

Expérimentation d'une épreuve pratique de mathématiques au baccalauréat S : comment évaluer ?

Au cours de l'expérimentation de cette épreuve en 2007, une fiche d'évaluation « générique » a été utilisée pour tous les sujets. Cette fiche a été publiée dans le rapport de l'Inspection Générale sur cette expérimentation.

Pour l'année 2008, et à la lumière du travail précédent, il a semblé utile de décliner, pour chaque sujet, cette fiche générique. En 2008, ce seront donc des fiches d'évaluation spécifiques qui seront employées (toutes construites sur le modèle de la fiche générique).

Afin de permettre aux professeurs de se familiariser avec ces outils, et plus généralement avec les modalités d'évaluation de cette nouvelle épreuve, le groupe national de pilotage a écrit, pour trois des sujets de 2007, des fiches qui donnent l'esprit de celles qui seront utilisées cette année.

On trouvera donc dans les pages suivantes pour chacun des trois sujets retenus (numéros 1, 4 et 12 des sujets 2007) :

- Une fiche d'évaluation spécifique à chacun des trois sujets ;
- La fiche-élève ;
- La fiche de commentaires qui a été dressée à partir des retours des professeurs à l'issue de l'expérimentation 2007.

L'attention des professeurs examinateurs est attirée sur l'importance d'être suffisamment précis lors du renseignement de la colonne « **Éléments permettant de situer l'élève** ». En effet, les informations portées dans cette colonne vont permettre aux professeurs examinateurs de noter la prestation du candidat mais aussi d'effectuer l'indispensable travail d'harmonisation au niveau de l'établissement et au niveau académique. Il est donc essentiel que ces éléments soient suffisamment explicites pour pouvoir expliquer la note proposée à des professeurs qui n'auront pas assisté au déroulement de l'épreuve.

Les divers documents relatifs à l'expérimentation 2007 sont disponibles sur le site de l'Inspection Générale :

http://igmaths.net/EP_ie.htm

Numéro du sujet 2007-001 Titre : Expression du terme de rang n d'une suite récurrente**Nom Prénom :****NOTE :**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.

La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.

La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences Évaluées	Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)
<p><i>L'élève est capable d'obtenir, sur tableur ou sur calculatrice, les termes de la suite et la représentation graphique attendue.</i></p> <p><i>L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i></p>	
<p><i>L'élève est capable d'expérimenter, de faire des essais, d'émettre une conjecture sur la « forme du nuage ». Il utilise de façon pertinente la calculatrice ou le tableur pour étayer la conjecture faite.</i></p> <p><i>L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i></p>	
<p><i>Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable de conjecturer une formule donnant l'expression de u_n en fonction de n (au moins de reconnaître qu'il s'agit d'un trinôme).</i></p> <p><i>Il fait preuve d'esprit critique et met en place des éléments de contrôle, avec un retour éventuel sur sa conjecture.</i></p> <p><i>L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i></p>	
<p><i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet, en particulier le raisonnement par récurrence.</i></p>	
<p><i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</i></p>	

Autres observations :

Expression du terme de rang n d'une suite récurrente

Énoncé

On considère la suite récurrente (u_n) de premier terme $u_0 = 0$ et telle que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 2n - 11$.

1. En utilisant un tableur ou une calculatrice calculer et représenter graphiquement les 20 premiers termes de cette suite. Le nuage de points obtenus a-t-il une particularité ? Si oui laquelle ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la particularité trouvée.

2. n étant donné, on peut calculer la valeur de u_n si on connaît la valeur de u_{n-1} . On voudrait à présent pouvoir calculer, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel non nul n , la valeur de u_n sans pour autant connaître la valeur de u_{n-1} . Pour cela il faudrait disposer d'une formule donnant u_n en fonction de n .

- (a) À l'aide des observations faites dans la première question, conjecturer une formule donnant, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel n , u_n en fonction de n .

Appeler l'examineur pour une vérification de la formule trouvée.

- (b) Démontrer cette formule.

