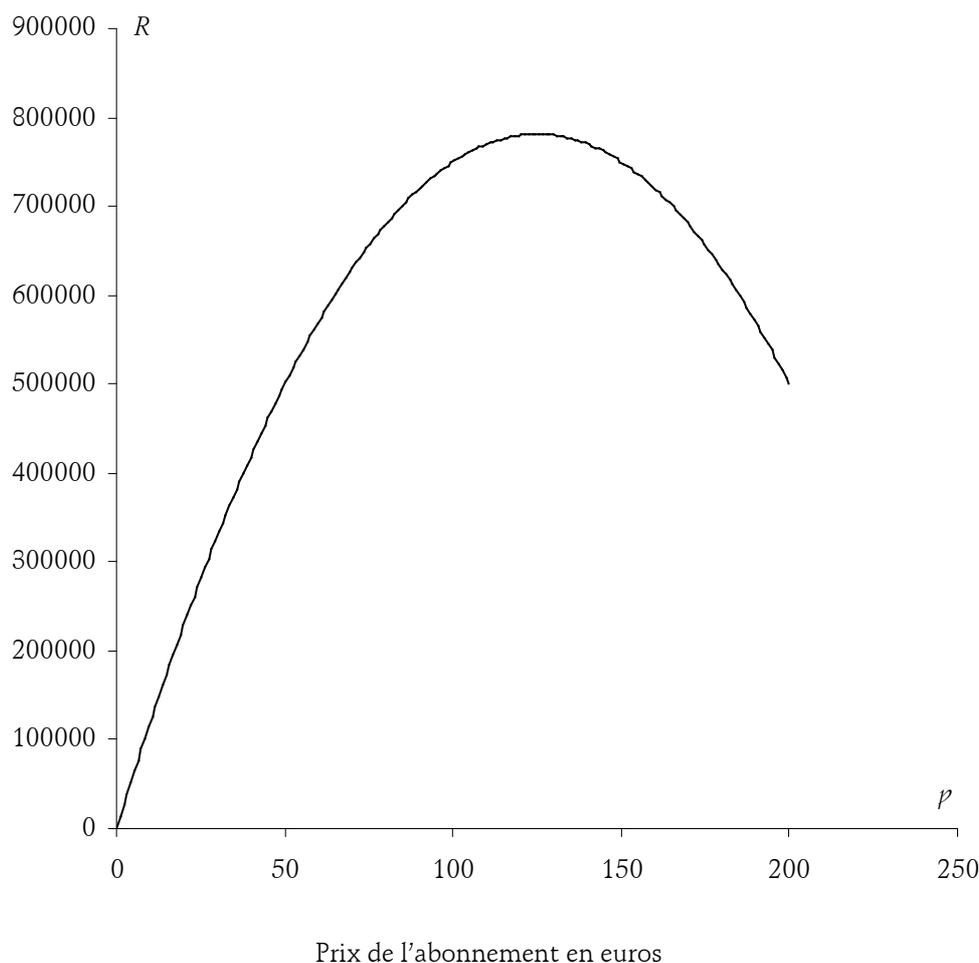
On appelle recette le montant total des abonnements annuels à la revue « MOTS » perçu par l'éditeur de la revue.

1. Le prix de l'abonnement est égal à 50 €. Calculer la recette correspondante.
2. Le prix de l'abonnement est fixé à 40 €. Calculer la recette correspondante.
3. Le nombre d'abonnés est égal à 5 000. Calculer la recette.
4. Le prix de l'abonnement est égal à  $p$  euros. Exprimer la recette en fonction de  $p$  et  $f(p)$ .
5. On définit la fonction  $R$  sur l'intervalle  $[0 ; 200]$  par

$$R(p) = -50p^2 + 12500p.$$

Vérifier que  $R(p)$  est égal à la recette correspondant à un prix de l'abonnement égal à  $p$  euros.

