

1. Droite d'Euler

On considère le triangle ABC où $A(0 ; 0)$, $B(6 ; 0)$ et $C(2 ; 4)$ dans un repère orthonormé de centre A .

Faire une figure que vous complétez au fur et à mesure (unités : 2cm).

1. a. Donnez les équations de deux médiatrices du triangle ABC .
- b. Déterminez les coordonnées du centre Ω du cercle circonscrit (Γ) au triangle ABC . Déterminez le rayon de (Γ).
2. a. Donnez les équations de deux hauteurs du triangle ABC .
- b. Déterminez les coordonnées de l'orthocentre H de ABC puis celles du centre de gravité G .
3. a. Montrez que Ω , H et G sont alignés.
- b. Déterminez la valeur du réel k tel que $\overrightarrow{\Omega H} = k\overrightarrow{\Omega G}$; montrez alors que $\overrightarrow{\Omega H} = \overrightarrow{\Omega A} + \overrightarrow{\Omega B} + \overrightarrow{\Omega C}$.
4. On note H_C le pied de la hauteur issue de C .
Déterminez les coordonnées de H' , symétrique de H par rapport à la droite (AB) . Montrez que H' est sur (Γ).

2. Distance d'un point à une droite

Soient les points $A(-2 ; 1)$ et $B(3 ; 2)$ du plan.

1. Montrez que $x - 5y + 7 = 0$ est une équation de la droite (AB) .
2. Soit D le point de coordonnées $(1 ; 1)$. Vérifiez que D n'est pas sur (AB) .
On cherche la distance de D à (AB) , soit la distance DH où H est le projeté orthogonal de D sur (AB) .
3. a. Montrez que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ est orthogonal à \overrightarrow{AB} . Donnez une équation de (DH) .
- b. Déterminez les coordonnées de H .
- c. Déduisez-en la distance DH .