Production demandée

- Le nuage de points attendu dans la question 1 et la particularité trouvée à ce nuage.
 - La stratégie de démonstration retenue à la question 2 ainsi que les étapes de cette démonstration.
-

Commentaire sur le sujet N° 1

Expression du terme de rang n d'une suite récurrente

nombre de candidats	moyenne	écart type	min.	Q ₁	Q ₂	Q ₃	max.
217	13,99	3,55	4	12	14	17	20

Du côté des Mathématiques.

Le sujet se prête à un travail d'expérimentation et de conjecture.

Il peut être réalisé sur tableur ou sur calculatrice dont on utilise des fonctions de base (dans quelques cas on constate l'utilisation d'un logiciel de géométrie).

La plupart des élèves maîtrisaient bien l'outil informatique ; certains élèves ont travaillé sur tableur et fait des vérifications sur calculatrice.

Les difficultés rencontrées relèvent :

- d'erreurs dans la constitution du tableau ;
- de lacunes portant sur la parabole et le trinôme du second degré.

L'obtention du nuage de points se révèle relativement aisée pour tous les élèves. En revanche, trouver une expression de $u(n)$ en fonction de n a été très délicat pour la majorité. Les indications qui peuvent être apportées pour aider à débloquent la situation peuvent alors induire des démarches différentes : conseiller d'écrire un polynôme du second degré sous la forme $a x^2 + b x + c$ incite à aller vers la résolution d'un système 3×3 , terrain sur lequel peu d'habileté a été montrée ; parler de racines ou d'axe de symétrie met sur la voie de la forme factorisée ou de la forme canonique. Les élèves n'ont pas encore l'idée de faire des essais tels que choisir un triplet (a, b, c) et comparer le nuage obtenu avec celui que l'on cherche à modéliser et puis faire varier a etc.....

La plupart des élèves ont l'idée de faire une démonstration par récurrence, mais ils font difficilement le lien entre la courbe de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 12x$ et le terme de rang n de la suite (u_n) . D'où la difficulté de débiter la démonstration.

Du côté des questions.

Les questions sont jugées bien formulées par les professeurs.

La recherche de la particularité du nuage à la question 1 a donné des réponses variées, confinant parfois à l'absurde.

La question 2 (a) a été comprise, mais c'est la méconnaissance des équations de paraboles qui a posé problème à certains.

Du côté des appels à l'examineur.

Les appels examinateurs sont bien placés et en nombre suffisant.

Du côté de la production demandée.

Certains élèves manquent de temps pour la rédaction de la démonstration par récurrence car ils en ont passé beaucoup à la question 2 (a), mais ils semblent beaucoup moins soucieux de leur production écrite lors de cette épreuve pratique qu'ils le sont lors des devoirs surveillés habituels... C'est bien l'esprit de cette épreuve dans laquelle l'examineur doit chercher d'abord à savoir si l'élève a su identifier le raisonnement à mettre en œuvre sans attendre nécessairement une production totalement rédigée.

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.

La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.

La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences Évaluées	Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)
<p>L'élève est capable de représenter la situation : il obtient sur un logiciel de construction graphique ou calculatrice, par exemple, l'affichage de la courbe représentant la fonction logarithme et au moins d'une parabole). L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>L'élève est capable d'expérimenter, de faire des essais pour diverses valeurs de k (au moins des valeurs entières) ; il est capable d'émettre une conjecture en cohérence avec ses essais. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable d'affiner ses explorations (en particulier en choisissant des valeurs non entières de k). Il fait preuve d'esprit critique avec un retour éventuel sur sa conjecture. Il obtient graphiquement une valeur approchée de k répondant à la question 1(b). L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet (en particulier il évoque une méthode pour répondre à la question 2 même s'il n'arrive pas à la mettre totalement en œuvre).</p>	
<p>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</p>	

Autres observations :

Nombre de solutions d'une équation

Énoncé

On donne un réel k .

On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) : $\ln(x) = kx^2$ pour x strictement positif.

1. En utilisant un logiciel de construction graphique ou une calculatrice graphique :

(a) Conjecturer, suivant les valeurs de k , le nombre de solutions de l'équation (E).

Appeler l'examineur pour valider la conjecture.