6. Le graphique de la fonction  $R$  est donné ci-dessous. En utilisant ce graphique et en laissant apparaître tous les tracés nécessaires, répondre aux questions suivantes :
  - a. Quel est le prix de l'abonnement annuel à cette revue « MOTS » qui rend la recette maximale ? Quel est alors le montant de la recette ?
  - b. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation  $R(p) \geq 500\,000$ .
7. Calculer le nombre d'abonnés qui correspond à la recette maximale.



**7. Antilles, juin 2005, 12 points**

Un artisan vend des pots de miel et des pots de confiture artisanale à des supermarchés et à des magasins spécialisés en produits du terroir.

**Partie A**

Au cours du mois de janvier l'artisan a vendu 900 pots. On sait que :

\*  $\frac{2}{3}$  sont des pots de miel dont 55% sont vendus à des magasins spécialisés.

\* 20 % des pots de confiture sont vendus aux supermarchés.

Compléter le tableau 2, à rendre avec la copie.

**Partie B**

1. *Fabrication et conditionnement de la confiture.*

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 160]$  par  $f(x) = 0,25x^2 + 500$ .

La fabrication complète de la confiture et son conditionnement en cartons représentent un coût pour l'artisan. Pour  $x$  cartons, prêts à la vente, ce coût (en euros) est donné par  $f(x)$ .

a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 du tableau 3 (obtenu à l'aide d'un tableur) pour obtenir par recopie automatique vers le bas les nombres  $f(x)$  ? Compléter la colonne B.

b. La représentation graphique, notée  $F$ , de la fonction  $f$  est l'une des deux courbes du graphique de l'annexe 2. Identifier la courbe  $F$  sur le graphique.

2. Vente de la confiture.

Un carton de confiture est vendu 30 euros. On considère la fonction  $g$  qui, au nombre entier  $x$  de cartons vendus, associe le prix de vente  $g(x)$ , en euro, de ces  $x$  cartons (pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 160]$ ).

- Exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$ .
- Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la courbe représentative  $G$  de la fonction  $g$ .
- Par lecture graphique indiquer pour quelles valeurs de  $x$  on a  $g(x) \geq f(x)$ .

3. Étude du bénéfice.

On considère la fonction bénéfice  $b$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 160]$  par  $b(x) = 30x - f(x)$ .

- Quelle formule peut on saisir dans la cellule C2 du tableau 3 pour obtenir par recopie automatique vers le bas les nombres  $b(x)$  ? Compléter alors la colonne C.
- Sur le graphique de l'annexe 2, identifier la courbe représentative de la fonction  $b$  et noter cette courbe  $B$ . En s'aidant du graphique et du tableau 3, donner le tableau de variation de la fonction  $b$ .
- Déduire de la question précédente le nombre de cartons à vendre pour que le bénéfice réalisé soit maximum. Quel est ce bénéfice maximum ?

