

1. Drame familial

Pour Noël, Sophie et Mathis ont reçu des jouets : Mathis un bonhomme suspendu à un parachute et Sophie un arc avec des flèches. Mathis se hâte de lancer son parachute du haut de leur immeuble. Au même moment, Sophie, qui s'est installée au pied de l'immeuble, lance une flèche verticalement.

La hauteur du parachute à l'instant t (t en secondes) durant la descente est donnée par la fonction h définie par $h(t) = -5t + 5,2$.

La hauteur de la flèche à l'instant t est donnée par la fonction f définie par $f(t) = -5t^2 + 10t$.

1. a. Étudier les variations de f sur \mathbb{R} .
- b. Construire la courbe P représentative de la fonction f . Vous ferez le tracé sur l'intervalle $[0 ; 5]$ en prenant les unités suivantes : 4 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.
2. a. À quels instants la flèche est-elle à une hauteur de 3,75 m ?
- b. À quel instant la flèche retombe-t-elle sur le sol ?
3. Le drame se produit lorsque la flèche rencontre le parachute.
- a. Représenter dans le même repère la fonction h .
- b. Déterminer à quel instant et à quelle hauteur la flèche transperce le parachute (graphique et calcul).

2. Vrai-Faux à justifier

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3(1-x)^2$. On note C_f sa courbe représentative. Alors :

$f'(x) = x^2(1-x)(3-5x)$.	$f'(0) = 0$.
f change de sens de variation en 0.	f' s'annule en $x = 1/2$.
Pour tout réel x , $f(x) \leq f\left(\frac{3}{5}\right)$.	La courbe de f a trois tangentes horizontales.
Il existe plus de une tangente à C_f parallèle à la droite $(y = -x)$.	$f(-10^{1000}) > f(-10^{1001})$.

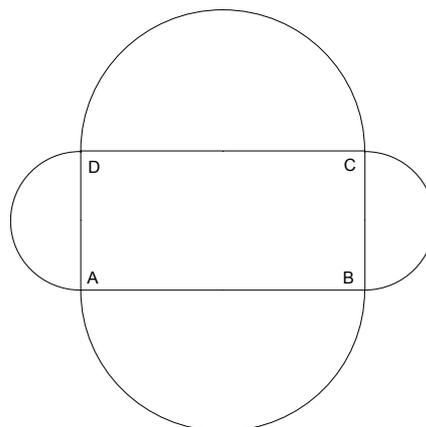
3. Une nappe

On considère la figure (F) formée d'un rectangle ABCD et de quatre demi-disques extérieurs à ce rectangle et de diamètres respectifs AB, BC, CD et DA.

On suppose que le rectangle a pour périmètre 200 cm.

On appelle x la mesure, en cm, du côté AB.

1. Préciser entre quelles valeurs doit se trouver x pour que cette figure soit réalisable.
2. Déterminer l'aire de cette figure, notée $S(x)$.
3. Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ? Quelle est alors la valeur de cette aire et la nature du rectangle ?



4. Rationnelle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{x-1}$, C sa courbe représentative.

1. a. Vérifier que, pour x différent de 1, $f(x) = -3x + \frac{x^2}{x-1}$.

Préciser la position de D ($y = -3x$) par rapport à la courbe C ☺

b. Trouver les réels a , b et c tels que, pour x différent de 1, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

Préciser la position de D' ($y = ax+b$) par rapport à la courbe C ☺

3. a. Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation.

b. Déterminer l'équation de la tangente T à C en 0.

c. Peut-on trouver une autre tangente à C parallèle à T (par le calcul) ☺

4. Construire les droites D, D', T et la courbe C.

5. Résoudre graphiquement et par le calcul l'inéquation $f(x) > 0$.

5. Trapèze d'aire maximale

On considère un trapèze $ABCD$ tel que les angles \widehat{ABC} et \widehat{DCB} aient la même mesure α .

Déterminer les valeurs de α pour que le trapèze $ABCD$ ait une aire maximale sachant que les côtés AB , BC et CD mesurent un mètre.