



L'objectif de ce travail est de découvrir expérimentalement une propriété des tangentes à la courbe exponentielle, puis de chercher à démontrer cette propriété par le calcul.

LA QUESTION POSÉE :

Qu'est ce que le point où la tangente à la courbe $y = \exp(x)$ coupe l'axe des abscisses a de spécial ?

DEMARCHE EXPERIMENTALE

Pour répondre expérimentalement à cette question, vous allez utiliser le logiciel *Geogebra*.

1. Réalisation de la figure

Lancez l'application *Geogebra*.

- a. Faites apparaître la courbe $y = \exp(x)$:
tapez " $\exp(x)$ " dans le champ de saisie, et validez.
Le logiciel nomme automatiquement " f " la fonction (et la courbe).
- b. Créez un point A sur cette courbe :
soit en cliquant sur le bouton "*nouveau point*", puis sur la courbe ;
soit en tapant " $A=point[f]$ " dans le champ de saisie et en validant.
Pour vérifier que le point A est crée correctement, cliquez sur le bouton "*déplacer*", puis sur le point A :
les flèches gauche et droite du clavier doivent déplacer le point A sur la courbe.
- c. Créez la tangente en A à la courbe :
soit en cliquant sur le bouton "*Tangentes*", puis sur le point A et enfin sur la courbe ;
soit en tapant " $a = Tangente[A, f]$ " dans le champ de saisie et en validant.
- d. Créez le point d'intersection B de la tangente avec l'axe des x :
soit en cliquant sur le bouton "*Intersection de deux objets*" puis sur chacun des deux objets ;
soit en tapant " $B = Intersection[axeX, a]$ " dans le champ de saisie et en validant.

2. Experimentation

Faites varier le point A sur la courbe : cliquez sur le bouton "*déplacer*", sélectionnez A, puis faites le glisser avec la souris, ou utilisez les flèches gauche et droite.
Observez simultanément les abscisses de A et de B.

3. Conjecture

Quelle propriété remarquable reste vraie pour toutes les positions du point A ?
Imaginez une méthode pour confirmer expérimentalement cette conjecture.

RECHERCHE D'UNE DEMONSTRATION

1. Soit a un réel, et A le point d'abscisse a de la courbe $y = \exp(x)$.
Etablir l'équation de la tangente T en A à la courbe.
2. Pouvez vous utiliser cette équation pour prouver votre conjecture ?
3. Conclure en énonçant la propriété que vous avez démontré.