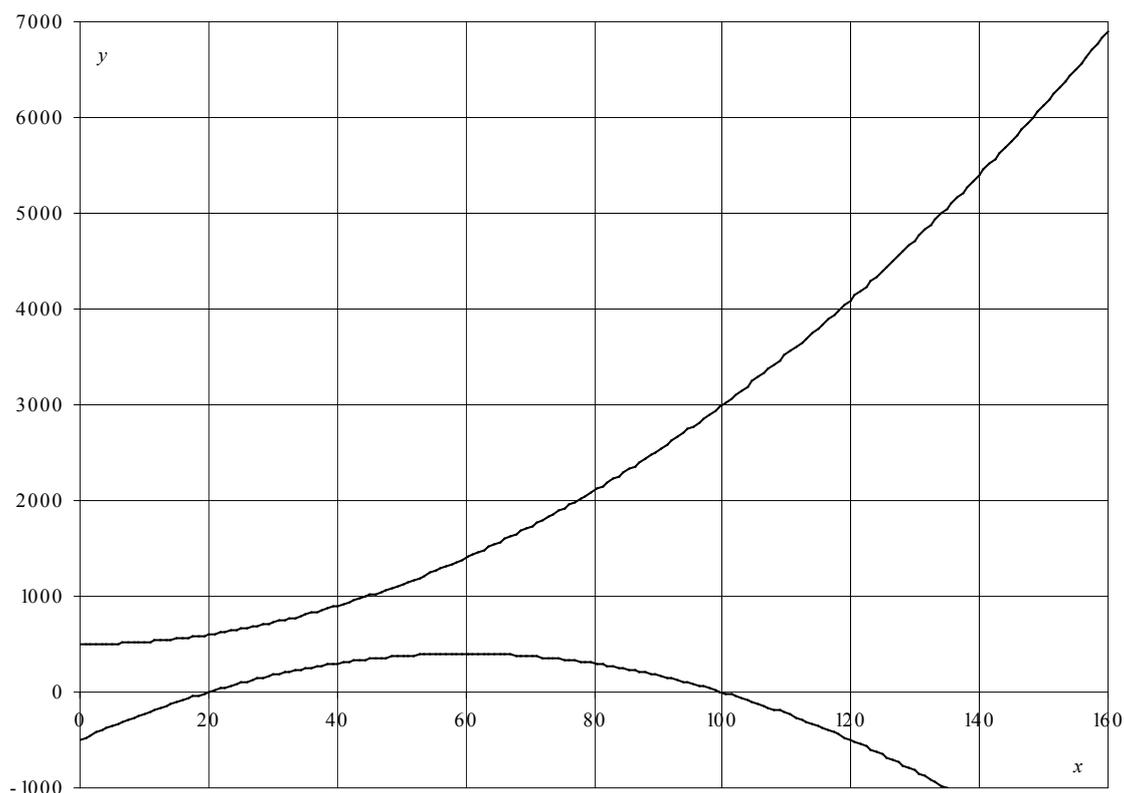
**Tableau 2**

	Pots de Miel	Pots de confiture artisanale	Total
Magasins spécialisés			
Total	600		900

**Tableau 3**

	A	B	C
1	$x$	$f(x)$	$b(x)$
2	0		
3	20		
4	40		
5	60		
6	80		
7	100		
8	120		
9	140		
10	160	6900	-2100

**Graphique**



### 8. La Réunion, juin 2005, 10 points

#### Une course de montagne

Les trois parties sont indépendantes. L'annexe est à rendre avec la copie.

##### Partie A : Étude topographique

Le tracé du parcours d'une course pédestre de montagne est donné en annexe.

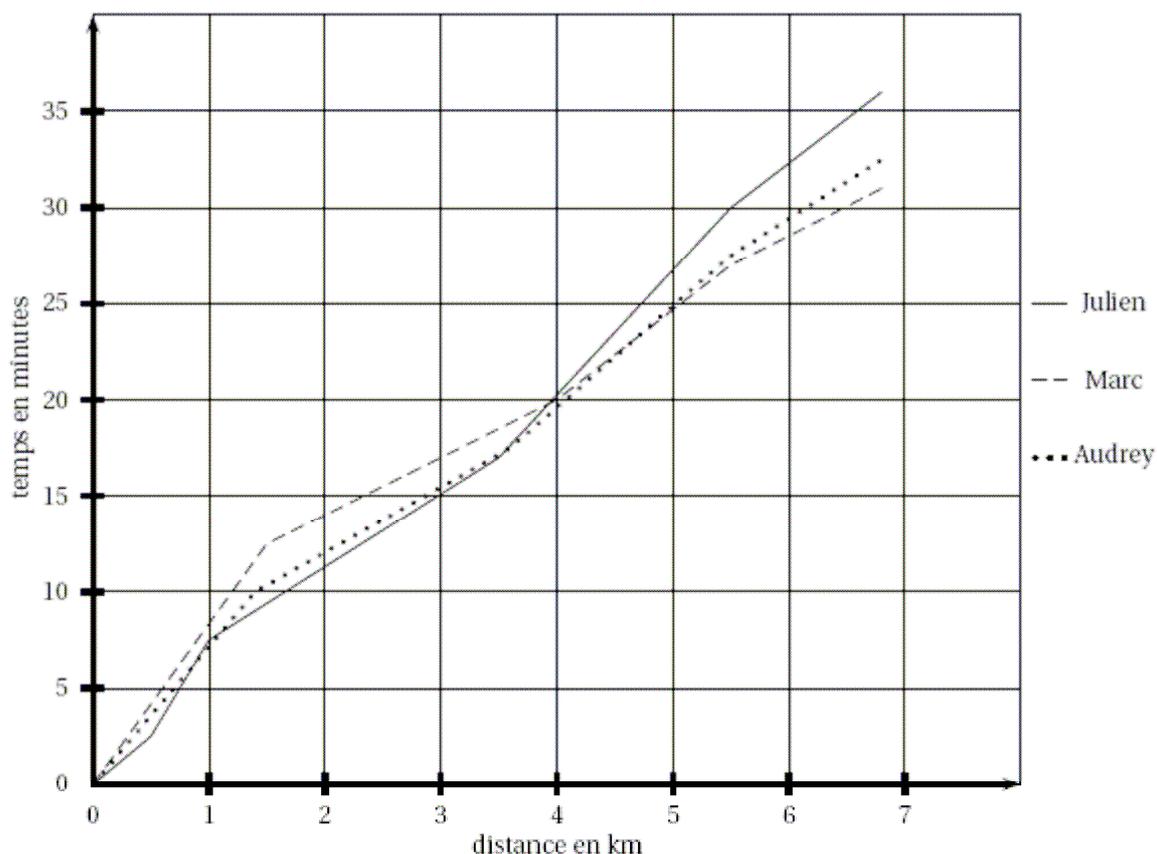
Les concurrents franchissent une première colline en passant par son sommet  $S_1$ . L'arrivée a lieu au sommet de la deuxième colline  $S_2$ . Le point P désigne l'emplacement d'un poste de secours.

