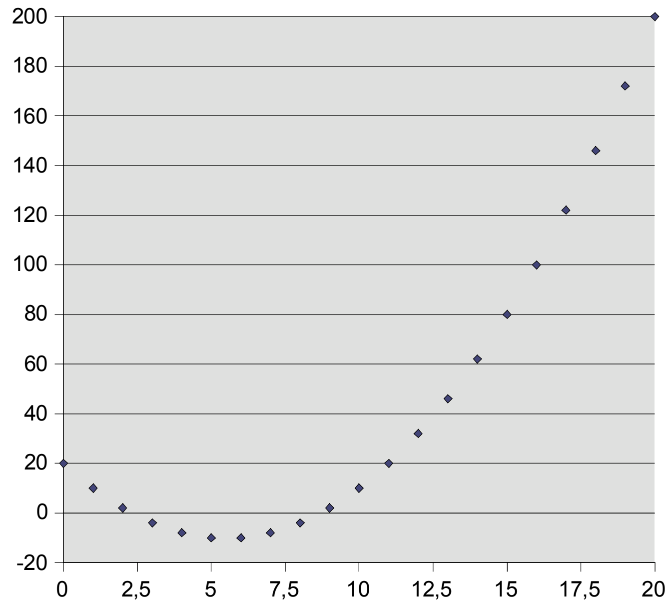
ETUDE DE LA SUITE RECURRENTE $\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 10 \end{cases}$

n	u_n	$n^2 - 11n + 20$
0	20	20
1	10	10
2	2	2
3	-4	-4
4	-8	-8
5	-10	-10
6	-10	-10
7	-8	-8
8	-4	-4
9	2	2
10	10	10
11	20	20
12	32	32
13	46	46
14	62	62
15	80	80
16	100	100
17	122	122
18	146	146
19	172	172
20	200	200



Observations et conjecture

1 - L'allure parabolique de la courbe obtenue conduit à la conjecture d'une expression du second degré pour u_n

2 - Suivant cette conjecture, le calcul des coefficients à partir des valeurs de u_0, u_1, u_2 donne : $u_n = n^2 - 11n + 20$

3 - Le calcul de $n^2 - 11n + 20$ donne des valeurs identiques à celles trouvées pour u_n , et confirme la conjecture.

Démonstration

4 – D'une part, pour n = 0, $n^2 - 11n + 20 = 20$, et d'autre part, pour tout n, $(n+1)^2 - 11(n+1) + 20 = (n^2 - 11n + 20) + 2n - 10$
L'expression $n^2 - 11n + 20$ vérifie donc toutes les conditions imposées à la suite u_n : pour tout n, $u_n = n^2 - 11n + 20$

ETUDE DE LA SUITE RECURRENTE $\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = u_n + 4n + 5 \end{cases}$

n	u_n	$c_n = u_n - u_0$	$d_n = c_n / n$	$2n^2 + 3n + 20$
0	20	0	#VALEUR !	20
1	25	5	5	25
2	34	14	7	34
3	47	27	9	47
4	64	44	11	64
5	85	65	13	85
6	110	90	15	110
7	139	119	17	139
8	172	152	19	172
9	209	189	21	209
10	250	230	23	250
11	295	275	25	295
12	344	324	27	344
13	397	377	29	397
14	454	434	31	454
15	515	495	33	515
16	580	560	35	580
17	649	629	37	649
18	722	702	39	722
19	799	779	41	799
20	880	860	43	880

Observations et conjecture

1 - Les valeurs de d_n conduisent à la conjecture d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $d_1 = 5$

2 – Suivant cette conjecture, l'expression de d_n est : $d_n = 5 + 2(n - 1) = 2n + 3$

3 – Suivant cette conjecture, on aura donc : $d_n = (u_n - u_0) / n = (u_n - 20) / n = 2n + 3$ d'où $u_n = 2n^2 + 3n + 20$

4 - Le calcul de $2n^2 + 3n + 20$ donne des valeurs identiques à celles trouvées pour u_n , et confirme la conjecture.

Démonstration

5 – D'une part, pour n = 0, $2n^2 + 3n + 20 = 20$, et d'autre part, pour tout n, $2(n+1)^2 + 3(n+1) + 20 = (2n^2 + 3n + 20) + 4n + 5$
L'expression $2n^2 + 3n + 20$ vérifie donc toutes les conditions imposées à la suite u_n : pour tout n, $u_n = 2n^2 + 3n + 20$