(b) Si $k > 0$, trouver graphiquement une valeur approchée de k pour laquelle l'équation (E) a une unique solution.

Appeler l'examineur pour vérifier la valeur trouvée.

2. Démontrer que pour $k < 0$, l'équation (E) a une unique solution.

Production demandée

- Pour la question 1.(b), recopier la valeur approchée obtenue pour k ;
 - Réponse écrite pour la question 2.
-

Commentaire sur le sujet N° 4

Nombre de solutions d'une équation

nombre de candidats	moyenne	écart type	min.	Q ₁	Q ₂	Q ₃	max.
92	14,14	3,96	4	12	14	17	20

Du côté des Mathématiques.

Le sujet est considéré comme se prêtant bien à un travail d'expérimentation et de conjecture.

Mais de nombreux élèves ne savent pas comment démarrer le travail parce qu'ils ne comprennent pas la première question.

Un constat : les élèves qui choisissent de considérer la courbe du logarithme népérien et la parabole d'équation $y=kx^2$ et qui observent l'influence de k sur l'allure de la parabole font des conjectures beaucoup plus facilement que ceux qui se ramènent à une équation avec second membre constant.

Du côté des questions.

La partie démonstration est jugée difficile.

Du côté des appels à l'examineur.

L'intervention de l'examineur en tout début de travail peut s'imposer pour compenser l'aspect premier un peu abrupt de la situation.

Il faut autoriser aussi cette intervention dans la partie démonstration. Sans aide, trop d'élèves ne font strictement rien.

Ne serait-il pas intéressant :

- Soit de poser d'abord la question pour une valeur particulière de k ?
- Soit d'indiquer sur la fiche professeur que c'est une aide à apporter très vite si besoin est ?

Numéro du sujet 2007-012

Titre : Étude de lieux géométriques

Nom Prénom :

NOTE :

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.

La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.

La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

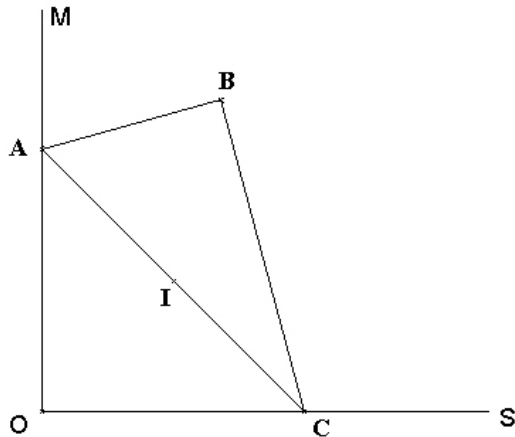
Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences Évaluées	Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)
<p>L'élève est capable d'obtenir au moins quelques éléments de la construction. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral pour terminer la construction de la figure dynamique.</p>	
<p>L'élève est capable d'expérimenter, de faire des essais : il explore la figure dynamique construite, teste plusieurs positions du point C, exploite des fonctionnalités du logiciel pour émettre une conjecture sur les lieux de I et de B. Il utilise de façon pertinente le logiciel pour étayer la conjecture faite. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>Suite à un éventuel questionnement oral, l'élève est capable de préciser ses conjectures et d'imaginer quelques pistes pour les conforter (par exemple mesurer \widehat{AOB}). Il fait preuve d'esprit critique avec un retour éventuel sur sa conjecture. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet éventuellement avec l'aide de l'interrogateur pour réactiver des résultats « anciens » (trigonométrie du triangle, angles inscrits...).</p>	
<p>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</p>	

Autres observations :

Etude de lieux géométriques

Énoncé



Le triangle ABC représente une équerre telle que $AB = 3$, $AC = 6$ et l'angle en B est droit.

Les points A et C glissent respectivement sur les demi-droites perpendiculaires $[OM)$ et $[OS)$.

Le point I est le milieu du segment $[AC]$.

On s'intéresse aux lieux des points I et B .

- Observer les propriétés géométriques de la figure. Avec un logiciel de géométrie, construire une figure dynamique illustrant la situation.

Appeler l'examineur pour vérifier la construction ou en cas de difficulté.