1. Quelle est l'altitude du point de départ ? Du poste de secours ?
2. Un coureur se tord la cheville, il donne sa position à l'aide d'un téléphone portable de la façon suivante :  
« Je suis dans la descente de la première colline et mon altimètre indique une altitude de 1274 m ».

Indiquez en couleur sur la carte la zone minimale de recherche de ce coureur par les secouristes.

3. La carte est à l'échelle 1/50 000. Calculez la longueur approximative du parcours entre le point de départ et le sommet  $S_1$  (vous négligerez la différence d'altitude entre le point de départ et le sommet  $S_1$ ).

##### Partie B : Profil de course



Le graphique ci-dessus donne le profil de course de trois coureurs, Julien, Marc et Audrey.

1. Parmi ces trois coureurs, lequel arrive le premier ?
2. Que se passe-t-il à la vingtièmeminute de course?
3. Au pointage du 5,5 km, quelle est l'avance en temps de Marc sur Julien ?
4. A la quinzième minute de course, quelle distance sépare Julien et Marc ?

#### Partie C : Évolution du nombre de participants

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne le nombre de participants en fonction de l'année et l'évolution de ce nombre par rapport à l'année 2000.

La colonne C est au format pourcentage. Les pourcentages sont arrondis à 1 %.

	A	B	C
1	Année	Nombre de candidats	Pourcentage d'évolution du nombre de participants par rapport à 2000
2	2000	142	0 %
3	2001	162	14 %
4	2002	182	28 %
5	2003	202	
6	2004	222	

1. De quel type de croissance du nombre de participants s'agit-il sur la période 2000–2004 ? Justifiez votre réponse.

2. a. Quel est le pourcentage d'évolution du nombre de participants de 2000 à 2003. Vous arrondirez à 1 %.
- b. Quelle formule à copier vers le bas, utilisant uniquement des références de cellules a-t-on écrite dans la cellule C3 ?
- L'organisateur de la course juge que l'augmentation du nombre de participants est insuffisante. C'est pourquoi il lance une campagne publicitaire et espère une croissance annuelle de la participation de 15% par an. Les effets de cette campagne devraient être ressentis dès 2005.
3. a. Calculez le nombre espéré de participants en 2005.
- b. De quel type de croissance espérée s'agit-il à partir de 2005 ? Justifiez votre réponse.
- c. Calculez le nombre espéré de participants en 2010.

### Annexe : à rendre avec la copie

Carte topographique du lieu où se déroule la course pédestre. Le parcours est tracé en gras.

