Mathématiques : Evaluation APB La Merci, Terminales S

10 Février 2014 , 2 heures

EXERCICE 1 : 7 points

Répondre par **VRAI** ou **FAUX** à chaque question en justifiant les réponses.

On considère les fonctions *f* et *g* définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$f(x)=\frac{x}{e^x+1}+2$ et $g(x)=e^x(1-x)+1$.

On appelle C la courbe représentant *f* dans un repère du plan.

a. La droite d'équation $y=2$ est asymptote à C.

b. g est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$.

c. L'équation $g(x)=0$ admet 2 solutions.

d. Quel que soit $x\in\mathbb{R}$, $f'(x)$ est du signe opposé à $g(x)$.

e. a étant solution de l'équation $g(x)=0$, on a $f(a)=a+1$.

f. On propose l'algorithme suivant pour trouver une valeur approchée de *a*.

Mettre 1 dans A, mettre 2 dans B

Mettre 0 dans N

Tant que abs(A–B)>10^{-5} faire

Mettre (A+B)/2 dans C

Mettre $e^C\times(1-C)+1$ dans Y

Si $Y<0$ alors mettre C dans B

Sinon mettre C dans A

Fin du si

Mettre N+1 dans N

Fin du Tant que

Afficher N

Afficher C

La valeur affichée de N est 15.

EXERCICE 2 : 6 points

1. Un dé cubique équilibré possède 4 faces noires et 2 faces blanches. Un deuxième dé équilibré ayant la forme d'un tétraèdre régulier possède 3 faces blanches et 1 face noire. On choisit un dé au hasard et on le lance.

a. La probabilité que la face cachée soit noire est 0,5.

b. La probabilité que le dé choisi soit cubique sachant que la face cachée est blanche est $\frac{4}{13}$.

2. X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,0{,}25)$.

a. Si $n=10$, $p(X=4)=0{,}146$ à 10^{-3} près.

b. On note p_n la probabilité que X prenne une valeur supérieure ou égale à 1. Le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geq 0{,}999$ est 24.

EXERCICE 3 : 7 points

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

1. On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(x)=x-\ln(1+x)$.

a. En étudiant les variations de la fonction f, montrer que, pour tout réel x positif ou nul, $\ln(1+x)\leq x$.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul, $\ln(u_n)\leq 1$.

c. La suite (u_n) peut-elle avoir pour limite $+\infty$?

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $v_n=\ln(u_n)$.

a. On pose $x=\frac{1}{n}$. Exprimer v_n en fonction de x.

b. Que vaut $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$? Justifier la réponse. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

c. Déterminer la limite de la suite (u_n).