- Visualiser, à l'aide du logiciel, le lieu du point I quand C décrit la demi-droite $[OS)$. Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de ce lieu ?

Appeler l'examineur pour valider la conjecture.

- Visualiser, à l'aide du logiciel, le lieu du point B quand C décrit la demi-droite $[OS)$. Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de ce lieu ?

Appeler l'examineur pour valider la conjecture.

- Donner les mesures des angles de l'équerre, puis celle de \widehat{AOB} (A distinct de O).
 - En déduire que le lieu de B est inclus dans une courbe simple dont on précisera la nature.
 - Démontrer que : $OB = 6 \sin(\widehat{OAB})$.
 - En déduire le lieu de B .

Production demandée

Réponse écrite pour la question 4.

Commentaire sur le sujet N° 12

Étude de lieux géométriques

nombre de candidats	moyenne	écart type	min.	Q ₁	Q ₂	Q ₃	max.
35	12,94	2,91	5	11	12	16	17

Du côté des Mathématiques.

Ce TP démarre par une démarche d'analyse synthèse, d'où les difficultés des élèves. Le manque d'entraînement de ces derniers sur ce type d'activité pose la question de l'adaptation de ce sujet à une évaluation. Les candidats essaient à plusieurs reprises de construire la figure à l'aide de Géoplan, ils prouvent des connaissances concernant les manipulations du logiciel et une certaine aisance, mais malheureusement les figures sont rarement adaptées à la situation, ceci par défaut d'analyse. Il est également constaté le manque d'entraînement sur les allers – retours « du papier crayon vers l'ordinateur » et sur la mobilisation de connaissances mathématiques élémentaires permettant de construire la figure.

Par suite, les demandes d'aide sont fréquentes ce qui complique la tâche de l'examineur.

Une fois résolus les problèmes d'analyse de la figure, l'activité permet de bien évaluer diverses compétences telles l'expérimentation à l'aide d'une figure dynamique, l'émission de conjectures ; elle permet également la prise d'initiatives par exploration plus fine, par affichage d'angles, de longueurs..., pour amener l'accès à la démonstration, et enfin l'esprit critique.

La partie démonstration reste longue et difficile. La question de la réciproque apparaît, sa résolution complète dépasse le cadre de ce travail (c'était indiqué dans la fiche professeur).

Les connaissances mathématiques suivantes peuvent être évaluées : propriétés géométriques du cercle et des angles, formules métriques dans un triangle ; raisonnement par analyse synthèse, raisonnement déductif, partie directe et réciproque.

Du côté des questions.

- Représentation de la situation (question 1) :

Le dialogue entre professeur et élèves autour de la construction d'un triangle rectangle permet de débloquer ceux qui ont de la peine à « démarrer ».

Les élèves qui ont réussi la représentation de la situation ont souvent travaillé (aussi) sur papier.

- Obtention d'une figure dynamique et conjectures, questions 2 et 3 :

Les élèves sont ensuite à l'aise pour rendre la figure dynamique, pour utiliser les fonctionnalités du logiciel permettent d'obtenir les lieux géométriques, pour émettre des conjectures cohérentes avec leurs observations.

- Démonstration, question 4 :

Les élèves résolvent à peu près correctement la première question ; certains ont cependant oublié la trigonométrie du triangle rectangle. La cocyclicité des points est rarement observée, et les angles inscrits sont peu évoqués. Quelques élèves pensent à utiliser avec pertinence le logiciel pour donner les mesures des angles.

Ils éprouvent de réelles difficultés pour justifier la troisième question, aucun élève ne pense à la formule des sinus, vue en classe de Première et non réinvestie en classe de Terminale, celle-ci est souvent donnée par les examinateurs (c'est pourquoi elle n'a pas été mise, a priori, dans le sujet).

Et tout le reste.

La formation à l'analyse d'une figure et au raisonnement d'analyse synthèse ne fait pas assez partie des activités traditionnelles chez les élèves. En proposant ce type de sujet, on espère développer une réelle démarche scientifique, alliant réflexion et prise d'initiatives dès le début de l'énoncé.